제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $2+8^{\frac{1}{3}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

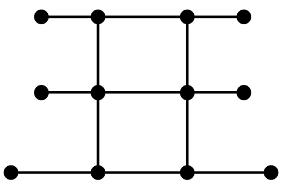
2. 두 행렬 $A+B=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -4 & 3\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A-2B$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n\to\infty}\frac{n^3+n}{4n^3+8}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬에서 행의 모든 성분의 합이 3인 행의 개수는? [3점]



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

5. 초항이 1인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3 = 3$일 때, a_7의 값은? [3점]

① 3 ② 9 ③ 27 ④ 81 ⑤ 243

6. $\int_0^1 (5x^4 + 2ax)\,dx = 5$ 일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

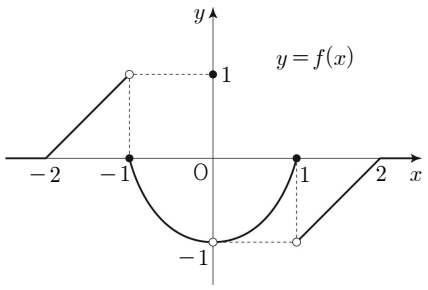
7. 두 사건 A, B가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{5},\ P(A \cup B) = \frac{11}{15}$$

일 때, $P(A \cap B)$의 값은? [3점]

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

8. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -1-0} f(x) + \lim_{x\to 1-0} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 확률변수 X가 이항분포 $B\left(n, \frac{2}{3}\right)$을 따를 때, $V(3X-2)$의 값은 12이다. n의 값은? [3점]

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

10. 어느 고등학생이 아침밥을 B(g)만큼 먹었을 때, 1교시부터 4교시까지 하품을 하는 평균 횟수 H(번)는 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$H = k + \frac{1}{3}\log(B+100) \quad (\text{단, } k\text{는 상수이다.})$$

이 고등학생이 아침밥을 못 먹었을 때의 1교시부터 4교시까지 하품을 하는 평균 횟수를 H_1, 아침밥을 900 g 먹었을 때의 1교시부터 4교시까지 하품을 하는 평균 횟수를 H_2라고 할 때, $\frac{H_1}{H_2} = \frac{1}{3}$이다. k의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{8}$ ④ $-\frac{1}{16}$ ⑤ $-\frac{1}{32}$

11. 도봉구의 어느 고등학교 2, 3학년 학생 중 문과와 이과의 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	문과	이과
2학년	120	280
3학년	140	300

이 고등학교 2, 3학년 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 이과생일 때, 이 학생이 2학년 일 확률은? [3점]

① $\frac{11}{29}$ ② $\frac{12}{29}$ ③ $\frac{13}{29}$ ④ $\frac{14}{29}$ ⑤ $\frac{15}{29}$

12. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n = 3^n - n^3$일 때, $a_3 - a_2$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[13~14] 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -a\\ a-7 & a-2\end{pmatrix}$에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. x, y에 대한 연립일차방정식 $AB\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}$이 $x=0$, $y=0$ 이외의 해를 갖게 하는 모든 상수 a의 값의 합은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 행렬 $aA+bA^2+cA^3$의 모든 성분의 합이 5가 되도록 하는 음수가 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

15. 함수 $f(x)=4x^2+x$가 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{ah}=3$을 만족시킬 때, 상수 a의 값은? (단, $a\neq 0$이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 어느 고등학생이 하루 동안 안경을 끼고 다니는 시간은 평균 10시간, 표준편차 2시간인 정규분포를 따른다. 지난 달 30일 중 n일을 임의추출하여 구한 이 고등학생이 하루 동안 안경을 끼고 다니는 시간이 9시간 이상 11시간 30분 이하일 확률이 0.7745일 때, n의 값은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0\leq Z\leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

17. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = \frac{8}{45}$이고

$$a_{n+1} = 3^{n+2} + 8\sum_{k=1}^{n} a_k \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여 $a_2 = 72$이고

$$a_n = 3^{n+1} + 8\sum_{k=1}^{n-1} a_k \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서 2이상의 자연수 n에 대하여

$a_{n+1} - a_n =$ (가) $+ 8a_n$

이므로

$a_{n+1} = 9a_n +$ (가)

이다. $b_n = \frac{a_n}{3^n}$이라 하면 $b_2 = 8$이고

$b_{n+1} = 3b_n + \frac{1}{3^{n+1}} \times$ (가) $(n \geq 2)$

이다. 양변에 1을 더하면 수열 $\{b_n + 1\}$은 공비가 3인 등비수열이므로

$b_n + 1 = (b_2 + 1) \times$ (나) $(n \geq 2)$

이다. 따라서

$b_n =$ (다)

