

2017학년도 영화포타숨 모의고사 문제지

수학 영역  
(가형)

홀수형

성명		수험번호																		
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

현명한 거미는 내일에는 실재가 될지 모를 허구를 오늘 찾는다

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

## 출제자

염화포타슘(박성훈)

## 검토자

염화포타슘(박성훈)

임우상

이건휘

이하림

표영우

제2교시

# 수학 영역(가형)

5지선다형

1.  $\log_2 \frac{8}{3} + \log_2 24$ 의 값은? [2점]

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$ 의 값은? [2점]

- ① 0      ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④  $\frac{3}{2}$       ⑤ 2

3. 서로 다른 네 자루의 연필을 서로 같은 세 상자에 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 빈 상자는 없다.) [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

4. 좌표공간에서 점  $(1, 2, 3)$ 을  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를  $(a, b, c)$ 라고 할 때,  $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① 0      ② -1      ③ -2      ④ -3      ⑤ -4

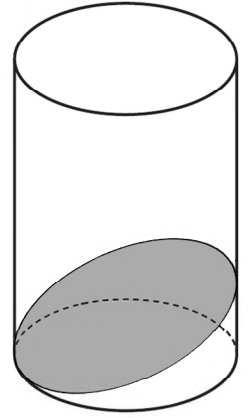
5. 함수  $f(x)=2^x$ 와  $g(x)=\log_2 x$ 가  $y=-x+6$ 과 만나는 점을 각각 A(2,4), B(a,b)라고 할 때,  $ab$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

6. 주머니 안에 흰 공 3개와 검은 공 2개가 들어있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼냈을 때, 흰 공 1개와 검은 공 1개가 나올 확률은? [3점]

- ①  $\frac{2}{5}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{7}{10}$       ⑤  $\frac{4}{5}$

7. 그림과 같이 원기둥의 한쪽 밑면과 한 점에서 만나고 원기둥의 밑면을 포함한 평면과  $30^\circ$ 의 각도를 이루는 평면  $\alpha$ 가 있다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 3일 때, 평면  $\alpha$ 와 원기둥이 만나서 생기는 단면의 넓이는? (단, 원기둥의 높이는  $2\sqrt{3}$ 보다 크다.) [3점]



- ①  $\frac{9\sqrt{3}\pi}{2}$       ②  $5\sqrt{3}\pi$       ③  $\frac{11\sqrt{3}\pi}{2}$   
 ④  $6\sqrt{3}\pi$       ⑤  $\frac{13\sqrt{3}\pi}{2}$

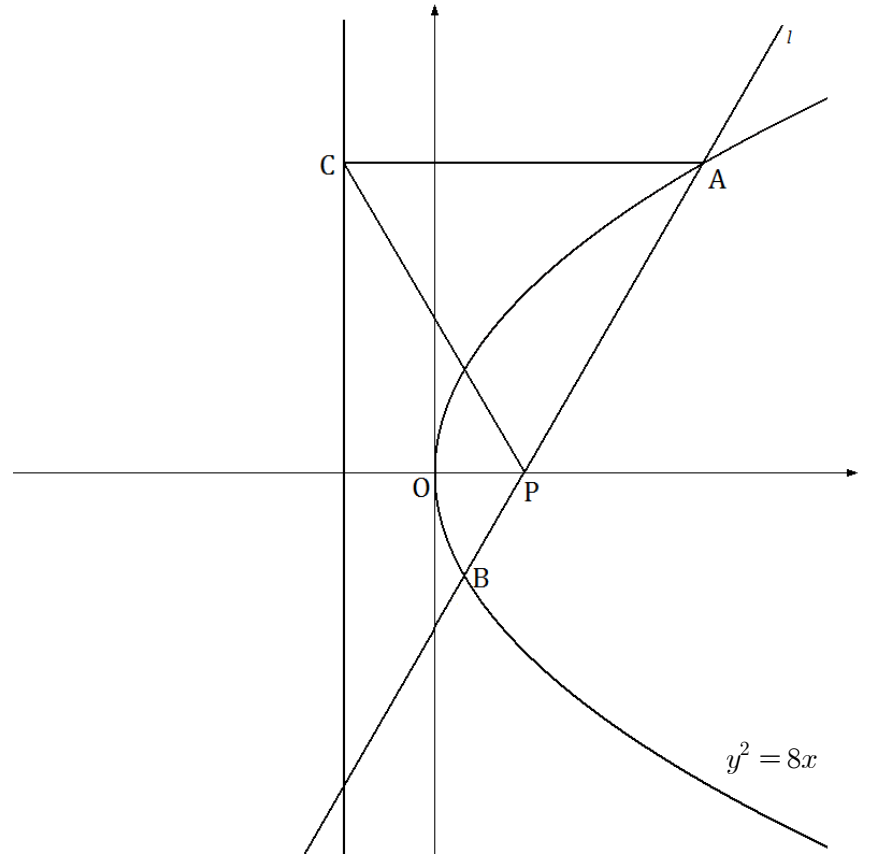
8. 함수  $f(x) = a \sin^2 x + b$ 의 최댓값은 12이다.  $f(\frac{\pi}{3}) = 10$ 일 때,  $f(x)$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

