

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5지선다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{e^x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ $\frac{3}{e}$ ④ 3 ⑤ $3e$

2. 두 위치벡터 $\vec{a} = (4, 7, 6)$, $\vec{b} = (1, 3, 2)$ 에 대하여 $\vec{a} - 2\vec{b}$ 의 크기는? [2점]

- ① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{11}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

3. 알파벳 d, o, n, g, s, a, n 을 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 360 ② 720 ③ 1260 ④ 2520 ⑤ 5040

4. $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ($x > 0$)에 대하여 $f'(e^{-1})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2e^2}$ ② $\frac{1}{2e}$ ③ e ④ $2e$ ⑤ $2e^2$

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{15}$ 일 때, $P(A^c \cap B^c)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

7. 함수 $f(x) = \int_0^x (3\sin 2t + a) dt$ 의 극값이 존재하지 않을 때, 양의 실수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 3 ③ $3\sqrt{3}$ ④ 6 ⑤ $6\sqrt{3}$

6. 포물선 $y^2 = 12x$ 위의 점 $P(4, 4\sqrt{3})$ 위에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, 이 포물선의 초점 F 에 대하여 삼각형 FPQ 의 넓이는? [3점]

- ① $5\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $7\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

8. 어느 식당에서 만드는 소불고기 1인분의 100g 당 송이버섯 질량은 평균이 70g, 표준편차가 5g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 식당에서 1인분의 소불고기를 주문했을 때, 송이버섯의 질량이 69g 이상 72g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.2	0.3849
1.3	0.4032
1.4	0.4192
1.5	0.4332
1.6	0.4452

- ① 0.7698 ② 0.7881 ③ 0.8041 ④ 0.8364 ⑤ 0.8644

9. 좌표공간에서 두 점 $A(1, 2, 5)$, $B(2\sqrt{2}, -\sqrt{2}, -2)$ 에 대하여 두 점 P, Q 가 각각

$$|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OP}| = 3, \quad |\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OQ}| = 2$$

를 만족시킬 때, 선분 PQ 의 길이의 최댓값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

10. 4명의 학생들에게 각각 같은 종류의 초콜릿 2개, 사탕 2개, 껌 2개를 나누어 준다고 할 때, 껌을 받은 학생은 초콜릿을 받지 않도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 셋 중 어느 것도 받지 못한 학생이 있을 수 있다.) [3점]

- ① 240 ② 300 ③ 360 ④ 420 ⑤ 480

11. 방정식 $\frac{2^{2x} - 2^{x+1} - 15}{2^x - 5} = 9$ 의 모든 실근의 합을 k 라 할 때,
 2^k 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 10 ④ 12 ⑤ 30

12. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 6$, $\overline{BC} = 4$ 이다.
 변 BC의 중점 M에 대하여 점 P가 $\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PM} = \mathbf{0}$ 을
 만족시킬 때, $|\overrightarrow{PB}|^2$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

[13~14] 함수 $f(x) = \ln x - \frac{1}{8}x^2$ ($x > 0$) 에 대하여

$g(x) = f(-x)$ 일 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. $1 \leq x \leq e$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 의 길이는? [3점]

- ① $\frac{e^2+10}{8}$ ② $\frac{e^2+9}{8}$ ③ $\frac{e^2+8}{8}$ ④ $\frac{e^2+7}{8}$ ⑤ $\frac{e^2+6}{8}$

