

16 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} k^2 = (-1)^{n+1} \cdot \frac{n(n+1)}{2} \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때,
 (좌변) $= (-1)^2 \times 1^2 = 1$
 (우변) $= (-1)^2 \times \frac{1 \times 2}{2} = 1$
 따라서 (*)이 성립한다.
 (ii) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m+1} (-1)^{k+1} k^2 = \sum_{k=1}^m (-1)^{k+1} k^2 + \boxed{(가)}$$

$$= \boxed{(나)} + \boxed{(가)}$$

$$= (-1)^{m+2} \cdot \frac{(m+1)(m+2)}{2}$$
 이다.
 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.
 (i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때,

$\frac{f(5)}{g(2)}$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

Q2. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} (n+1-k)^2 = \sum_{k=1}^n k \dots\dots \textcircled{1}$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(1) $n=1$ 일 때, (좌변) $= 1$, (우변) $= 1$ 이므로 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.
 (2) $n=m$ 일 때 $\textcircled{1}$ 이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m (-1)^{k-1} (m+1-k)^2 = \sum_{k=1}^m k$$
 이다. $n=m+1$ 일 때 $\textcircled{1}$ 이 성립함을 보이자.

$$\sum_{k=1}^{m+1} (-1)^{k-1} (m+2-k)^2$$

$$= (-1)^0 (m+1)^2 + (-1)^1 m^2 + \dots + (-1)^m \cdot 1^2$$

$$= (m+1)^2 + \boxed{(가)} \cdot \sum_{k=1}^m (-1)^{k-1} (m+1-k)^2$$

$$= (m+1)^2 + \boxed{(나)} = \sum_{k=1}^{m+1} k$$
 그러므로 $n=m+1$ 일 때도 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.
 따라서 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

위의 증명에서 (가)에 알맞은 수를 a 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(m)$ 이라 할 때, $a+f(9)$ 의 값은? (4점)

- ① -46 ② -44 ③ -42
 ④ -40 ⑤ -38

Q3. 다음은 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{i=1}^{2n-1} \{i + (n-1)^2\} = (n-1)^3 + n^3 \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(1) $n=1$ 일 때, $1+0^2=0^3+1^3$ 이므로 (*)이 성립한다.
 (2) $n=k$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하고,
 $n=k+1$ 일 때 (*)이 성립함을 보이자.

$$\sum_{i=1}^{2k+1} (i+k^2) = \sum_{i=1}^{2k-1} \{i+(k-1)^2\} + \sum_{i=1}^{2k-1} (2k-1) + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= \boxed{\text{(나)}}$$

그러므로 $n=k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.
 따라서 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나)에 알맞은 식을 $g(k)$ 라 할 때, $\frac{g(4)}{f(4)}$ 의 값은? (3점)

- ① $\frac{23}{7}$ ② $\frac{24}{7}$ ③ $\frac{25}{7}$
 ④ $\frac{26}{7}$ ⑤ $\frac{27}{7}$

1) ㄱ ㄷ ㅅ ㅈ ㅊ ㅋ ㆁ ㆅ ㆆ ㆇ ㆈ ㆉ ㆊ ㆋ ㆌ ㆍ ㆎ ㆏ ㆐ ㆑ ㆒ ㆓ ㆔ ㆕ ㆖ ㆗ ㆘ ㆙ ㆚ ㆛ ㆜ ㆝ ㆞ ㆟ ㆠ ㆡ ㆢ ㆣ ㆤ ㆥ ㆦ ㆧ ㆨ ㆩ ㆪ ㆫ ㆬ ㆭ ㆮ ㆯ ㆰ ㆱ ㆲ ㆳ ㆴ ㆵ ㆶ ㆷ ㆸ ㆹ ㆺ ㆻ ㆼ ㆽ ㆾ ㆿ ㆿ