9. 0, 1, 2, 3의 4개의 숫자를 중복 사용하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 홀수의 개수는? [3점]

- ① 87                      ② 90                      ③ 93  
 ④ 96                      ⑤ 99

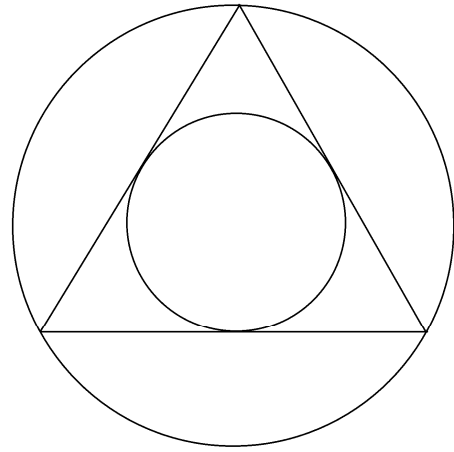
10. 포물선  $y^2 = 8x$ 의 초점을 P라 하자. 포물선 위의 한 점을 A, 직선 AP와 포물선의 교점 중 A가 아닌 점을 B, 점 A에서  $x = -2$ 에 내린 수선의 발을 C라 할 때, 삼각형 APC가 정삼각형이라고 한다. 이 때, 선분 BP의 길이는? (단, 점 A는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



- ①  $\frac{8}{3}$       ② 3      ③  $\frac{10}{3}$       ④  $\frac{11}{3}$       ⑤ 4

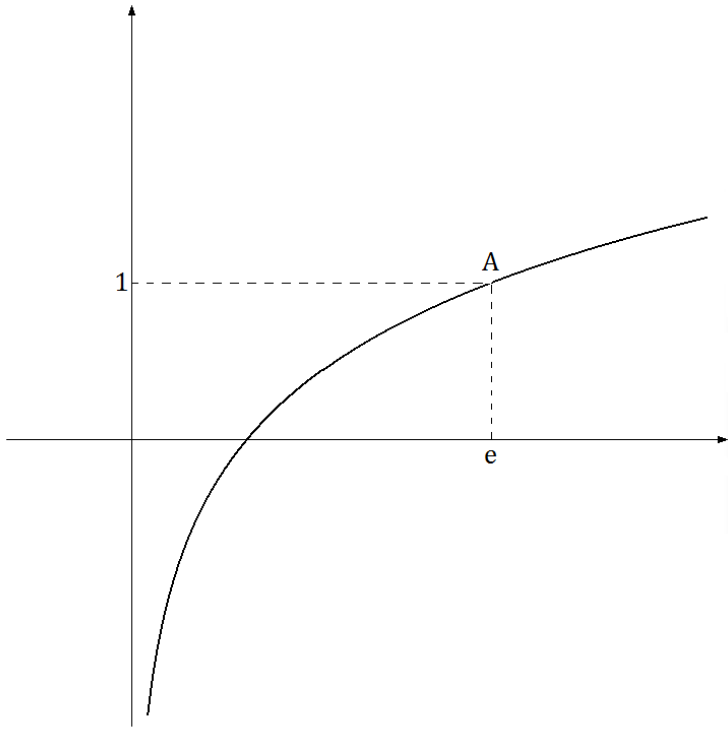
11. 좌표공간에서 모든 대각선이  $P(1, 1, 1)$ 에서 만나는 정육면체  $ABCD-EFGH$ 에 대하여  $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OH}|^2$ 의 값은? [3점]
- ① 144      ② 156      ③ 168      ④ 180      ⑤ 192

