8) 정답 5

(가)를 보면 b는 가위, 바위, 보를 전부 낼 수 있지만 a는 가위와 바위밖에 낼 수 없다. b는 이 사실을 알고 있으므로 바위를 내는 것이 일반적으로는 유리할 것이고, a 또한 이를 알기에 일반적으로 바위를 낼 것이다.

그러나 n판 연속 비길 경우 a가 이기게 되므로 n판 이전에 b는 반드시 이기려고 할 것이고 물론 이 사실은 a 또한 알고 있다. 따라서 b는 바위만 계속해서 낼 수도 있지만 중간에 보를 낼 가능성이 있다. (가위는 내지 않는다. b가 가위를 낼 경우 b가 a에게 지거나 비기기밖에 못한다.)

A(1)의 경우부터 생각해보자. b는 생각한다. b가 바위를 낼 경우 a가 가위로 지거나 바위로 이긴다. (n=1이므로 비길 경우 a가 이긴다.) b가 보를 낼 경우 a가 가위로 이기거나 바위로 진다. 즉 서로가 이길 확률은 반반이다. 즉 $A(1)=\frac{1}{2}$

A(2)의 경우를 생각해보자. b는 세 가지 선택지가 있다. 보를 첫번째에 내거나 두 번째에 내거나 아예 내지 않거나. 왜냐하면 보를 낼 경우 a가 무얼 내든 해당 판에 승패가 결정난다. 이와 마찬가지로 a도 세 가지 선택지가 있다. a가 가위를 낼 경우 b가 무얼 내든 승패가 결정난다. a와 b가 내는 순서쌍을 나열하면 아래와 같다.

a : (가), (바, 가), (바, 바)

b : (보), (바, 보), (바, 바)

총 9가지 경우의 수 중에 a가 이기는 경우는 (바바, 바바), (가, 보), (바가, 바보) 세가지이다. 즉 $A(2)=\frac{1}{3}$

이쯤 되면 패턴이 보인다. $A(n)=\frac{1}{n+1}$ 같지만 왜일까? n+1이 무슨 숫자일까?

정답은 “a가 이기는 유일한 수는 b가 보자기를 낼 타이밍을 완벽히 예측하는 것” 이기 때문이다. b는 n번 게임할 때 1번째에, 2번째에... n번째에 보자기를 내거나 아예 내지 않는 선택을 할 수 있다. b는 보자기라는 리스크를 2번지지 않는다. 즉 n+1가지의 경우를 낼 수 있고, a가 b를 이기려면 그 n+1가지 중 1개를 운으로 때려 맞춰야 한다.

만일 a가 예측에 실패해 가위를 b가 보자기를 내는 타이밍보다 빨리 낸다면 그때 b가 낸 수는 바위이므로 a는 진다. b가 보자기를 내는 타이밍보다 늦게 낸다면 그땐 이미 a가 패배한 시점이다. a의 바위를 b의 보자기가 이미 이겼을 것이다.