

2017학년도 6월 흥현빈 모의고사

# 수학 영역 (가형)

성명	
----	--

수험번호						-			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(A형/B형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정확히 기재하시오.

## 아무런지 않은 척

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 정답에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.  
배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

**Bin**



제 2 교시

수학 영역(가 형)

5지선다형

1. 방정식  $2^{x+2} = 8$  일 때,  $x$  의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

2. 함수  $f(x) = 8e^{2x} + \sin x$  에 대하여  $f'(0)$  의 값은? [2점]

- ① 11
- ② 13
- ③ 15
- ④ 17
- ⑤ 19

3.  ${}_6C_n = 20$  을 만족시키는  $n$  의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

4. 포물선  $y^2 = 4px$  와 쌍곡선  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  이 같은 초점을

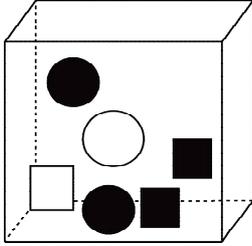
공유할 때, 가능한 상수  $p$  의 값의 곱은? [3점]

- ① -9
- ② -16
- ③ -25
- ④ -36
- ⑤ -49

# 2

# 수학 영역(가형)

5. 다음 그림과 같이 상자에 6개의 도형 장난감이 들어있다.  
상자에서 임의로 한 개를 뽑은 것이 검은 색 장난감일 때, 그  
도형 장난감이 네모일 확률은?(단, 뽑을 때 장난감의 크기와  
모양은 고려하지 않는다.)(3점)



- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{2}{3}$     ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

6. 함수  $f(x) = \sin(ax)$  ( $0 < a < 10$ )가 모든 실수  $x$ 에  
대하여  $f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = f(x)$ 가 되게 하는 모든 상수  $a$ 값의 합은?  
[3점]

- ① 4    ② 6    ③ 9    ④ 12    ⑤ 15

7.  $\int_1^2 xe^{x-1} dx$ 의 값은?(3점)

- ①  $2e$     ②  $2e-1$     ③  $e-2$     ④  $e-1$     ⑤  $e$

8. 서로 다른 펜 7개를 서로 같은 상자 3개에 나눠 넣을 때, 각 상자에 적어도 2개씩 넣는 경우의 수는? [3점]

- ① 105    ② 150    ③ 175    ④ 210    ⑤ 315

9. 곡선  $x^2 - y^2 + 2y = xy$  위의 점  $(2, a)$ 에서의 접선의 기울기는?(단,  $a > 0$ 이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{2}{3}$     ④ 1    ⑤ 2

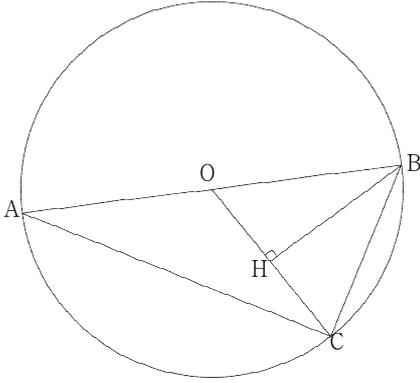
10. 좌표평면에서 크기가 같은 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$  가

$$\begin{cases} |\vec{a} + \vec{b}| = 8 \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \end{cases}$$

을 만족할 때,  $|\vec{a} - \vec{b}|$ 의 값은? [3점]

- ① 6    ② 9    ③ 16    ④ 25    ⑤ 36

11. 그림과 같이 점  $O$ 를 중심으로 하고  $\overline{AB} = 10$ 인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 원이 있다. 점  $B$ 에서 선분  $OC$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하고  $\overline{BC} = 6$ 일 때,  $\overline{OH}$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{5}{7}$     ②  $\frac{3}{4}$     ③ 1    ④  $\frac{4}{3}$     ⑤  $\frac{7}{5}$

12. 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  위의 점  $(4, a)$  ( $a > 0$ )에서 그은 접선의 수직이고 원점을 지나는 직선이 점  $(4, b)$ 를 지난다. 상수  $b$ 의 값은?

[3점]

- ① 2    ② 3    ③ 4    ④ 5    ⑤ 6

[13~14] 곡선  $y = \log_3 x$  위의 임의의 점  $A(a, b)$  ( $b > 0$ )을 지나고  $x$ 축과  $y$ 축에 평행한 직선을 각각 그을 때, 이 직선들이  $y$ 축과 만나는 점을 B, 곡선  $y = -2\log_3 x$ 와 만나는 점을 C라 하자. 13번과 14번의 물음에 답하시오.

13.  $\overline{AC} = 6$ 일 때, 두 점 B, C를 지나는 직선의 기울기는?