12. 그림과 같이 중심이 같고 크기가 다른 두 원과 두 원에 접하는 정삼각형이 있다. 원의 내부 또는 정삼각형의 내부에 만들어지는 7개의 영역에 서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 1260      ② 1680      ③ 2520      ④ 5040      ⑤ 10080

[13~14] 함수  $f(x) = \ln x$ 의 그래프가 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수  $f(x)$  그래프 위의 점  $A(e, 1)$ 에 대하여 점  $A$ 를 지나고 점  $A$ 에서의  $f(x)$ 의 접선에 수직인 직선의  $y$ 절편은? [3점]

- ①  $e^2 + 1$                       ②  $e^2 + 2$                       ③  $e^2 + 3$   
 ④  $e^2 + 4$                       ⑤  $e^2 + 5$

14. 함수  $f(x)$ 와  $x$ 축 및  $x=e$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형을 밑면과 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형일 때, 이 도형의 부피를  $V$ 라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left[ \ln \left\{ \frac{(e-1)k}{n} + 1 \right\} \right]^2 \frac{1}{n}$ 을  $V$ 로 나타낸 것은? [4점]

- ①  $\frac{e}{(e-1)^2} V$                       ②  $\frac{e}{e-1} V$                       ③  $\frac{1}{(e-1)^2} V$   
 ④  $\frac{1}{e-1} V$                       ⑤  $V$

15. 확률변수  $X$ 는 평균이 0이고 표준편차가 1인 정규분포를 따르고 확률변수  $Y$ 는 평균이  $t$ 이고 표준편차가 2인 정규분포를 따른다. 각각의 확률밀도함수가  $f(x)$ 와  $g(x)$ 이고,

$$h(t) = \int_0^1 \{f(x) - g(x)\} dx$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

ㄱ.  $h(0) = P(0.5 \leq Z \leq 1)$

ㄴ. 방정식  $h(t) = P(0 \leq Z \leq 1)$ 은 두 실근을 가진다.

ㄷ.  $h(t)$ 가 최소가 되는  $t$ 의 값은  $\frac{1}{2}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 다음은  $\sum_{k=0}^5 ({}^5C_k)^2$ 을 간단히 하는 과정을 나타낸 것이다.

${}^5C_k = {}^5C_{5-k}$  이므로

$$\sum_{k=0}^5 ({}^5C_k)^2 = \sum_{k=0}^5 {}^5C_k \times {}^5C_{5-k}$$

$$= {}^5C_0 \times {}^5C_5 + {}^5C_1 \times {}^5C_4 + \dots + {}^5C_5 \times {}^5C_0 \text{이다.}$$

이 때, 서로 다른 두 집합 A, B를  $\{x | x \leq \text{(가)} \text{인 자연수}\}$ ,  $\{x | 6 \leq x \leq 10 \text{인 자연수}\}$ 로 정의하면  ${}^5C_0 \times {}^5C_5 + {}^5C_1 \times {}^5C_4 + \dots + {}^5C_5 \times {}^5C_0$ 은 A, B에서 각각 (0, 5)개, (1, 4)개 ... (5, 0)개를 뽑는 경우의 수 이므로 A ∪ B에서 (나)개를 뽑는 경우의 수와 같다.