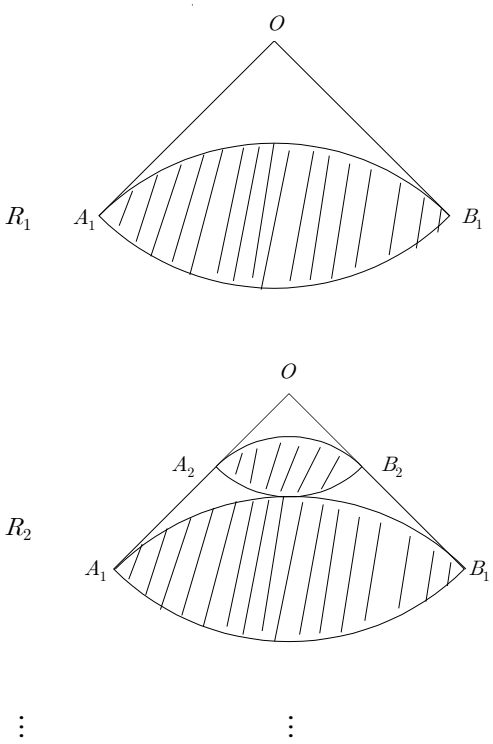
이고,

$$a_n = \begin{cases} \frac{8}{45} & (n = 1) \\ 3^n \times \text{(다)} & (n \geq 2) \end{cases}$$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$이라 할 때, $\frac{g(6)h(3)}{f(2)}$의 값은? [4점]

① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

18. 중심이 O, 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OA_1B_1이 있다. 호 A_1B_1와 길이가 같고 두 점 A_1와 B_1을 지나면서 밑의 그림처럼 반대방향으로 호를 하나 더 그리고, 두 호 사이에 있는 부분을 색칠한 그림을 R_1이라 하자. 중심이 O이고 선분 OA_1 위의 점 A_2와 선분 OB_1 위의 점 B_2를 지나며 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴을 새로 그린 호 A_1B_1에 접하게 그리고, 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 호 A_2B_2와 길이가 같고 두 점 A_2와 B_2를 지나는 호를 반대방향으로 그린 후, 두 호 사이에 있는 부분을 색칠한 그림을 R_2라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



⋮ ⋮

① $\frac{(2\sqrt{2}-1)(\pi-2)}{2}$ ② $\frac{(2\sqrt{2}+1)(\pi-2)}{2}$ ③ $\frac{(\sqrt{3}+1)(\pi-2)}{2}$

④ $\frac{(\sqrt{2}-1)(\pi-2)}{2}$ ⑤ $\frac{(\sqrt{2}+1)(\pi-2)}{2}$

19. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$A^2B-A^2=E,\quad 2A^{-1}-(B-E)^2=O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $B-E$의 역행렬은 A^2이다.

ㄴ. $A^3=\frac{1}{2}E$

ㄷ. $(B+E)^3=3B^2$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 자연수 n에 대하여 양의 실수 x가 $10^n<x\le 10^{2n+1}$을 만족시킬 때, $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. $f(x)-\frac{1}{1-g(x)}=n$을 만족시키는 $\log x$의 최댓값을 a_n, 최솟값을 b_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{(2n-1)(b_n)^2}$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 이차함수 $g(x)=(x-k)^2$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)+g(3)$의 값은? (단, k는 상수이다.) [4점]

(가) $f(2)=6,\ f(-1)=0$ (나) $x<k$일 때, $f(x)<g'(x)$이다 (다) $x\geq k$일 때, $f(x)\geq g'(x)$이다.

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

단답형

22. $\lim_{x\to 4}\frac{x^2+2}{5-x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다항식 $(1-2x)^6$의 전개식에서 x^4의 계수를 구하시오. [3점]

24. x, y에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} \log_3(x-3)^2 < 2 \\ \log_2(x-2)+\log_2 x \geq 3 \end{cases}.$$

을 만족시키는 자연수 x의 값의 합을 구하시오. [3점]

25. 확률변수 X의 확률밀도함수가

$$f(x) = |x-1| \quad (0 \leq x \leq 2)$$

일 때, $P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2}\right) = \frac{q}{p}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 함수 $f(x) = (x-4)^2 + a$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \begin{cases} \{f(2x-1)\}^2 & (x \leq 2) \\ \{f(2x+3)\}^2 & (x > 2) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=2$에서 연속일 때, a^2의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]

27. 철수가 수직선으로 된 트랙을 달린다고 할 때, 트랙 위를 달리는 철수의 t초 후의 속도는 $v(t) = -2t^3 + 6t^2$이다. 철수가 트랙을 출발한 후 다시 출발지점으로 돌아올 때까지 실제로 움직인 거리를 구하시오. [4점]

28. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 원점을 지나고 곡선 $y = x^2 + n^2$에 접하고 기울기가 양수인 직선을 l_n이라 하자. 직선 l_n과 곡선 $y = x^2 + n^2$이 만나는 점을 P_n이라 할 때, 직선 l_n과 점 P_n에서 접하고, x축에 접하는 원 중 중심이 제 1사분면에 있는 원의 중심을 $C_n(x_n, y_n)$이라 하자.

$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{x_n + y_n} = p$일 때, $60p$를 구하시오. (단, p는 상수이다.) [4점]

29. 사차함수 $f(x)=ax^2(x-2)^2$과 실수 t에 대하여, $g(t)$를 $|f(x)-t|$의 미분가능하지 않은 점의 개수라 하자. 자연수 n에 대하여 $\sum_{n=1}^{4} g(n)=12$일 때, 상수 a의 최댓값을 구하시오 [4점]

30. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 두 곡선 $y=2^{x-2}$, $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x+2n$이 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 선분 AB의 중점을 P 라 하자. 점 P를 지나면서 기울기가 -1인 직선이 두 곡선 $y=2^{x-2}$, $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x+2n$과 만나는 점을 각각 C, D 라고 할 때, 선분 CD위에 있는 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 좌표 (x, y)의 개수를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{50} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.