

05 조건부 확률

확률과 통계 교과서 Review

문제 1

주머니 A에는 흰 공 1개, 검은 공 2개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 2개, 검은 공 3개가 들어 있다. 주머니 A와 B에서 임의로 각각 하나의 공을 꺼내었더니 흰 공이 1개, 검은 공이 1개이었을 때, 그 흰 공이 주머니 B에서 나왔을 확률을 구하여라.

문제 2

어느 의사가 치매에 걸린 사람을 치매라고 진단할 확률은 0.95이고, 치매에 걸리지 않은 사람을 치매가 아니라고 진단할 확률은 0.9라고 한다. 이 의사가 실제로 치매에 걸린 사람 100명과 실제로 치매에 걸리지 않은 사람 900명을 대상으로 치매에 걸렸는지 여부를 진단하려고 한다. 이들 1000명 중 어떤 사람이 치매에 걸렸다고 진단을 받았을 때, 그 사람이 실제로는 치매에 걸리지 않았을 확률을 구하여라.

문제 3

어느 지역에서 비가 온 다음 날에 비가 오지 않을 확률은 0.40이고, 비가 오지 않은 다음 날 비가 오지 않을 확률은 0.75라고 한다. 이 지역에서 월요일에 비가 왔을 때, 같은 주 수요일에 비가 올 확률을 구하여라.



문제 4

어느 기계는 독립적으로 작동하는 두 개의 부품 A, B로 구성된다. 두 개의 부품 중 적어도 하나가 작동하면 이 기계가 작동을 한다고 한다. 부품 A, B가 각각 고장날 확률이 0.2, 0.3일 때, 이 기계가 작동할 확률을 구하여라.

O5 조건부 확률

확률과 통계 교과서 Review

문제 5

컴퓨터 게임에서 캐릭터 A와 B가 자동차 경주를 할 때, A가 이길 확률은 $\frac{2}{3}$ 라고 한다. 두 경기를 먼저 연속해서 이기는 경우 우승한다고 할 때, 4경기 만에 A가 우승할 확률을 구하여라. (단, 비기는 경우는 없다.)

문제 6

3개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 나오는 동전이 1개 이하인 사건을 A , 동전 3개가 모두 같은 면이 나오는 사건을 B 라고 하자. 다음 중 옳은 것을 모두 찾아라.

ㄱ. $P(A) = \frac{1}{2}$

ㄴ. $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$

ㄷ. 사건 A 와 사건 B 는 서로 독립이다.

문제 7

두 개의 동전을 동시에 던져서 모두 앞면이 나오면 1점, 그렇지 않으면 0점을 얻는 게임이 있다. 이 게임을 5번 시행하여 3점을 얻을 확률을 구하여라.

문제 8

어느 공항에서 가방을 보안 검색대에 통과시켰을 때, 의심되는 가방으로 판정되는 확률은 0.1이고 의심되는 가방 15개 중 4개의 비율로 위험한 물건이 발견된다고 한다. 임의의 1개의 가방을 보안 검색대에 통과시킬 때, 의심되는 가방으로 판정되어 위험한 물건이 나올 확률을 구하여라.



05 조건부 확률

확률과 통계 교과서 Review

문제 9

준영이와 민희는 순서대로 번갈아 가며 주사위를 던져 5 이상의 눈이 2번 먼저 나오는 사람이 이기는 게임을 하기로 하였다. 두 사람이 주사위를 던진 횟수를 합쳐서 다섯 번 만에 준영이가 이길 확률은? (단, 준영이가 먼저 주사위를 던진다.)

- ① $\frac{4}{243}$ ② $\frac{8}{243}$ ③ $\frac{16}{243}$ ④ $\frac{32}{243}$ ⑤ $\frac{64}{243}$

문제 10

매일 한 장씩 행운권을 지급하는 인터넷 사이트가 있다. 행운권이 당첨된 날의 다음 날에 행운권이 당첨될 확률은 $\frac{1}{4}$ 이고, 행운권이 당첨되지 않은 날의 다음 날에 행운권이 당첨될 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다. 오늘 행운권이 당첨될 확률이 $\frac{3}{5}$ 일 때, 내일 행운권이 당첨될 확률을 구하는 풀이 과정과 답을 써라.