따라서,  $\sum_{k=0}^5 ({}^5C_k)^2 = \text{(다)}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $m, n, l$  이라고 할 때,  $\frac{l}{(m+1)(n+1)}$ 의 값은? [4점]

- ① 5                      ② 7                      ③ 9                      ④ 11                      ⑤ 13



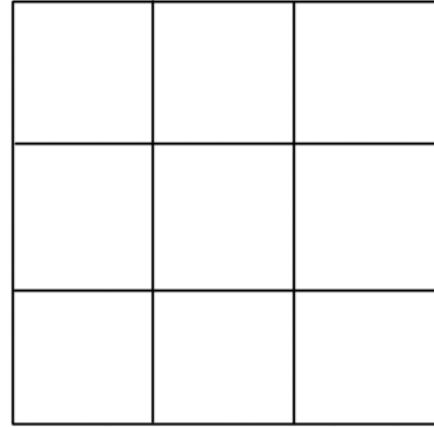
17. 좌표평면 위에 세 점 A, B, C가 있다. 두 직선 AB와 CD가 평행하도록 점 D를 잡을 때,

$$\overrightarrow{AB} = (2, 1), \overrightarrow{AD} = (x, y), \overrightarrow{BC} = (-1, 2), |\overrightarrow{AD}| \leq 5$$

이다. 점 D가 나타내는 도형의 길이는? [4점]

- ①  $2\sqrt{15}$                       ②  $\sqrt{65}$                       ③  $\sqrt{70}$   
 ④  $5\sqrt{3}$                         ⑤  $4\sqrt{5}$

18. 그림과 같이 9칸으로 나누어진 직사각형 모양의 판을 검은색, 회색, 흰색으로 칠하려고 한다. 9칸 중 2칸을 검은색, 1칸을 회색, 나머지 칸을 흰색으로 칠하고 검은색과 회색은 같은 행 또는 열에 있지 않게 칠한다고 할 때, 가능한 경우의 수는? (단, 한 칸에는 한 가지 색만 칠한다.) [4점]



- ① 30                      ② 36                      ③ 42                      ④ 48                      ⑤ 54

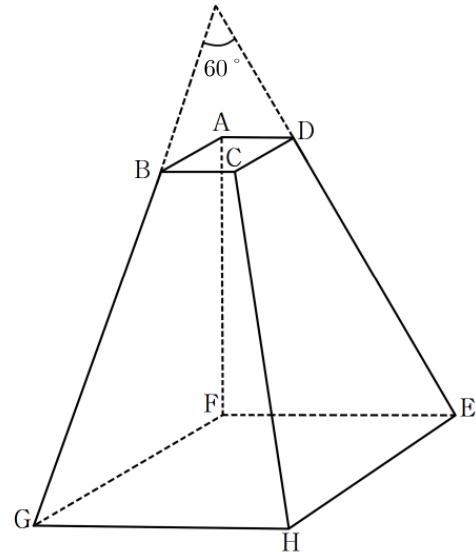
19. 함수  $f(x) = \sin x (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$ 의 역함수  $g(x)$ 에 대하여

$\{g(x)\}^2$ 의 역함수를  $h(x)$ 라고 할 때,  $h'(\frac{\pi^2}{36})$ 의 값은?

[4점]

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$                       ②  $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$                       ③  $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$   
 ④  $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$                       ⑤  $\frac{5\sqrt{3}}{2\pi}$

20. 그림과 같이 평행한 두 정사각형을 밑면으로 하는 사각뿔대 ABCD-EFGH가 있다. 직선 AF와 평면 EFGH는 수직이고 직선 BG와 직선 DE가 이루는 각의 크기는  $60^\circ$ 이다.  $\overline{AB} = \sqrt{2}$ ,  $\overline{AF} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 사각뿔대 ABCD-EFGH의 부피는?



- ①  $\frac{52\sqrt{2}}{3}$                       ②  $18\sqrt{2}$                       ③  $\frac{56\sqrt{2}}{3}$   
 ④  $\frac{58\sqrt{2}}{3}$                       ⑤  $20\sqrt{2}$

21. 어떤 마을의 다섯 사람에게 질문하여 날씨에 대해 알아보려고 한다. 마을 사람들은 질문에 대해 다음과 같이 대답한다.

