제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\dfrac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[8]{4}}$ 의 값은? [2점]

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

2. 함수 $f(x)=x^3+3x^2-5$ 에 대하여 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

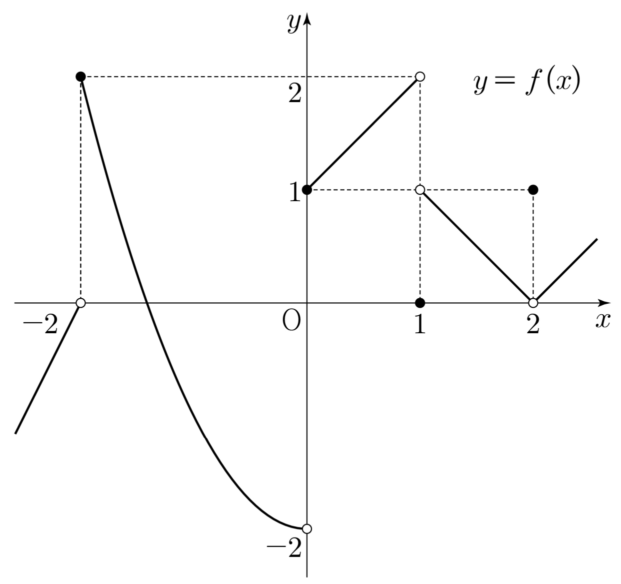
3. 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2a_3=2,\quad a_4=4$$

일 때, a_6 의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to 0-}f(x)+\lim\limits_{x\to 1+}f(x)$ 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 함수 $f(x)=(x+1)(x^2+x-5)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

① 15　② 16　③ 17　④ 18　⑤ 19

6. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\cos(\pi+\theta)=\frac{2\sqrt{5}}{5}$일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$　③ 0
④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$　⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

7. 함수

$$f(x)=\begin{cases}(x-a)^2 & (x<4)\\ 2x-4 & (x\ge 4)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 곱은? [3점]

① 6　② 9　③ 12　④ 15　⑤ 18

8. $a>2$인 상수 a에 대하여 두 수 $\log_2 a$, $\log_a 8$의 합과 곱이 각각 4, k일 때, $a+k$의 값은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

9. 함수 $f(x)=x^2+x$에 대하여

$$5\int_0^1 f(x)\,dx-\int_0^1\left(5x+f(x)\right)dx$$

의 값은? [4점]

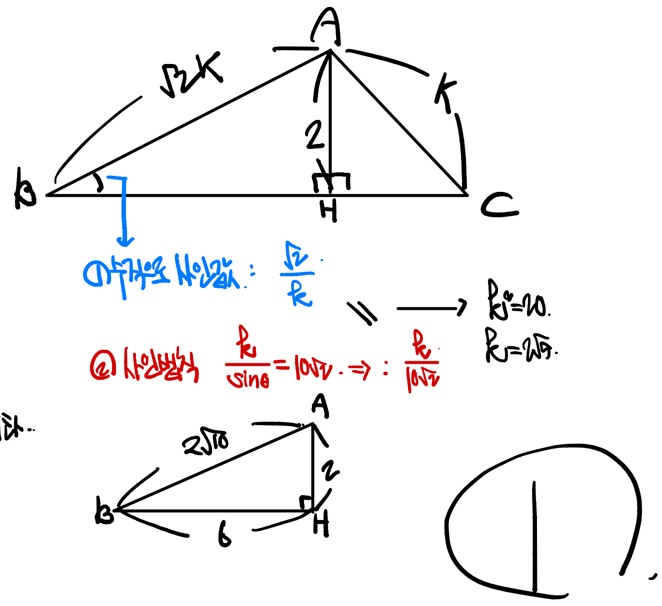
① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

10. $\angle A > \frac{\pi}{2}$인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \sqrt{2} : 1, \quad \overline{AH} = 2$$

이고, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 50π일 때, 선분 BH의 길이는? [4점]

① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7



11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^2 + t - 6,\quad x_2 = -t^3 + 7t^2$$

이다. 두 점 P, Q의 위치가 같아지는 순간 두 점 P, Q의 가속도를 각각 p, q라 할 때, $p-q$의 값은? [4점]

① 24　② 27　③ 30　④ 33　⑤ 36

$x_1 - x_2 = t^3 - 6t^2 + t - 6$.

$\boxed{t=6}$ ← 거리관계라도.. 조립제법을 쓰든..