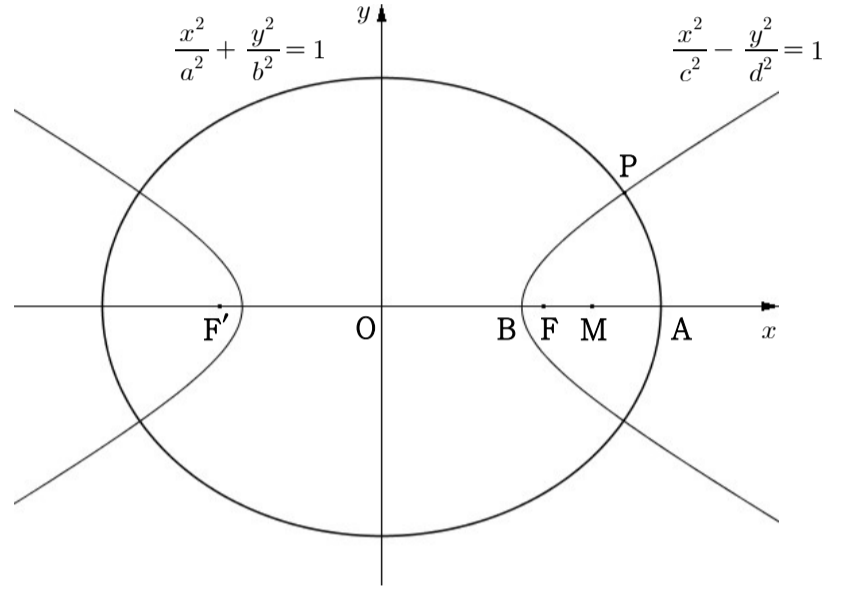
14. 좌표평면에서 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선과 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(b, f(b))$ 에서의 접선이 서로 만나지 않을 때, $2a - b$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ 6 ⑤ $4\sqrt{3}$

15. 닫힌 구간 $[0, a]$ 에서 정의된 확률변수 X 의 확률밀도함수가 $f(x) = 2x^3 e^{-x^2} (0 \leq x \leq a)$ 일 때, $4V(X) + E(2X)^2$ 의 값은? [4점]

- ① $4e-10$ ② $4e-9$ ③ $4e-8$ ④ $4e-7$ ⑤ $4e-6$

16. 그림과 같이 두 초점 F, F' 을 공유하고 제 1사분면 위의 점 P 에서 만나는 두 이차곡선 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \frac{x^2}{c^2} - \frac{y^2}{d^2} = 1$ 의 꼭짓점 중 x 좌표가 양수인 점을 각각 A, B 라고 하자. 선분 AB 의 중점 M 에 대하여 $\overline{PF} : \overline{OM} = 2 : 3$ 일 때, $\frac{\overline{PF'}}{\overline{PF}}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]



- ① 3 ② $\frac{19}{6}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

17. A, B 두 학교에서 학생들이 자신이 인성이 좋다고 생각하는지 알아보기 위해 설문조사를 실시하였다. A 학교 학생 중 160명을 임의추출 하였을 때 ‘나는 인성이 좋다’ 고 대답한 학생의 표본비율의 99% 신뢰구간이 $[a, b]$ 이고, B 학교 학생 중 n 명을 임의추출 하였을 때 ‘나는 인성이 좋다’ 고 대답한 학생의 표본비율의 99% 신뢰구간이 $[c, d]$ 이다. 0보다 크고 1보다 작은 네 실수 a, b, c, d 가 $a+b=c+d, \frac{d-c}{b-a} = \frac{2}{3}$ 을 만족시킬 때, n 의 값은?
(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| < 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 240 ② 256 ③ 300 ④ 324 ⑤ 360

18. 닫힌 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = e^x \sin x$ 가 있다. 모든 자연수 n 에 대하여 $f_{n+1}(x) = \{f_n(x)\}'$ 일 때, 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, $f_1(x) = f(x)$ 이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $f_{n+4}(x) + 4f_n(x) = 0$

ㄴ. 함수 $g(x) = f_{2014}(x) - f_{2016}(x)$ 의 변곡점의 개수는 2개다.