- (가) 날씨가 맑으면 0.8의 확률로 Ro를, 0.2의 확률로 Ru를 자신의 답으로 한다.  
 (나) 날씨가 흐리면 0.8의 확률로 Ru를, 0.2의 확률로 Ro를 자신의 답으로 한다.  
 (다) 각 사람은 자신의 답을 맨 처음 말하고 앞서 사람의 답과 자신의 답이 같을 경우 Ro, 다를 경우 Ru라고 대답한다.

예를 들어, 앞의 네 사람의 답이 각각 Ro, Ro, Ru, Ro이고 마지막 사람의 답이 Ru라면 마지막 사람은 Ru, Ru, Ru, Ro, Ru라고 대답한다. 질문에 대한 마지막 사람의 대답에 Ro가 2번 들어가 있었을 때, 날씨가 맑을 확률은?

(단, 날씨가 맑을 확률과 흐릴 확률은  $\frac{1}{2}$ 로 같다.) [4점]

- ①  $\frac{1}{10}$     ②  $\frac{3}{20}$     ③  $\frac{1}{5}$     ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{3}{10}$

단답형

22. 함수  $f(x) = e^{2x-1} + \ln x$ 에 대하여  $f'(\frac{1}{2})$ 의 값을 구하시오. [3점]

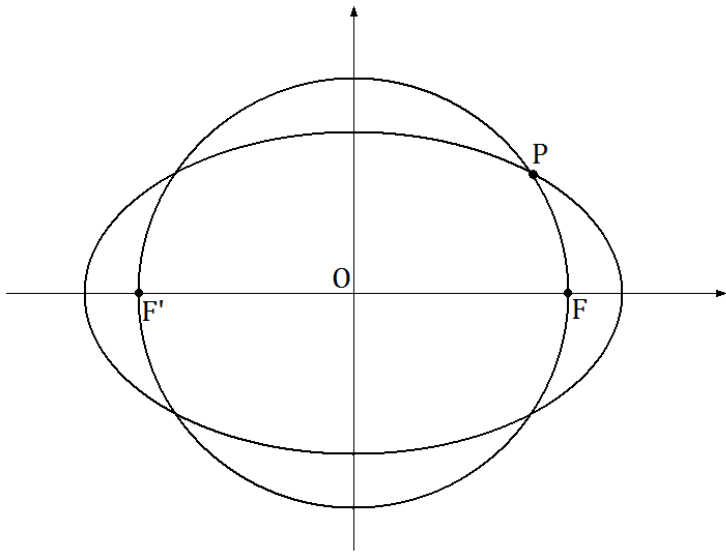
23. 닫힌 구간  $[0, k]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수가

$$f(x) = -x + k \quad (0 \leq x \leq k)$$

일 때,  $15k^2$ 의 값을 구하시오. (단  $k$ 는 상수이다.) [3점]

24. 좌표평면 위를 움직이는 점  $P(x(t), y(t))$ 의 시각  $t$ 에서의 위치는  $x(t) = 3\sin t + 4\cos t$ ,  $y(t) = 4\sin t - 3\cos t$ 이다. 점  $P$ 가 0초부터 4초까지 움직인 거리를 구하시오. [3점]

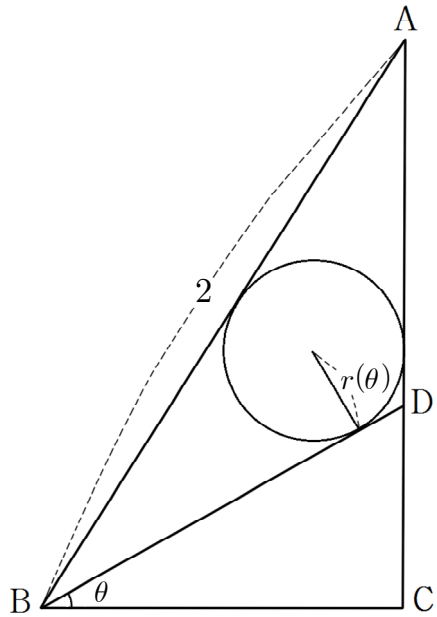
25. 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을  $F, F'$ 이라 하자. 선분  $FF'$ 를 지름으로 하는 원이 타원과 만나는 점을  $P$ 라고 할 때,  $\overline{PF} \times \overline{PF}'$ 의 값을 구하시오. [3점]