$a_1 = 2$ (p)　|　$a_2 = -6t + 14$. → $a_2 = -22$ (q).

$\boxed{p-q=24}$.

1

12. 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} a_k$$

를 만족시킨다. $b_2 = -2$, $b_3 + b_7 = 0$일 때, 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제9항까지의 합은? [4점]

① -22　② -20　③ -18　④ -16　⑤ -14

관찰.. $b_1 = a_1$.

$b_2 = a_1 - a_2 = -d$(공차) $= -2$. $\boxed{d=2}$

$b_3 = -d + a_3$

$b_4 = -2d$.

⋮

$b_7 = -3d + a_7$.

합 $= 0$. i) $a_7 = a_3 + 4d$ 소거. $\boxed{a_3=0}$.

ii). 초항, 공차 분리해서 계산. $\boxed{a_1=-4}$

$\sum_{1}^{9} b_n = \underbrace{-20d}_{2(-d_2-4d)} + a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$.

$= -40 + \underset{(중항)}{0} + 8 + 12 = -20$

2

13. 함수

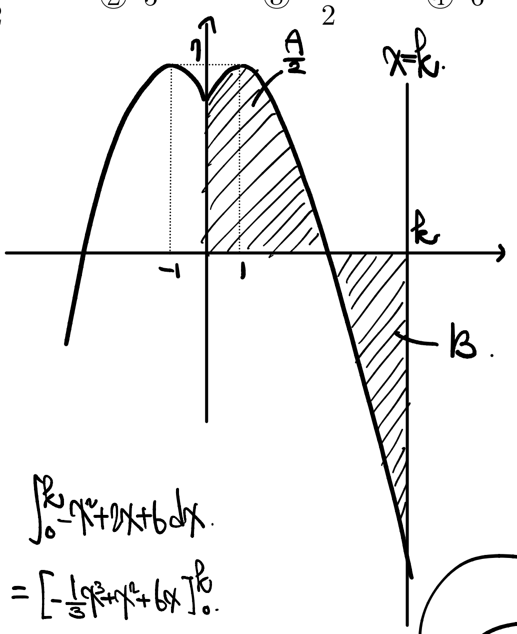
$-(x+1)^2+7$

$-(x-1)^2+7$

$$f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+6 & (x<0)\\ -x^2+2x+6 & (x\ge 0)\end{cases}$$

의 그래프가 x축과 만나는 서로 다른 두 점을 P, Q라 하고, 상수 $k\,(k>4)$에 대하여 직선 $x=k$가 x축과 만나는 점을 R이라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 선분 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $x=k$ 및 선분 QR로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자. $A=2B$일 때, k의 값은? (단, 점 P의 x좌표는 음수이다.) [4점] $\hookrightarrow \frac{A}{2}=B.$

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$



$\int_0^k -x^2+2x+6\,dx.$

$=\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2+6x\right]_0^k.$

$=k^3-3k^2-18$ $\boxed{k=6}$.

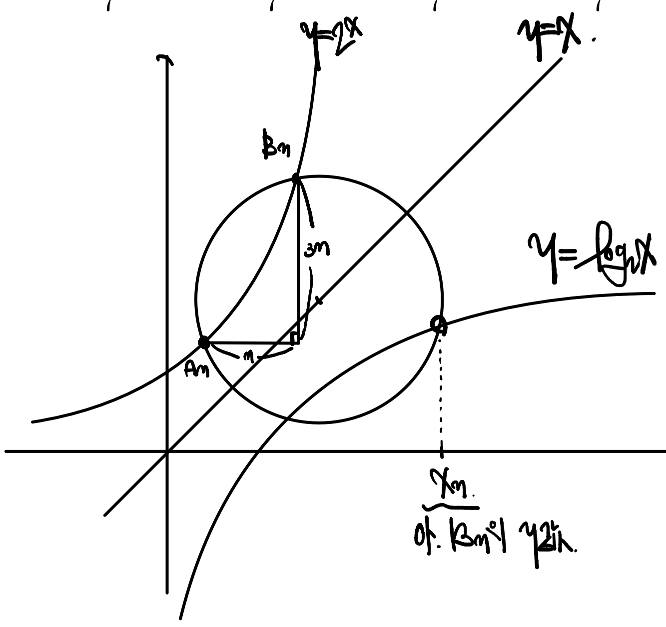
4

14. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=2^x$ 위의 두 점 A_n, B_n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$의 기울기는 3이다.
(나) $\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}=n\times\sqrt{10}$ → $3n$, n (An.Bn x좌표 X. Bn x > An x 차이.)