ㄷ. 수열 $a_n = \int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{3}{2}\pi} \left| \frac{f_n(x)}{e^x} \right| dx$ 에 대하여

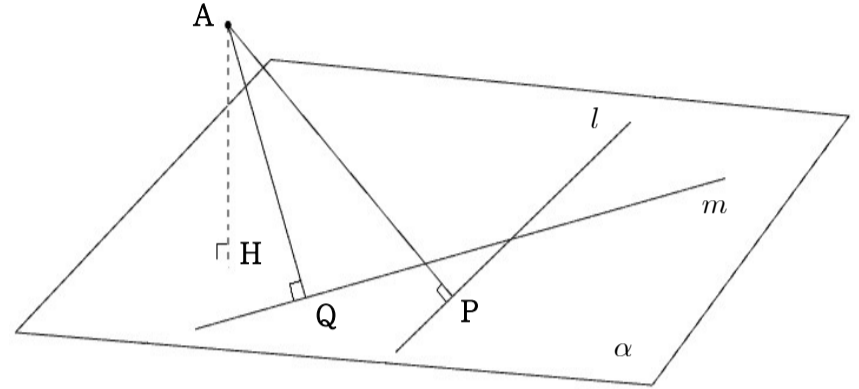
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \text{ 이다.}$$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 한 개의 주사위를 3번 던져서 나온 눈의 수의 합이 14점 이상이 되면 이기는 게임이 있다. 이 게임에서 이겼을 때, 6의 눈이 2번 이상 나왔을 확률은? [4점]

- ① $\frac{13}{35}$ ② $\frac{13}{34}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{7}{17}$ ⑤ $\frac{3}{7}$

20. 그림과 같이 점 A에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H, 점 A에서 평면 α 위의 두 직선 l, m 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{AH}=2\sqrt{3}$, $\overline{AP}=6$, $\overline{AQ}=2\sqrt{5}$ 이다. 삼각형 APQ의 넓이가 6일 때, 두 직선 l, m 이 이루는 예각의 크기 θ 에 대하여 $\cos\theta$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{30}}{6}$ ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

21. $x=1$ 에서의 함숫값이 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

(가) $f'(x)$ 는 $x=1$ 에서 최솟값 $\frac{1}{2}$ 을 갖는다.
 (나) $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,
 $\int_1^a \frac{1}{g'(x)} dx = \int_1^a \{f'(x)\}^2 dx$ 를 만족시키는 실수 a 의
 값들의 곱은 $\frac{3}{4}$ 이다.

- ① $-\frac{9}{4}$ ② -2 ③ $-\frac{7}{4}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{5}{4}$

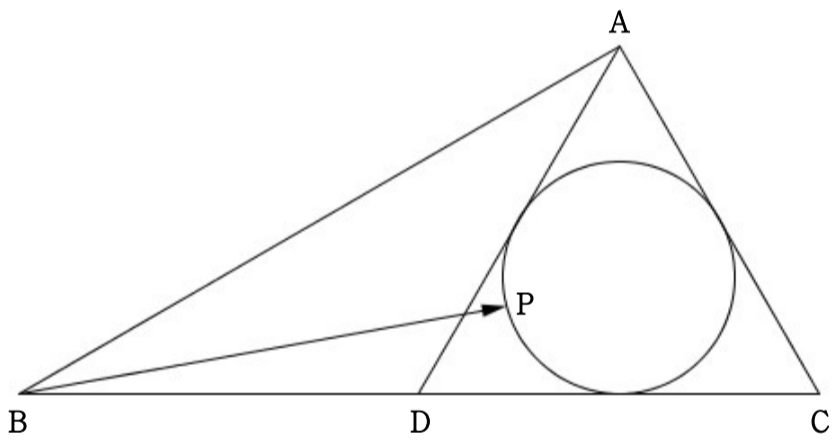
단답형

22. $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^7$ 의 전개식에서 x^4 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \begin{cases} e^{2x} + a & (x \leq 0) \\ 3\sin bx + 5 & (x > 0) \end{cases}$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

