제 2 교시

2017학년도 수능 직전 GEAR 모의고사 문제지

수학 영역 (가 형)

홀수형

성명		수험 번호					—				

○ 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

빈틈없는 학습으로 수학 잠재력 폭발!

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5지선다형

1. ${}_4\mathrm{P}_2$의 값은? [2점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 18

2. 함수 $y=2\sin x-3$의 최솟값은? [2점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

3. 좌표공간에서 점 $\mathrm{A}(1,\ -4,\ 2)$를 z축에 대하여 대칭이동 시킨 점의 좌표가 $(a,\ b,\ c)$일 때, $a+b+c$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $y=\log_8 x$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동 시키면 $y=\log_8 4x$의 그래프와 일치한다. k의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

5. $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{e^x}-1}{2x}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

6. 두 사건 A와 B는 서로 독립사건이고

$$\mathrm{P}(A^C) = \mathrm{P}(B) = \frac{1}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A \cup B)$의 값은? (단, A^C는 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

7. 좌표평면에서 벡터 $\vec{a} = (\sqrt{3},\ \sqrt{6})$과 방향이 같고 크기가 1인 벡터의 모든 성분의 곱은? [3점]

① $\sqrt{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{5}$

8. 자연수 24를 세 개의 3의 배수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

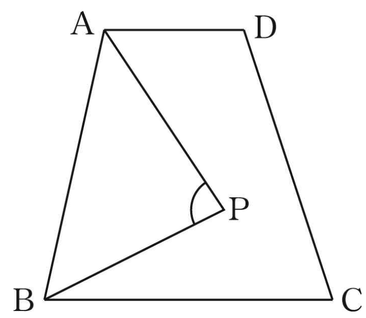
9. 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	$-b$	a	3	6	계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	$\frac{1}{3}$	a	1

$\mathrm{E}(X)=2$일 때, $a-b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

10. 직선 AD와 직선 BC가 서로 평행한 사다리꼴 ABCD 내부의 점 P에 대하여 $\tan(\angle \mathrm{PAD})=\frac{3}{2}$, $\tan(\angle \mathrm{PBC})=\frac{1}{2}$일 때, $\tan(\angle \mathrm{APB})$의 값은? [3점]



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

11. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. $10a+b$가 소수일 때, $a>b$일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

12. 곡선 $y=(x^2+2x)e^{-x}$의 서로 다른 모든 변곡점의 x좌표의 합은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13. 어느 고등학교 전교생을 대상으로 학습 방법에 대한 설문조사를 했을 때, 전교생의 20%가 과외 경험이 있다고 답하였다. 이 학교의 전교생 중 100명을 임의추출 할 때, 과외 경험이 있는 학생이 n명 이상일 확률이 0.0062일 때, 자연수 n의 값은? (단, 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z에 대하여 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5) = 0.4938$로 계산한다.) [3점]

① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

14. 곡선 $x^2 - xy + 4y^2 = 10$ 위의 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$에서 그은 접선의 기울기가 -1일 때, $a+b$의 값은? (단, 점 A는 제 1사분면 위에 있다.) [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

15. 좌표공간 상에 구 $S : (x-1)^2+(y+2)^2+z^2=16$가 있다. 구 S와 평면 $x-y+2z=9$가 만나서 생기는 원을 C라 할 때, 원 C의 중심의 좌표가 $(a,\ b,\ c)$이다. $a+b+c$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

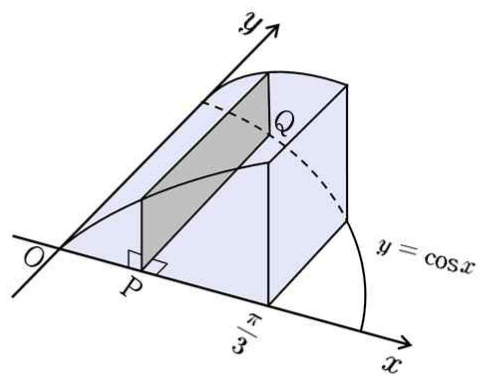
16. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\int_{-1}^{x} e^{t^2+1}\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)dt$$