문제 11

두 과수원 A, B에서 생산된 사과는 무게에 따라 분류되는데, 잘못 분류되는 비율이 각각 2%, 3%라고 한다. A 과수원에서 생산된 사과 두 상자와 B 과수원에서 생산된 사과 한 상자가 있다. 이 세 상자 중에서 임의로 한 상자를 택하고, 그 상자에서 사과 한 개를 꺼낼 때, 다음을 구하여 보자.

- (1) 꺼낸 사과가 잘못 분류된 사과일 확률
- (2) 꺼낸 사과가 잘못 분류된 사과일 때, 그 사과가 A 과수원에서 생산된 사과일 확률

문제 12

어느 날 유나네 학교 학생들의 통학 수단과 지각생을 조사하였더니 다음과 같았다.

- (가) 전체 학생 중에서 40%는 자전거로, 나머지 60%는 걸어서 등교하였다.
 (나) 자전거로 등교한 학생의 $\frac{1}{15}$ 과 걸어서 등교한 학생의 $\frac{1}{20}$ 이 지각하였다.

유나네 학교 학생 중에서 임의로 택한 한 명이 지각한 학생일 때, 그 학생이 자전거로 등교하였을 확률을 구하여라.

O5 조건부 확률

확률과 통계 교과서 Review

문제 13

두 팀 A, B가 진출한 오디션 프로그램의 결선은 5번의 경연 중에서 3번을 먼저 이기는 팀이 최종 우승을 하게 된다. 첫 번째 경연에서 A팀이 이겼을 때, A팀이 최종 우승을 할 확률을 구하여라. (단, 두 팀이 이길 확률은 같고, 비기는 경우는 없다.)

문제 14

두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B^c) = \frac{2}{3}, P(B|A) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(A|B^c)$ 를 구하여라.

문제 15

두 사건 A, B^c 가 서로 독립이고, $P(A \cup B) = 1$,
 $P(A) = 2P(B) = x$ 일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

O5 조건부 확률

확률과 통계 교과서 Review

문제 16

두 사건 A, B 가 서로 독립일 때, 두 사건 A^C, B^C 도 서로 독립임을 증명하여라. (단, $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$)

문제 17

어떤 배구 대회에서는 결승에 진출한 두 팀이 5번의 경기를 하여 먼저 3번을 이기는 팀이 우승하게 된다. 이 배구 대회 결승에 진출한 두 팀 A, B 의 경기에서 A 팀의 승률이 $\frac{3}{5}$ 일 때, 4번째 경기에서 A 팀이 우승할 확률을 구하여라. (단, 비기는 경우는 없다.)

문제 18

어느 음식점에서 손님이 음식 A 를 주문할 확률은 $\frac{1}{2}$ 이고, 음식 A 와 B 를 모두 주문할 확률은 $\frac{1}{5}$ 이라고 하자. 이 음식점에서 어떤 손님이 음식 A 를 주문할 때, 이 손님이 음식 B 도 주문할 확률을 구하여라.

05 조건부 확률

확률과 통계 교과서 Review

〈정답 및 해설〉 확률과 통계 - 5단원. 조건부 확률

- $\frac{4}{7}$
- 실제로 치매에 걸린 사람 100명 중 치매에 걸렸다고 진단 받은 사람 수는 $100 \times 0.95 = 95$ (명)
 실제로 치매에 걸리지 않은 사람 900명 중 치매에 걸렸다고 진단 받은 사람 수는 $900 \times (1 - 0.9) = 90$ (명)
 따라서 1000명 중 치매에 걸렸다고 진단 받은 사람 수는 $95 + 90 = 185$ (명)이므로 이 사람이 실제로는 치매에 걸리지 않았을 확률은 $\frac{90}{95 + 90} = \frac{90}{185} = \frac{18}{37}$