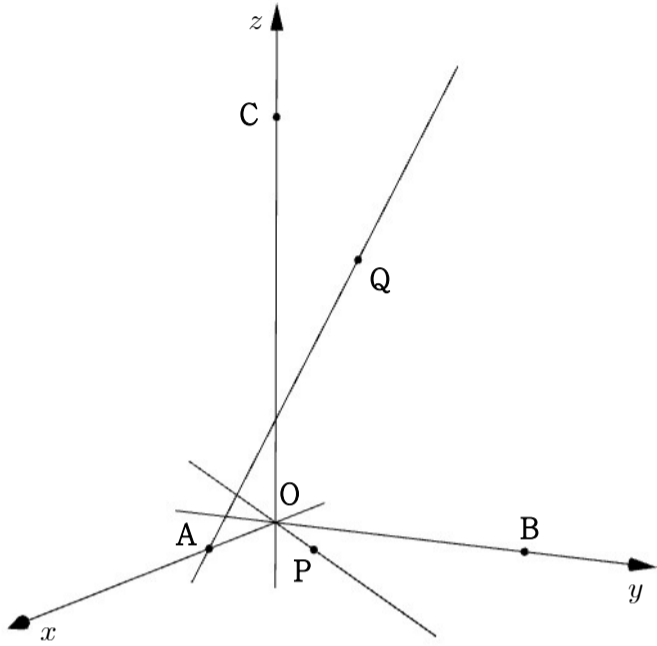
24. $S(6, 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 3\sqrt{3}$, $\overline{AC} = 3$ 인 직각삼각형 ABC에 대하여 선분 BC의 중점을 D라 하고, 삼각형 ADC에 내접하는 원 위의 점을 P라 할 때, $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BP}$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]



26. 좌표평면에서 $y = \sqrt{2} \ln x$ 의 그래프 위의 점 $P(x, f(x))$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 선분 PH를 한 변으로 하는 정사각형을 x 축에 수직인 평면 위에 그린다. 점 P가 $x=1$ 에서 $x=e$ 까지 변할 때, 이 정사각형이 만드는 입체도형의 부피가 $ae+b$ 이다. 유리수 a, b 에 대하여 a^2+b^2 의 값을 구하시오. [4점]

27. 좌표공간의 세 점 $A(3, 0, 0)$, $B(0, 6, 0)$, $C(0, 0, 9)$ 에 대하여 \overline{AB} 를 1:2로 내분하는 점을 P , \overline{BC} 를 2:1로 내분하는 점을 Q 라 하자. 두 점 O, P 를 지나는 직선과 두 점 A, Q 를 지나는 직선 사이의 거리를 l 이라 할 때, $7l^2$ 의 값을 구하시오.
(단, O 는 원점이다.) [4점]



28. 1부터 6까지의 자연수가 각각 적혀있는 카드 6장을 뒤집어 놓고 그 중에 무작위로 하나를 뽑아 얻을 때, 세 집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$, $C = \{5, 6\}$ 중 어느 한 집합이 완성될 때까지 시행을 반복하여 얻은 카드들에 적힌 숫자의 합을 확률변수 X 라 하자. 예를 들어, 1, 4, 5, 2 순서대로 카드가 뽑혀 집합 $A = \{1, 2\}$ 가 완성되었을 경우, $X = 12$ 이다.

$P(X=13) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이고, 뽑은 카드는 다시 되돌려 놓지 않는다.) [4점]

29. 좌표공간에 구 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 25$ 와 점 $A(1, 4, 3)$ 가 있다.
 구 S 와 평면 $\alpha: 3x + 2y + \sqrt{3}z + 12 = 0$ 가 만나 생기는
 도형의 둘레 위의 점 P 가 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP} = 25$ 를 만족시킬 때,
 평면 α 와 평면 OPA 가 이루는 예각의 크기 θ 에 대하여
 $\cos\theta = p$ 이다. $100p^2$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)
 [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가
 다음 조건을 만족시킬 때, 50 이하의 자연수 n 에 대하여
 $\int_0^1 \sum_{k=1}^n \{(k^2 + k)x^{2k-1} f(x^k)\} dx$ 의 값이 정수가 되게 하는 모든
 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) $f(1) = 0$

(나) $\int_t^{t+1} x^2 f'(2x) dx = t^2 + t + \frac{1}{8}$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.