중심이 직선 $y=x$ 위에 있고 두 점 A_n, B_n을 지나는 원이 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 두 점의 x좌표 중 큰 값을 x_n이라 하자. $x_1+x_2+x_3$의 값은? [4점]

① $\frac{150}{7}$ ② $\frac{155}{7}$ ③ $\frac{160}{7}$ ④ $\frac{165}{7}$ ⑤ $\frac{170}{7}$



$A_n(t, 2^t).$

$\rightarrow B_n(t+n, \underbrace{2^t+3n}_{=2^{t+n}})$

① 일반화.

$(2^n-1)\cdot 2^t=3n.$

i) $n=1$ $2^t=3.$ $x_1=6.$

ii) $n=2.$ $2^t=2.$ $x_2=8.$

iii) $n=3.$ $2^t=\frac{9}{7}$ $x_3=\frac{72}{7}$

합: $\frac{170}{7}.$

② 1번.

〃

5

15. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$는 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\int_{1}^{x} tf(t)\,dt + \int_{-1}^{x} tg(t)\,dt = 3x^4 + 8x^3 - 3x^2$
>
> (나) $f(x) = xg'(x)$ 차수같다. (f와 g).

→ 이차함수겠구나 (∵ 가).

$\int_{0}^{3} g(x)\,dx$ 의 값은? [4점]

① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

$g(x) = ax^2 + bx + c$라 하면..

$+ \; f(x) = 2ax^2 + bx$ ..

(가) 미분, t 나누기. $\Rightarrow 12x^2 + 24x - 6$.

$g(x) = 4x^2 + 12x - 6$.

$\int_0^3 g(x)dx = \left[\frac{4}{3}x^3 + 6x^2 - 6x\right]_0^3$.

$36 + 54 - 18$.

$= 72$.

①.

단답형

16. 방정식

$$\log_3(x+2) - \log_{\frac{1}{3}}(x-4) = 3$$

을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 2x + 1$이고 $f(0) = 1$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} ka_k = 36, \quad \sum_{k=1}^{9} ka_{k+1} = 7$$

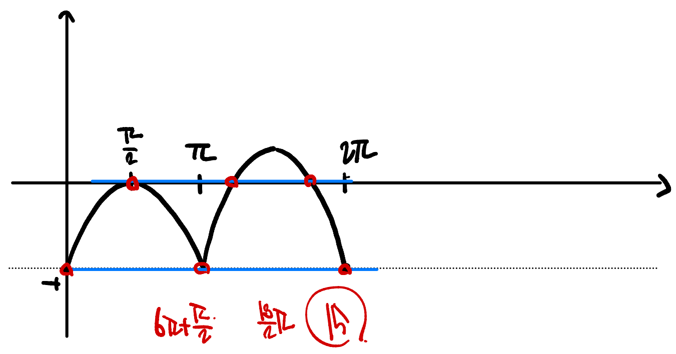
일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x)=x^3+ax^2-9x+b$는 $x=1$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극댓값이 28일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

20. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} \sin x - 1 & (0 \le x < \pi) \\ -\sqrt{2}\sin x - 1 & (\pi \le x \le 2\pi) \end{cases}$$

가 있다. $0 \le t \le 2\pi$인 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 t의 값의 합은 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 모든 정수 k에 대하여

$$2k-8 \le \frac{f(k+2)-f(k)}{2} \le 4k^2+14k$$

를 만족시킬 때, $f'(3)$의 값을 구하시오. [4점]

$4k^2+12k+8=0$.

$k=-1, -2$일 때 범위 → 값이 된다.

→ ① $f(1)-f(-1)=-20$.

② $f(0)-f(-2)=-24$.

구하는데 f'이니 f 상수 0으로 두고.

$f(x)=x^3+ax^2+bx$.

① $2+2b=-20$. $\boxed{b=-11}$.

② $8-4a+2b=-24$. $\boxed{a=\frac{5}{2}}$.

$f'(x)=3x^2+5x-11$.

$f'(3)=42-11=31$.

22. 양수 k에 대하여 $a_1=k$인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_2 \times a_3 < 0$
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
> $\left(a_{n+1}-a_n+\frac{2}{3}k\right)(a_{n+1}+ka_n)=0$이다.