[3점]

- ①  $-1$     ②  $-2$     ③  $-\frac{2}{3}$     ④  $-\frac{1}{3}$     ⑤  $-\frac{1}{2}$

14. 삼각형 ABC가 직각이등변삼각형이고, 변 BC는  $(1, 0)$ 을 지날 때, 곡선  $y = \log_3 x$ 와  $x = a$ , 직선 BC로 둘러싸인 넓이는? [4점]

- ①  $2 - \frac{1}{\ln 3}$                       ②  $2 - \frac{2}{\ln 3}$                       ③  $3 - \frac{2}{\ln 3}$   
 ④  $4 - \frac{2}{\ln 3}$                       ⑤  $5 - \frac{2}{\ln 3}$

## 6

## 수학 영역(가형)

15. 좌표평면 위의 세 점  $A(5, 12), B, C$ 에 대하여 점  $A$ 에서 점  $B$ 까지의 거리와 점  $A$ 에서 점  $C$ 까지의 거리가 같을 때,  $|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|$ 의 최댓값은 25이다.  $|\overrightarrow{OB}|$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 15      ② 18      ③ 20      ④ 22      ⑤ 25

16. 1부터 9까지 번호가 하나씩 쓰여 있는 9개의 공이 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 차례로 공을 3개 뽑고 공에 적힌 번호를 뽑힌 순서대로  $a, b, c$ 라 할 때,  $a \times b, c$ 가 모두 3의 배수가 될 확률은? [4점]

- ①  $\frac{13}{84}$       ②  $\frac{5}{28}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{6}$       ⑤  $\frac{1}{4}$

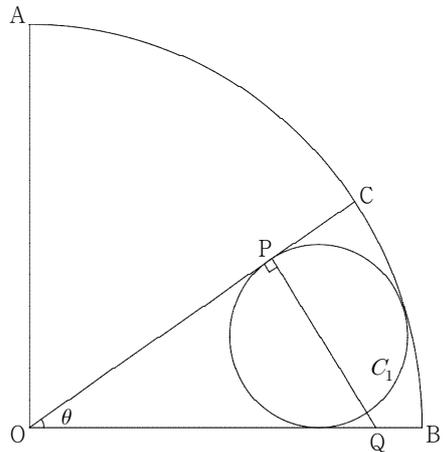
17. 곡선  $y = e^x$ 과 함수  $g(x) = mx + n$  ( $m < 0$ )이 직선  $x = t$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.  $\overline{AB} = f(t)$ 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t) - 2}{t} = -2$ 이다.  $g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

18. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다.  $\angle COB = \theta$ 가 되도록 호 AB 위의 점 C를 잡을 때 원  $C_1$ 은 부채꼴과 접하고 선분 OC와 점 P에서 접한다. 점 P에서 선분 OC와 수직인 직선을 그어서 선분 OB와 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? [4점]



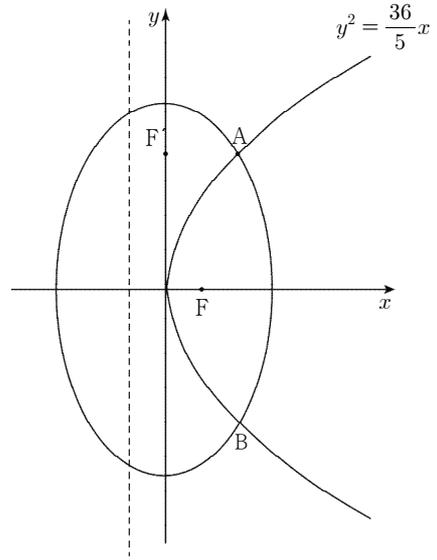
- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 4

19.  $1 \leq a \leq 3, 1 \leq b \leq 3$  인 자연수  $a, b$  와 집합

$X: \{1, 2, 3, 4\}$  에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$  가 모든  $a, b$  에 대하여  $f(a) \times f(b) \leq f(4)$  를 만족한다. 함수  $f$  의 개수는?  
(단,  $a \neq b$  이다.) [4점]

- ① 10                      ② 13                      ③ 22
- ④ 24                      ⑤ 26

20. 그림과 같이 타원이 포물선  $y^2 = \frac{36}{5}x$  과 두 점 A, B 에서 만난다. 포물선 위의 점 A 에 대하여 초점 F 와 점 A 를 이은 선분의 길이가  $\frac{34}{5}$  이고, 점 A 에서 포물선의 준선에 내린 수선은 타원의 한 초점 F' 를 지난다. 점 P ( $2\sqrt{10}, a$ ) 가 타원 위의 점일 때,  $a$  의 값은? [4점]



- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

21. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x) = f(x)e^{-x}$  위의 점  $(t, f(t)e^{-t})$ 에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점의  $x$ 좌표를  $h(t)$ 라 하자. 함수  $g(x)$ 와  $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $h(t)$ 는 모든 실수  $t$ 에서 연속이다.
- (나)  $x \geq 0$ 에서 함수  $g(x)$ 의 최댓값은 2이다.