일 때 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,\ a)$에서의 접선이 점 $(b,\ e^3)$을 지난다. $a+b$의 값은? [4점]

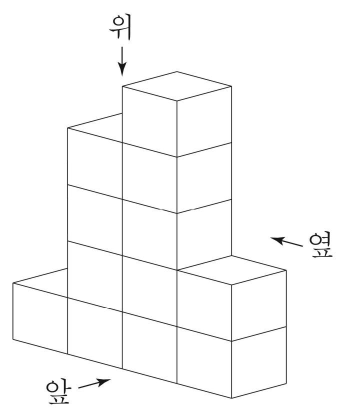
① e ② $e+1$ ③ $e+2$ ④ $e+3$ ⑤ $e+4$

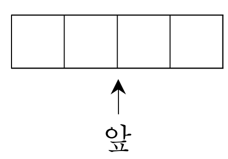
17. 좌표평면 위의 곡선 $y=\cos x$, x축, y축 및 직선 $x=\frac{\pi}{3}$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 두 점 $\mathrm{P}(x,\ 0)$, $\mathrm{Q}(x,\ f(x))$를 지나고 x축에 수직인 평면으로 입체도형을 자른 단면은 가로가 선분 PQ고 세로의 길이가 $\sin x$인 직사각형이다. 이 입체도형의 부피가 평면 $y=a$에 의하여 이등분될 때, 상수 a의 값은? (단, $0<a<\frac{1}{2}$이다.) [4점]



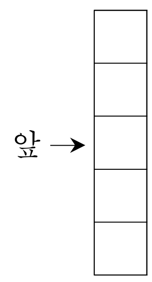
① $\frac{1}{8}$　② $\frac{3}{16}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{5}{16}$　⑤ $\frac{3}{8}$

18. 정육면체 모양의 블록 12개를 모두 사용하여 입체도형을 쌓아 만들려고 한다. 만들어진 입체도형을 위에서 내려다 본 모양이 <그림 1>과 같고 정면을 기준으로 오른쪽 옆에서 본 모양이 <그림 2>와 같을 때, 앞에서 본 모양으로 가능한 모든 경우의 수는? (단, 블록은 서로 구분하지 않는다.) [4점]





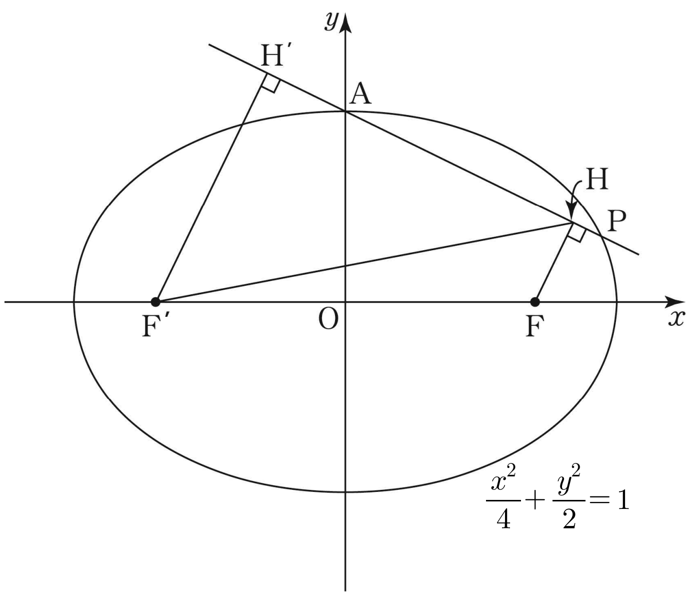
<그림 1>



<그림 2>

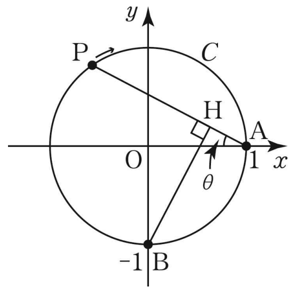
① 48　② 50　③ 52　④ 54　⑤ 56

19. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$의 두 초점은 $\mathrm{F}(\sqrt{2},0)$, $\mathrm{F}'(-\sqrt{2},0)$이고 타원 위의 두 점 $\mathrm{A}(0,\sqrt{2})$, P에 대하여 점 F와 점 F′에서 직선 AP에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하자. $\overline{\mathrm{PF}'}=\frac{10}{3}$, $\overline{\mathrm{PH}}=\frac{\sqrt{10}}{15}$일 때, 선분 F′H′의 길이는? (단, 점 P는 제 1사분면 위에 있다.) [4점]