$a_5=0$이 되도록 하는 서로 다른 모든 양수 k에 대하여 k^2의 값의 합을 구하시오. [4점]

(나). $a_{n+1}=\begin{cases} a_n-\frac{2}{3}k \\ -ka_n \end{cases}$

a_1 a_2 a_3 (가). a_4 a_5

k — $\frac{1}{3}k$ — $-\frac{1}{3}k$ 0. ①

$-\frac{1}{3}k^2$ 0. ②

$-k^2$ — $-k^2-\frac{2}{3}k$ X ③

k^3. 0. ④

a_4: 0 → a_5: 0

$\frac{2}{3}k$. → 0

① $\frac{1}{3}k^2=\frac{2}{3}k$. $k=2$. $\boxed{k^2=4}$

② $\frac{1}{3}k^3=\frac{2}{3}k$ $\boxed{k^2=2}$.

③ $k^3-\frac{2}{3}k=0$. $\boxed{k^2=\frac{2}{3}}$

④ $k^3-\frac{4}{3}k=0$ $\boxed{k^2=\frac{4}{3}}$.

8.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 5x}{x}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. 양수 t에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선의 기울기는 $\frac{1}{t} + 4e^{2t}$ 이다. $f(1) = 2e^2 + 1$ 일 때, $f(e)$의 값은? [3점]

① $2e^{2e} - 1$ ② $2e^{2e}$ ③ $2e^{2e} + 1$
④ $2e^{2e} + 2$ ⑤ $2e^{2e} + 3$

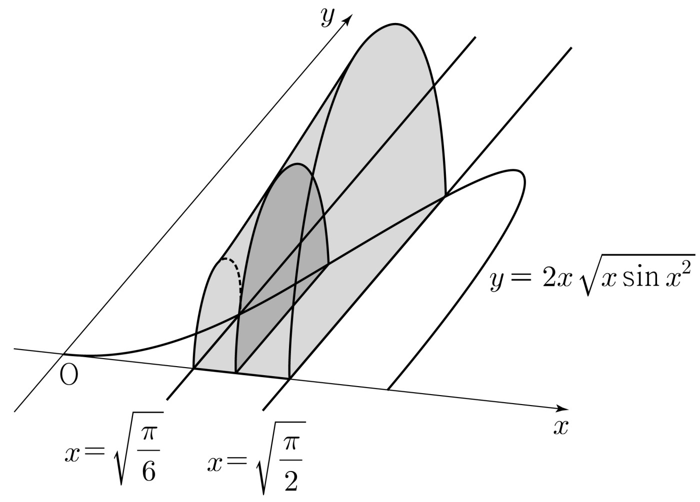
25. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\lim_{n \to \infty} \frac{4^n \times a_n - 1}{3 \times 2^{n+1}} = 1$$

일 때, $a_1 + a_2$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

26. 그림과 같이 곡선 $y = 2x\sqrt{x \sin x^2}$ $(0 \le x \le \sqrt{\pi})$와 x축 및 두 직선 $x = \sqrt{\frac{\pi}{6}}$, $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 반원일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{\pi^2 + 6\pi}{48}$ ② $\frac{\sqrt{2}\pi^2 + 6\pi}{48}$ ③ $\frac{\sqrt{3}\pi^2 + 6\pi}{48}$

④ $\frac{\sqrt{2}\pi^2 + 12\pi}{48}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}\pi^2 + 12\pi}{48}$

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)+f\left(\frac{1}{2}\sin x\right)=\sin x$$

를 만족시킬 때, $f'(\pi)$의 값은? [3점]

① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

28. 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖고, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f'(2x)\sin\pi x+x$$

라 하자. 함수 $g(x)$는 역함수 $g^{-1}(x)$를 갖고,

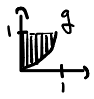
$$\int_0^1 g^{-1}(x)\,dx=2\int_0^1 f'(2x)\sin\pi x\,dx+\frac{1}{4}$$

유사. (미적 좀 했으면 누구나 치환+부분적분).

을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)\cos\frac{\pi}{2}x\,dx$ 의 값은? [4점]

① $-\frac{1}{\pi}$ ② $-\frac{1}{2\pi}$ ③ $-\frac{1}{3\pi}$ ④ $-\frac{1}{4\pi}$ ⑤ $-\frac{1}{5\pi}$

$g(0)=0$. $g(1)=1$.