$f(1)$ 의 값이 정수일 때,  $f(1)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

단답형

22.  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ 일 때,  $12 \tan \alpha$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [3점]

23.  $\int_0^1 2x^3 e^x dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 좌표평면 위의 원점  $O$ 와 두 점  $A(2, 4)$ ,  $B(a, b)$ 에 대하여  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$ 일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 서로 다른 과자 6개를 학생  $A$ 를 포함한 3명에게 남김없이 나눠줄 때,  $A$ 는 1개 이하의 과자를 받는 경우의 수를 구하시오. (단, 1개도 못 받는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

26. 함수  $f(x) = x^2 e^{-x+2}$ 와 정수  $t$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < t) \\ -f(x) & (x \geq t) \end{cases}$$

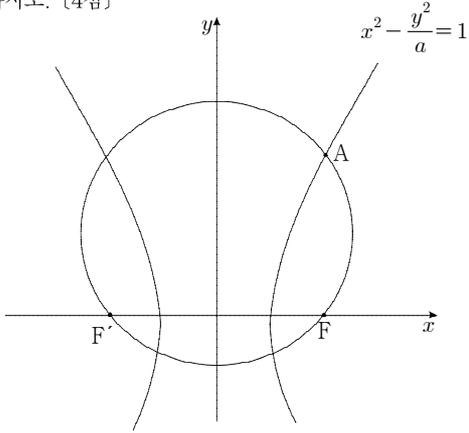
라 할 때, 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $g(x)$ 는 불연속함수이다.

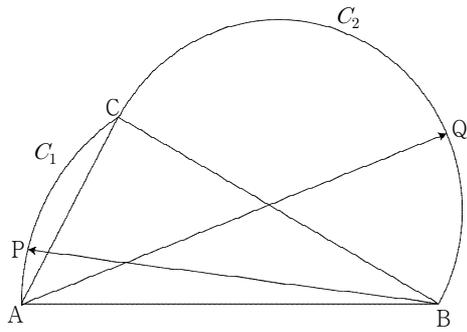
(나) 함수  $g(x)$ 의 치역은  $\{y \mid y \geq -4\}$

$t$ 의 최댓값을  $k$ 라 할 때,  $\frac{f(k)}{e^{-k+2}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 쌍곡선  $x^2 - \frac{y^2}{a} = 1$  위의  $x$ 좌표가 양수인 점 A와 쌍곡선의 두 초점 F, F'를 지나는 원이 있다. 원이 선분 AF'를 지름으로 하고 삼각형 AFF'의 넓이가 6일 때, 쌍곡선의 점근선의 방정식을  $y = \pm mx$ 이다.  $m^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이 직각삼각형 ABC와 길이가 8인 선분 AB를 지름으로 하는 원의 일부인  $C_1$  위의 임의의 점 P와 선분 BC를 지름으로 하는 반원  $C_2$  위의 임의의 점 Q가 있다.  $\angle ABC = \frac{\pi}{6}$ 일 때,  $|\vec{BP} + \vec{AQ}|$ 가 최대가 되게 하는 점 P, Q에 대하여 삼각형 BPQ의 넓이가  $\frac{a\sqrt{b}}{7}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 기홍, 현수, 유지 3명의 학생이 2시, 5시, 8시에 각 1편씩 총 3편의 영화를 관람하려한다. 그림과 같이 상영관은 1,2,3관으로 총 3개의관이 있고 각 상영관에서는 매시간마다 같은 영화만 상영한다. 예를 들어, 2관에선 오직 B 영화만 상영한다. **각 상영관의 정원이 총 2명일 때**, 3명의 학생이 다음 조건에 맞게 3편의 영화를 관람할 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가) 현수는 유지와 함께 영화를 관람 하지 않고, 기홍은 유지와 함께 영화를 관람한다.  
 (나) 기홍과 유지는 A, B, C 모든 영화를 관람한다.

상영시간표			
관 시간	1관	2관	3관
2시	A	B	C
5시	A	B	C
8시	A	B	C

30. 모든 실수  $x$ 에 대하여 미분가능한 함수  $g(x)$ 와

$$f(x) = \frac{x^2}{9} + a \quad (a > 0)$$

가 다음 조건을 만족한다.

(가)  $f(x) = 3 + \int_{-3}^x \frac{g(t)}{f(t)} dt$   
 (나)  $\int_0^3 \{f(x)\}^2 g'(x) dx = 2$

곡선  $y = g(x)$ 와  $x$ 축, 두 직선  $x = 0, x = 3$  로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형 일 때, 이 입체도형의 부피를 구하시오. [4점]