

제 2 교시

2025학년도 대학수학능력시험 대비 응애 모의고사 2회 문제지

수학 영역

성명		수험 번호											
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 나의 빛이 되어 내 앞길을 밝혀 줘**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- **공통과목** 1~8쪽
 - **선택과목**
- 미적분** 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 $\log_a a^3$ 을 간단히 한 것은? [2점]

- ① 1 ② a ③ 2 ④ $2a$ ⑤ 3

3. 함수 $f(x) = x^3 + x - 1$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

4. $0 < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{2}{3}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\sqrt{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\sqrt{5}$

5. $\int_{-1}^1 (x^2 + |x|) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

7. 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = x^4 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서
최솟값 2를 가질 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① -24 ② -23 ③ -22 ④ -21 ⑤ -20

6. $a_1 = 1, a_2 = 3$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$a_{n+2} = 4a_n$ 을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^7 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 148 ② 150 ③ 152 ④ 154 ⑤ 156

8. 넓이가 $\frac{8}{7}\pi$ 인 원에 내접하는 삼각형 ABC가 있다.

$$\frac{2}{\sin(\angle BAC)} = \frac{\sqrt{2}}{\sin(\angle ABC)} = \frac{1}{\sin(\angle BCA)}$$

일 때, 선분 CA의 길이는? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{3}{2}$
 ④ $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{11}}{2}$

9. 실수 a 에 대하여 x 에 대한 방정식 $a(x+1)^2 = x$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $f(a)$ 라 하자. 함수 $f(a)$ 가 $a = \alpha$ 에서 불연속인 모든 α 의 값의 합은? [4점]

- ① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

10. 함수 $f(x) = \sin(ax)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 양수 a 의 최솟값을 a_n 이라 할 때, $a_2 + a_7$ 의 값은? [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4\pi) = f(x)$ 이다.
 (나) 자연수 n 에 대하여 닫힌구간 $\left[0, \frac{2}{n}\pi\right]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 1이다.

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 $v(t) = t^3 - 7t^2 + 15t - 9$ 이다. 시간 $t = a$ 에서 점 P의 가속도가 최소가 될 때, 시간 $t = 0$ 에서 $t = a + \frac{2}{3}$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① $\frac{29}{6}$ ② $\frac{59}{12}$ ③ 5 ④ $\frac{61}{12}$ ⑤ $\frac{31}{6}$

12. 함수

$$f(x) = \begin{cases} (\sqrt{2})^{x+a} + a & (x < 0) \\ (\sqrt{2})^{a-x} - 3a & (x \geq 0) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 자연수 a 의 개수는? [4점]

함수 $f(x)$ 의 치역의 원소 중 정수인 것의 개수는 5 이상 110 이하이다.

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

13. 최고차항의 계수가 1이고 모든 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x) - \frac{1}{x}} = \infty$$

를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

14. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\frac{1}{2} \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} < \frac{3}{4} \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 증명한 것이다.

자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$$

이라 할 때, 모든 자연수 n 에 대하여 $\frac{1}{2} \leq a_n < \frac{3}{4}$ 임을 보이면 된다.

$n=1$ 일 때, $a_1 = \frac{1}{2}$ 이므로 (*)이 성립한다.

$n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여,

$$a_n - a_{n-1} = \boxed{\text{(가)}}$$

이고 $a_n = a_1 + \sum_{i=2}^n (a_i - a_{i-1})$ 이므로

$$0 < \boxed{\text{(가)}} < \frac{1}{4n(n-1)}$$

$$a_1 < a_n < a_1 + \sum_{i=2}^n \frac{1}{4i(i-1)} = \frac{3}{4} - \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 이때, $0 < \boxed{\text{(나)}} < \frac{1}{4}$ 이므로 (*)이 성립한다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\frac{1}{2} \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} < \frac{3}{4}$$

이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{g(3)}{f(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

15. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x) - x^3 + x\}\{f(x) + x^2 - 1\} \leq 0$$

을 만족시킬 때, $\int_{-1}^2 |f(x)| dx$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

[4점]

- ① $\frac{11}{3}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{23}{6}$ ④ $\frac{47}{12}$ ⑤ 4

단답형

16. $\sum_{k=1}^{10} (k^2 + 2k - 1) - \sum_{k=1}^{10} (k^2 + 4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 $f(1) = g(1) = 2$ 이고 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)g(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$$

을 만족시킬 때, $f'(1) + g'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 부등식 $\log_2 |x-1| < \log_4 (2x+1)$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 곱을 구하시오. [3점]

20. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $\log \frac{n}{10}$ 의 n 제곱근 중 실수인

것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=2}^m f(n) = m-2$ 가 되도록 하는

2 이상의 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

19. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(1) = 2$ 인 이차함수 $f(x)$ 에

대하여 함수 $g(x) = \int f(x) dx$ 가 있다. $g(2) - g(1) = \frac{7}{3}$ 일 때,

$g(3) - g(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) - g(x) = g'(x)$ 이다.
 (나) 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, f(0))$ 에서의 접선과
 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(0, g(0))$ 에서의 접선이
 일치한다.

집합 $\{x \mid \{f(x) - g(0)\}\{g(x) - f(0)\} = 0, x \text{는 실수}\}$ 의 원소의
 개수를 구하시오. [4점]

22. 공차가 정수 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = \begin{cases} d & (n=1) \\ \frac{|a_n| - |a_1|}{n-1} & (n \geq 2) \end{cases}$$

이라 하면 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $b_n = d$ 를 만족시키는 1보다 큰 자연수 n 은
 존재하지 않는다.
 (나) $b_4 + b_{10} = b_{|d|+2} = 2$

$|d \times a_1|$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한
 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\int_0^1 (e^x + 1) dx$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $e-1$ ③ e ④ $e+1$ ⑤ $2e-1$

24. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sec x)^{\frac{\cos x}{1 - \cos x}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ 1 ④ e ⑤ e^2

2

수학 영역(미적분)

25. $x=1$ 에서 $x=2$ 까지의 곡선 $y=\frac{x^3}{6}+\frac{1}{2x}$ 의 길이는? [3점]

- ① 1 ② $\frac{17}{12}$ ③ $\frac{11}{6}$ ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{9n^3}{n^2+1}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1} - a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

27. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 $f(x) = |x \sin x|$ 의 극값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 차례대로 a_1, a_2, a_3 이라 할 때, 방정식 $f(f(x)) = a_2$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

28. 모든 양수 x 에 대하여 $f(x) > 0, g(x) > 0$ 이고 이계도함수가 존재하는 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양수 x 에 대하여

$$\int_0^{\ln x + 1} f(g(t)) dt = x - k \quad (k \text{는 상수})$$

이다.

(나) $g(1) = 1, g(3) = 3, \int_1^3 \{g(x)\}^2 dx = \frac{26}{3}$

$k \times \int_1^3 x \ln f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4}{e}$ ② $\frac{13}{3e}$ ③ $\frac{14}{3e}$ ④ $\frac{5}{e}$ ⑤ $\frac{16}{3e}$

단답형

29. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \frac{3x^4 - 8x^3 + ax^2}{x^2 + 1}$ 이
오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

30. 두 상수 $a, r (r > 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \sqrt{r^2 - (x-a)^2}$$

이다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\{f(x)\}^n + (\sqrt{x^2 + 1})^n \right]^{\frac{1}{n}}$$

라 할 때, 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 실근은 $x = \sqrt{3}$ 뿐이다.
 $a^2 + r^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.