

제 2 교시

수학 영역

정답

23. ②

24. ③

25. ①

26. ④

27. ④

28. ①

29. 24

30. 10

제 2 교시

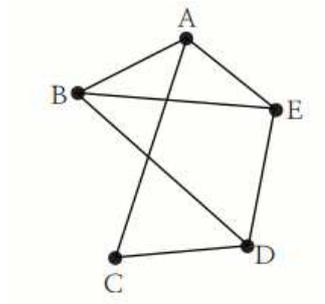
수학 영역(고급수학 I)

5지선다형

23. 좌표공간에서 두 평면 $2x - y + az - 1 = 0$,
 $3x - 2ay + z + 5 = 0$ 이 서로 수직일 때, 상수 a 의 값은? [2점]
- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

24. $(1 + \sqrt{3}i)^m = (1 - i)^n$ 을 만족하는 자연수 m, n 에 대하여
 $m + n$ 의 최솟값은? [3점]
- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

25. 그림과 같은 그래프의 인접행렬을 A 라 할 때, A 의 모든 성분의 합은? [3점]



- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

26. 세 실수 α, β, γ 을 고윳값으로 갖는 3×3 행렬 $A = (a_{ij})$ 가

$$A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad A \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

을 만족할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

27. 두 극곡선 $r = 3\sin\theta$ 와 $r = 1 + \sin\theta$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

28. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 와 $P_2(\mathbb{R})$ 에서 정의된 선형변환

$T(f(x)) = f(1) + f'(0)x + (f'(0) + f''(0))x^2$ 에 대해 집합 α 와 β 를 다음과 같이 정의하자.

$$\alpha = \{1, x, x^2\}, \beta = \{1, -x + x^2, 1 + x^2\}$$

이에 대한 설명으로 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, $P_2(\mathbb{R})$ 은 2차 이하의 다항식의 집합이다.) [4점]

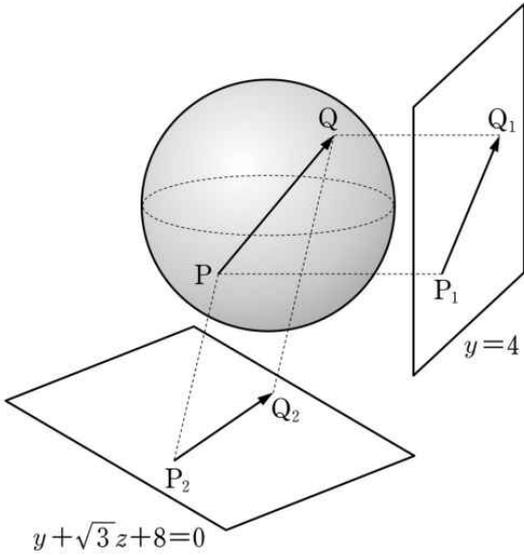
————— <보기> —————

- ㄱ. A 와 $T(f(x))$ 는 모두 대각화 가능하다.
 ㄴ. $[T]_\alpha$ 의 모든 성분의 합은 $[T]_\beta$ 의 모든 성분의 합과 같다.
 ㄷ. 자연수 n 에 대해 $A^n = a_{ij}$ ($i, j \leq 2$)이고, 3차정사각행렬 B 가 $B = \begin{cases} a_{ij} & (i, j \leq 2) \\ 0 & (\text{그외의 경우}) \end{cases}$ 를 만족할 때,
 $\det(B([T]_\alpha + [T]_\beta)) > 0$ 을 만족하는 n 이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

29. 좌표공간에서 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 위를 움직이는 두 점 P, Q 가 있다. 두 점 P, Q 에서 평면 $y=4$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_1, Q_1 이라 하고, 평면 $y + \sqrt{3}z + 8 = 0$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_2, Q_2 라 하자. $2|\overrightarrow{PQ}|^2 - |\overrightarrow{P_1Q_1}|^2 - |\overrightarrow{P_2Q_2}|^2$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



30. 모든 성분이 실수인 3×3 행렬 A 와 행렬 $B = A^2 - A + 5I$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 행렬 $A - 3I$ 는 역행렬을 갖지 않는다.
- (나) 행렬 A 의 특성방정식은 허근 α 를 가지고, $|\alpha| = \sqrt{2}$ 이다.
- (다) 행렬 A 의 최소다항식의 차수는 행렬 B 의 특성다항식의 차수보다 낮다.

$\text{tr}(A) + \det(A)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.