

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = e^{2x} + \cos x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표공간에서 두 점 $A(a, 3, 2)$ 와 $B(2, b, 1)$ 의 중점이 z 축 위에 있을 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고,

$$P(A^c \cap B) = \frac{2}{5}, \quad P(A \cup B) = \frac{4}{5}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{8}{15}$ ② $\frac{17}{30}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{19}{30}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

2

수학 영역(B형)

5. 행렬 $\begin{pmatrix} a & 3 \\ 2 & a \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환에 의하여 점 $(1, 2)$ 가 직선 $y = x$ 위의 점으로 옮겨질 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 두 벡터 $\vec{a} = (2, x)$, $\vec{b} = (\sqrt{3}, -1)$ 가 이루는 예각이 $\frac{\pi}{3}$ 가 되도록 하는 실수 x 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

6. 확률변수 X 의 확률분포표가 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$P(X=x)$	a	$2a$	$3a$	1

확률변수 X 의 분산은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{7}{18}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

8. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 방정식

$$\sin x = \cos 2x$$

의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}\pi$ ② 3π ③ $\frac{7}{2}\pi$ ④ 4π ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

9. 기울기가 2이고 y 절편이 음수인 직선이 타원 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{16} = 1$ 에

접할 때, 이 직선은 포물선 $y^2 = ax$ 의 초점을 지난다. 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

10. 개체군에 포함된 개체는 연령에 따른 사망률의 차이로 인해 연령별 개체수가 달라진다. 개체군 A에 포함된 개체의 연령을 x 세, 해당 연령의 개체를 n 마리라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$x = k \log \frac{n}{40-n} \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

개체군 A 가운데 연령이 15세인 개체가 10마리일 때, 개체군 A 가운데 연령이 30세인 개체는 a 마리이다. a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

11. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 a_6 = 24, \quad a_2 a_3 a_4 = 8$$

일 때, $\{a_n\}$ 의 공비는? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

12. 어느 고등학교에서 방과후학교 수업을 신청한 학생의 수는 전체의 60%이다. 이 학교에서 방과후학교 수업을 신청한 학생의 40%가 여학생이고, 방과후학교 수업을 신청하지 않은 학생의 70%가 남학생이다. 이 고등학교의 학생 중에서 임의로 선택한 학생이 여학생일 때, 이 학생이 방과후학교 수업을 신청한 학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

수학 영역(B형)

13. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x \leq 1) \\ -x+2 & (x > 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(2-x)$ 가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

14. 곡선 $y = \ln x$ 와 두 직선 $x = 1$, $x = e$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [4점]

- ① $(e-2)\pi$ ② π ③ $(4-e)\pi$
④ $(e-1)\pi$ ⑤ 2π

6

수학 영역(B형)

15. 평면 α 위에 있는 두 점 A, B와 평면 α 위에 있지 않은 점 C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} = 6$ 이고, 삼각형 ABC는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.

(나) 평면 ABC가 평면 α 와 이루는 예각을 θ_1 , 선분 AC가 평면 α 와 이루는 예각을 θ_2 라 할 때,
 $\sin\theta_1 = 2\sin\theta_2 = \frac{1}{2}$ 이다.

점 C에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 D라 할 때, 점 D와 평면 ABC 사이의 거리는? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

16. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

(가) $a+b+c+d=7$
 (나) $abcd=0$

- ① 92 ② 96 ③ 100 ④ 104 ⑤ 108

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 에 대하여

$$3S_{n+1} = 2a_{n+1} + 8a_n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

자연수 n 에 대하여 $S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$ 이므로

$$a_{n+1} = -3S_n + 8a_n \quad \text{㉠}$$

이다. 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$a_n = -3S_{n-1} + 8a_{n-1} \quad \text{㉡}$$

이다. ㉠에서 ㉡을 빼 식으로부터

$$a_{n+1} = 6a_n - 8a_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - 4a_n = 2(a_n - 4a_{n-1})$$

이고, $a_2 = 10$ 이므로

$$a_{n+1} - 4a_n = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 양변을 4^{n+1} 으로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{4^{n+1}} - \frac{a_n}{4^n} = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{4^{n+1}}$$

이다. $b_n = \frac{a_n}{4^n}$ 이라 하면 $b_1 = \frac{a_1}{4} = \frac{1}{2}$ 이고,

$$b_{n+1} - b_n = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{4^{n+1}}$$

이므로 $b_n = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

그러므로 $a_n = 4^n \times \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(6) \times g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

18. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB^2 + A = 2E, \quad A^2B + 2A = O$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. A 와 B 의 역행렬이 모두 존재한다.
 ㄴ. $B^2 + B + E = O$
 ㄷ. $A^2 + 4B^2 = -4E$

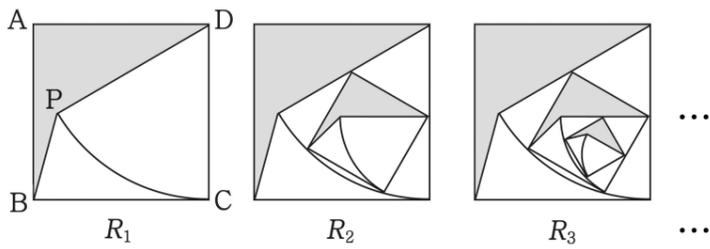
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학 영역(B형)

19. 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 내부에 그림과 같이 점 D를 중심으로 하고 변 CD를 반지름으로 하는 부채꼴 DCP를 그린다. $\angle CDP = \frac{\pi}{3}$ 일 때, 네 선분 AB, BP, DP, AD로 둘러싸인 부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

두 꼭짓점은 호 CP 위에 있고, 나머지 두 꼭짓점은 각각 선분 CD와 선분 DP 위에 있는 정사각형을 그리고 새로 그려진 정사각형에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 ④ $\frac{2+\sqrt{3}}{8}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

20. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 할 때,

$$\log x = 2f(x) + 3f(\sqrt{x})$$

를 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱은? [4점]

- ① $10^{\frac{26}{5}}$ ② $10^{\frac{28}{5}}$ ③ 10^6 ④ $10^{\frac{32}{5}}$ ⑤ $10^{\frac{34}{5}}$

21. 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = xe^x$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(1) = \frac{1}{4}e$

ㄴ. 방정식 $g(t) = \frac{1}{e^2}$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

ㄷ. 함수 $g(f(t))$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x) = \sqrt{5} \sin x + 2 \cos x + a$ 의 최댓값이 20일 때, 상수 a 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 무리방정식 $\sqrt{2x-4} = x-6$ 의 실근을 구하십시오. [3점]

24. 일차변환 f 를 나타내는 행렬이 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때, f^{10} 에 의하여 점 $(3, 1)$ 이 점 (a, b) 로 옮겨진다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_k - b_k) = n^2 + 2n, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)a_n}{3n^2 - n} = 12$$

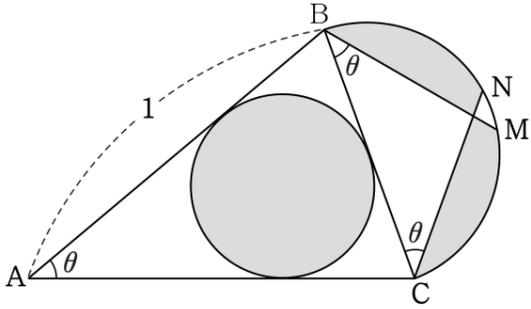
일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{24} = 1$ 의 두 초점 F, F' 과 쌍곡선 위의 한 점 P 에 대하여 삼각형 $PF'F$ 은 선분 FF' 을 빗변으로 하는 직각삼각형이다. 삼각형 $PF'F$ 의 넓이를 구하시오. (단, 점 P 는 제 1사분면 위의 점이다.) [4점]

27. 어느 음식점에서 고객들 중 n 명을 임의추출하여 조사한 서비스의 만족도에 대한 표본비율 \hat{p} 을 이용해 모비율을 추정할 때, 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[0.68, 0.82]$ 이다. 자연수 n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

28. 평면 $x-2y+2z=9$ 가 구 $x^2+y^2+z^2=25$ 와 만나서 생기는 도형 위의 점 A와 평면 $x+z=11$ 위의 점 B에 대하여 $|\overline{AB}|^2$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 1$ 이고, $\angle BAC = \theta$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC를 지름으로 하는 반원에 대하여 $\angle MBC = \angle NCB = \theta$ 가 되도록 호 BC 위의 점 M, N을 잡는다. 삼각형 ABC에 내접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$, 선분 BM과 선분 CN 및 선분 BC를 지름으로 하는 반원으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\theta \times f(\theta)}{g(\theta)} = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$f\left(\frac{\pi}{4}-x\right) + f\left(\frac{\pi}{4}+x\right) = \sqrt{2} \cos x$$

- 를 만족시킬 때, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'\left(\frac{\pi}{2}-x\right)(\cos x - \sin x) dx = a + b\pi$ 이다. $60(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]