26. 호박 농장에서 재배된 호박의 질량은 평균  $10kg$ , 표준편차가  $1kg$ 인 정규분포를 따르고 질량이  $11.3kg$  이상이 되면 특산품으로 분류한다고 한다. 농장의 호박들 중 10000개를 임의 추출할 때, 특산품의 개수가 1030개 이상일 확률을  $p$ 라고 하자.  $100p$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.1	0.36
1.2	0.38
1.3	0.40

27. 그림과 같이  $\overline{AB}=2$ 이고  $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D에 대하여  $\angle DBC = \theta$ 라고 할 때, 삼각형 ABD에 내접하는 원의 반지름의 길이를  $r(\theta)$ 라고 하면,  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{3} - \theta} = k$ 이다.  $100k$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고  $k$ 는 상수이다.) [4점]



28. 한 학생이 5명의 친구를 3일 동안 하루에 3명씩 초대하려고 한다. 5명의 친구를 모두 적어도 한 번씩 초대한다고 할 때, 초대하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

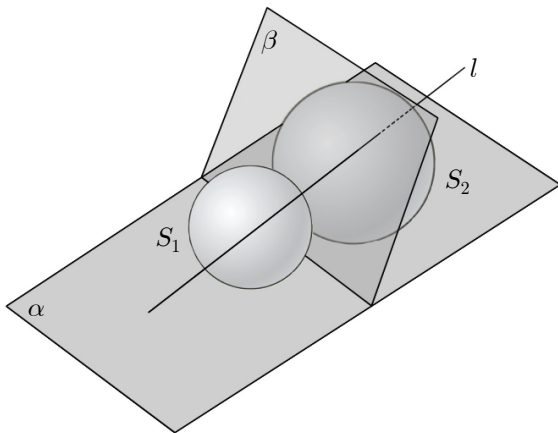
29. 좌표 공간에서 평면  $\alpha: z=0$ ,  $\beta: z=\sqrt{3}y$ 와 점

$T(0, -7, 0)$ 을 지나는 직선  $l$ 에 모두 접하는 두 구  $S_1$ 과  $S_2$ 가 있다. 두 구가 평면  $\alpha$ 와 접하는 점은 각각  $y$ 축 위에 있고 평면  $\beta$ 와 접하는 점을 각각  $H_1, H_2$ 라고 하면 두 점과 평면  $\beta$  위의 점  $P$ 는 다음 조건을 만족한다.

- (가)  $|\overrightarrow{H_1P}| + |\overrightarrow{H_2P}| = k$  (단,  $k$ 는 상수)
- (나) 직선  $l$ 이 평면  $\beta$ 와 만나는 점은 점  $P$ 가 그리는 곡선  $C$  위에 있다.

구  $S_1$ 의 반지름의 길이가  $\sqrt{3}$ 일 때, 내적  $\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{H_1P}$ 의 최댓값을  $m$ 이라 하자.  $km$ 의 값을 구하시오. (단,  $S_2$ 의 반지름은  $S_1$ 보다 크고 직선  $l$ 은  $y$ 축과 한 점에서 만난다.)

[4점]



30. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 와  $f(x)$ 의 역함수  $g(x)$ 가 다음의 조건을 만족한다.

- (가)  $f(x) = axe^x + bx^2 + cx$  ( $0 \leq x \leq k$ ,  $a > 0$ ,  $k$ 는 상수)
- (나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $g(x) + g(2nk - x) = 2nk$ 이다.
- (다) 함수  $f(x)$ 는 양의 실수 중 홀수를 제외한 모든 양의 실수에서만 이계도함수를 갖는다.

$\int_0^3 f(x)dx$ 의 최솟값을  $\frac{p}{e-2} + q$ 라고 할 때,  $\frac{q}{p}$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 유리수이고  $3e > 7$ 이다.) [4점]