$\int_0^1 g^{-1}(x)dx = 1-\int_0^1 g(x)dx = 2\int_0^1 f'(2x)\sin\pi x\,dx+\frac{1}{4}$

$-\int_0^1 f'(2x)\sin\pi x\,dx-\int_0^1 x\,dx$

$\Rightarrow \frac{1}{4}=3\int_0^1 f'(2x)\sin\pi x\,dx$. 부분적분

$\frac{1}{12}=\left[\frac{1}{2}f(2x)\sin\pi x\right]_0^1-\frac{\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\cos\pi x\,dx$.

$\rightarrow 0$ 치환 $2x=t$. $(2dx=dt)$.

$\frac{1}{12}=-\frac{\pi}{4}\int_0^2 f(t)\cos\frac{\pi}{2}t\,dt$.

$-\frac{1}{3\pi}$.

3.

단답형

29. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제m항까지의 합을 S_m이라 하자. 모든 자연수 m에 대하여

$$S_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m+1}{n(n+m+1)}$$

일 때, $a_1 + a_{10} = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$a_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)} = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right) = \boxed{\frac{3}{2}}$

$1+\frac{1}{2}$

$a_m (m \ge 2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m+1}{n(n+m+1)} - \frac{m}{n(n+m)}$

$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(m+1)(n+m) - m(n+m+1)}{n(n+m+1)(n+m)}$ … n

$= \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n+m} - \frac{1}{n+m+1}\right) = \frac{1}{1+m}$

$\boxed{a_{10} = \frac{1}{11}}$

합 → $\frac{33+2}{22}$ 57

30. 양수 k에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = (k - |x|)e^{-x}$$

이라 하자. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $F(x)$에 대하여 $F(0)$의 최솟값을 $g(k)$라 하자.

부정적분

모든 실수 x에 대하여 $F'(x) = f(x)$이고 $F(x) \ge f(x)$이다.

$F(x) - f(x) \ge 0$.

$g\left(\frac{1}{4}\right) + g\left(\frac{3}{2}\right) = pe + q$일 때, $100(p+q)$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \to \infty} xe^{-x} = 0$이고, p와 q는 유리수이다.) [4점]

$f(x) = \begin{cases} (k+x)e^{-x} & (x<0) \\ (k-x)e^{-x} & (x \ge 0) \end{cases} \rightarrow F(x) = \begin{cases} e^{-x}(-x-k-1) + C & (x<0) \\ e^{-x}(x-k+1) + C' & (x \ge 0) \end{cases}$

$F(x) - f(x) = h(x)$ 라 하자 $= \begin{cases} e^{-x}(-2x-2k-1) + C & (x<0) \\ e^{-x}(2x-2k+1) + C-2 & (x \ge 0) \end{cases}$

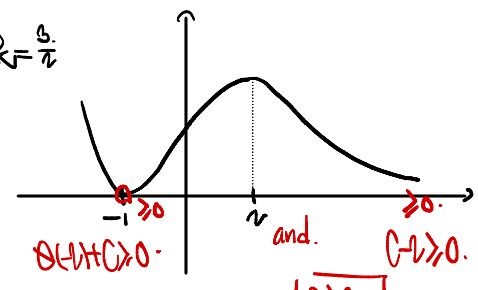
… $-k-1+C = -k+1+C'$ $\boxed{C' = C-2}$

$\boxed{F(0) = -k-1+C}$

$h'(x) = \begin{cases} e^{-x}(2x+2k-1) & (x<0) \\ e^{-x}(-2x+2k+1) & (x \ge 0) \end{cases}$ $x = \frac{1}{2} - k$. *$k < \frac{1}{2}$이면 $\exists x$

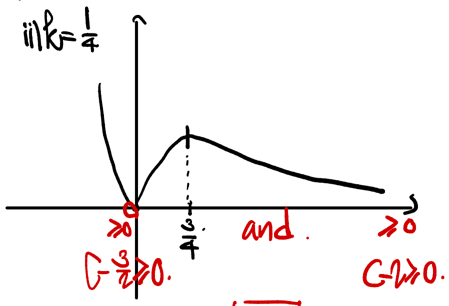
$x = k + \frac{1}{2}$

i) $k = \frac{3}{2}$



$\boxed{C \ge e}$

ii) $k = \frac{1}{4}$



$\boxed{C \ge 2}$

$g\left(\frac{3}{2}\right) = -1 - \frac{3}{2} + e$ $g\left(\frac{1}{4}\right) = -1 - \frac{1}{4} + 2$

합: $-\frac{7}{4} + e$

$100 \cdot \frac{1}{4} = 25$

* 확인 사항 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오. ○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.