① $\frac{\sqrt{10}}{3}$ ② $\frac{3\sqrt{10}}{8}$ ③ $\frac{3\sqrt{10}}{7}$ ④ $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{5}$

20. 원 $C : x^2+y^2=1$ 위의 세 점 $\mathrm{A}(1,0)$, $\mathrm{B}(0,-1)$, P에 대하여 점 B에서 직선 AP에 내린 수선의 발을 H라 하자. 다음은 점 P가 점 $(-1,0)$에서 출발하여 점 $(0,1)$까지 원 C의 둘레를 따라 시계방향으로 움직일 때 점 H의 자취의 길이를 구하는 과정이다.

> $\angle\mathrm{OAP}=\theta$ (단, O는 원점) 라 할 때,
>
> $\angle\mathrm{OBH}=$ (가)
>
> 
>
>
> 이므로
>
> $\overline{\mathrm{AH}}=$ (나)
>
> 이다. 따라서 점 H의 좌표를 $(f(\theta),\, g(\theta))$라 할 때
>
> $f(\theta)=1-\cos\theta\times$ (나) , $g(\theta)=\sin\theta\times$ (나)
>
> 이다. 이 때, θ의 최솟값과 최댓값이 각각 0, $\frac{\pi}{4}$이고
>
> $\sin2\theta=\sin(\theta+\theta)=2\sin\theta\cos\theta$ 이므로 점 H의 자취의 길이는
>
> $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{\{f'(\theta)\}^2+\{g'(\theta)\}^2}\,d\theta=$ (다)
>
> 이다.

(가), (나)에 알맞은 식을 각각 $h_1(\theta)$, $h_2(\theta)$라 하고 (다)에 알맞은 수를 a라 할 때, $\frac{1}{a}\times h_1(\frac{\pi}{6})\times h_2(\frac{\pi}{6})$의 값은? [4점]

① $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}-2}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{6}$ ④ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}-1}{6}$

21. 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가 증가함수이고 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)+f(-x)=0$
> (나) $\int_{a}^{x+f(a)} g(t)dt = xf(x)$ (단, a는 양의 상수이다.)

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

> <보 기>
> ㄱ. 곡선 $y=g(x)$는 점 $(f(a),\ 0)$에 대하여 대칭이다.
> ㄴ. $f(a)=a$
> ㄷ. $f(k)+k=g(k+a)$를 만족시키는 실수 k가 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x)=(e^{x}+x)^{3}$에 대하여 $f'(0)$의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $2^{x+3}\times 4^{x}=2^{15}$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

24. 어느 모임에 5명이 서로 다른 종류의 우산을 가지고 모였다. 모임이 끝난 후 우산을 임의로 하나씩 가지고 갈 때, 두 사람이 자신의 우산을 가지고 가지 못했을 확률이 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

25. 좌표평면에서 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$, $\mathrm{B}(2,\ 4)$에 대하여

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}\right|=13$$

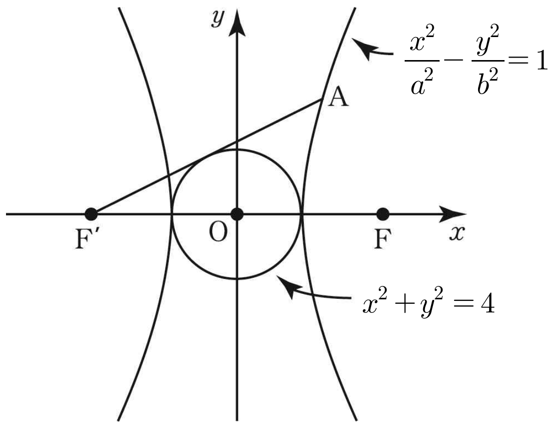
을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형 위의 점과 점 A 사이의 거리의 최댓값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x)=x^3+x-1$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 함수 $h(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq 1) \\ (ax+b)g(x) & (x<1) \end{cases}$$

