

29. 4점

그림과 같은 좌표공간에 구  $C: x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$ 와

도형  $S: x^2 + y^2 = 108, z = 6$ 와 도형  $S$  위를 움직이는 점  $A$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 원점  $O$ 와 점  $A$ 를 잇는 직선  $l$ 과 구  $C$ 가 만나는 교점이  $P$ 이다.

(단,  $P$ 는 원점  $O$ 가 아니다.)

(나) 두 벡터  $\overrightarrow{PQ}, \vec{h}$ 의 내적

$\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{h} = 0$ 을 만족한다. (단, 벡터  $\vec{h} = (0, 0, 1)$ 이고, 점  $Q$ 는 구  $C$ 위의 점이다.)

(다) 두 벡터  $\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{PQ}$ 에 대하여  $|\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{PQ}|$ 가 성립한다.

삼각형  $OPQ$ 의 평면  $x + y + z = 8$  위로의 정사영 넓이의 최댓값을  $a$ 라 할 때,  $27 \times a^2$ 의 값을 구하시오.