3. 0.46

4. 0.94

5. $\frac{8}{81}$

6. ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. $\frac{45}{512}$

8. $\frac{2}{75}$

9. ④

10. [정답] $\frac{39}{100}$

[풀이]

오늘 행운권이 당첨되는 사건을 A , 내일 행운권이 당첨되는 사건을 B 라고 하면

$$P(A) = \frac{3}{5}, P(B|A) = \frac{1}{4}, P(B|A^c) = \frac{3}{5}$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$$

$$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B|A^c)$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B) = \frac{3}{20} + \frac{6}{25} = \frac{39}{100}$$

O5 조건부 확률

확률과 통계 교과서 Review

11. [정답] (1) $\frac{7}{300}$ (2) $\frac{4}{7}$

[풀이]

A 과수원에서 생산된 사과 상자를 택하는 사건을 A, B 과수원에서 생산된 사과 상자를 택하는 사건을 B, 잘못 분류된 사과를 꺼내는 사건을 C라고 하면

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(C|A) = \frac{2}{100}$$

$$P(B) = \frac{1}{3}, P(C|B) = \frac{3}{100}$$

$$(1) P(C) = P(C \cap A) + P(C \cap B) = P(A)P(C|A) + P(B)P(C|B) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{100} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{100} = \frac{7}{300}$$

$$(2) P(A|C) = \frac{P(C \cap A)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{300}}{\frac{7}{300}} = \frac{2}{7}$$

12. [정답] $\frac{8}{17}$

[풀이]

자전거로 등교한 학생을 택하는 사건을 A, 자각한 학생을 택하는 사건을 B라고 하면

$$P(A) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}, P(A^c) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

$$P(B|A) = \frac{1}{15}, P(B|A^c) = \frac{1}{20}$$

이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{15} = \frac{2}{75}$$

$$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B|A^c) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{100}$$

$$P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B) = \frac{2}{75} + \frac{3}{100} = \frac{17}{300}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{75}}{\frac{17}{300}} = \frac{8}{17}$$

13. [정답] $\frac{11}{16}$

[풀이]

(i) A팀이 세 번째 경연에서 최종 우승을 하는 경우

A팀이 두 번째 경연과 세 번째 경연에서 모두 이겨야 하므로 확률은

$${}_2C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

(ii) A팀이 네 번째 경연에서 최종 우승을 하는 경우

세 번째 경연까지 A팀이 한 번 이기고 네 번째 경연에서 이겨야 하므로 확률은

$${}_3C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(iii) A팀이 다섯 번째 경연에서 최종 우승을 하는 경우

네 번째 경연까지 A팀이 한 번 이기고 다섯 번째 경연에서 이겨야 하므로 확률은

$${}_4C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{11}{16}$$

O5 조건부 확률

확률과 통계 교과서 Review

14. [정답] $\frac{5}{8}$

[풀이]

$$P(B^c | A) = 1 - P(B|A) = \frac{5}{6} \text{이므로}$$

$$P(A \cap B^c) = P(A) P(B^c | A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$$

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{8}$$

15. 1

16. [정답] 독립

[풀이]

두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$P(A^c \cap B^c)$$

$$= P((A \cup B)^c)$$

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - \{P(A) + P(B) - P(A \cap B)\}$$

$$= 1 - \{P(A) + P(B) - P(A)P(B)\}$$

$$= 1 - P(A) - P(B) + P(A)P(B)$$

$$= \{1 - P(A)\}\{1 - P(B)\}$$

$$= P(A^c)P(B^c)$$

따라서 두 사건 A^c, B^c 도 서로 독립이다.

17. [정답] $\frac{162}{625}$

[풀이]

4번째 경기에서 A 팀이 우승하려면 3번의 경기 중에서 2번을 A 팀이 이기고, 4번째 경기에서 A 팀이 이기면 된다.

따라서 구하는 확률은

$${}_3C_2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^1 \times \frac{3}{5} = \frac{162}{625}$$

18. [정답] $\frac{2}{5}$

[풀이]

손님이 두 음식 A, B를 주문하는 사건을 각각 A, B 라고 하면

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

이므로 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5}$$