함수 $h(x)$의 도함수 $h'(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $h(-3)$의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$의 두 초점은 F, F′이고 쌍곡선과 원 $x^2+y^2=4$가 두 점에서만 만난다. 점 F′를 지나고 원에 접하는 직선을 그을 때 직선과 쌍곡선과 만나는 교점 중 점 F′와의 거리가 먼 점을 A라 하자. $\overline{\mathrm{AF}}=4$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. [4점]

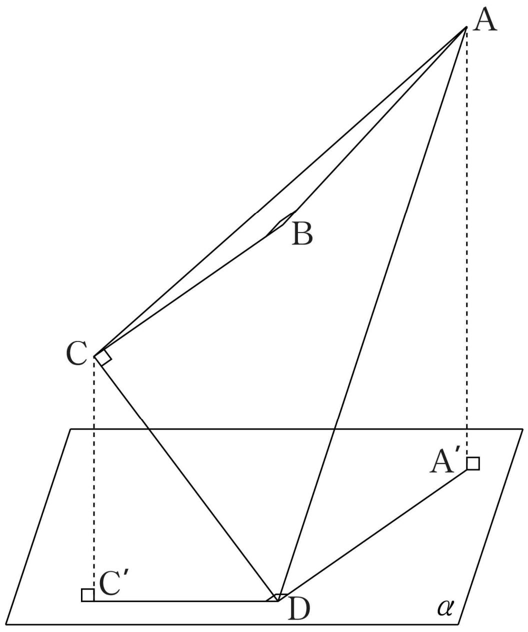


28. 정규분포를 따르는 두 확률변수 X, Y에 대하여 $Y=-X+k$고 확률변수 X의 확률밀도함수를 $f(x)$, 확률변수 Y의 확률밀도함수를 $g(x)$라 할 때, 모든 실수 t에 대하여

$$f(t)-g(t)=\mathrm{P}\left(f(4)\le X \le g(10)\right)$$

를 만족시킨다. $\mathrm{E}(X)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이고 $f(4)\le g(10)$이다.) [4점]

29. 그림과 같이 $\angle \mathrm{B}=\frac{\pi}{2}$인 직각이등변삼각형 ABC에 대하여 직선 BC가 평면 α와 평행하다. 점 A와 점 C에서 평면 α에 내린 수선의 발을 각각 A', C'라 할 때, 평면 α 위의 점 D에 대하여 $\overline{\mathrm{A'B}}=\overline{\mathrm{CD}}=4$이고 $\angle \mathrm{A'DC'}=\angle \mathrm{BCD}=\frac{\pi}{2}$이다. 평면 ABC와 평면 BCD가 서로 수직이고 사면체 ABCD의 부피가 6일 때, 평면 ACD와 평면 α가 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $100\cos^2\theta$의 값을 구하시오. (단, 삼각형 ABC는 평면 α와 만나지 않는다.) [4점]



30. 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_{-x}^{x} f(t)dt$$

라 하자. 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x<0$일 때, $y=f(x)$의 그래프가 일차함수의 그래프의 일부이고 $x \geq 0$일 때, 네 실수 a, b, c, d에 대하여 $f(x)=a\sin(x+b)+cx+d$이다.
(나) 함수 $g(x)$가 감소함수이고 $g'(0)=-2$이다.
(다) 모든 실수 x에 대하여 $g(f(x))+g(x+1) \leq 0$이다.

$f(x)+x+1=0$을 만족시키는 양수 x의 최솟값을 m이라 할 때, $\int_{0}^{m}\{f(x)+x+1\}dx$의 최댓값이 $p\pi+q$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [4점]

∗ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.