

제 2 교시

2024학년도 수능대비 SUM 모의고사 문제지

수학 영역

짜수형

Season 2

성명		수험 번호									
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

젊은 후에 나 역시 지금을 추억하리

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- 공통과목 1~8 쪽
- 선택과목
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마시오.

서울권 수학교육과 연합동아리 SUM

제 2 교시

수학 영역
Season 2

짜수형

5지선다형

1. $\log_2 9 \times \log_3 8$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 함수 $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ 에 대하여 $f(2) + f'(2)$ 의 값은?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

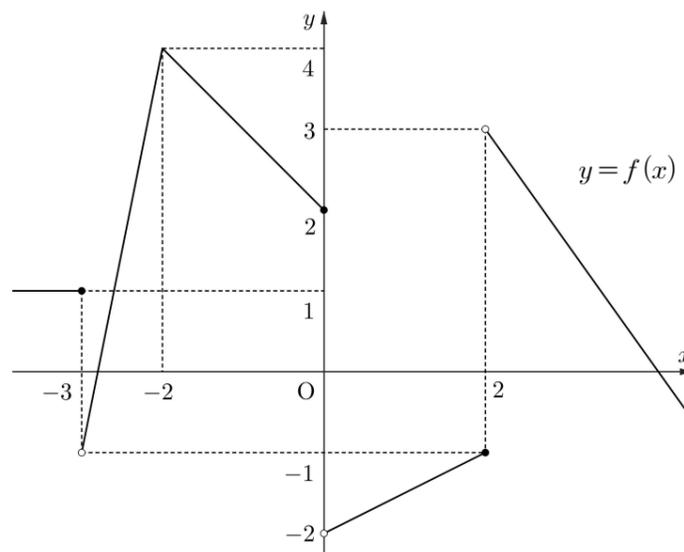
3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 = 2, \quad a_4 = 3a_3 + 8$$

을 만족시킬 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. $f'(3) = -1$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{xf(x) - 15}{x - 3} = k$ 일 때,

상수 k 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

6. $\sin\theta \cos\theta < 0$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta} + \frac{\sin\theta}{1 - \cos\theta} = 16$ 일

때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{35}}{6}$ ② $-\frac{3\sqrt{7}}{8}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ④ $\frac{\sqrt{35}}{6}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{7}}{8}$

7. 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x + 4 & (x < a) \\ 2x^2 - 2x + b & (x \geq a) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 연속이 되도록 하는 a 가 오직 하나일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

8. 양수 a 에 대하여 곡선 $y = a \cos x (0 \leq x \leq 2\pi)$ 가 직선

$y = k$ 와 두 점 A, B에서 만나고, $\overline{AB} = \frac{4}{3}\pi$ 이다.

곡선 $y = a \cos x (0 \leq x \leq 2\pi)$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 삼각형 PAB의 넓이의 최댓값이 2π 일 때, $a+k$ 의 값은?
(단, k 는 $-a < k < a$ 인 상수이다.) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. $\log_9 \frac{12}{a} + \log_3 \frac{18}{b}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는

자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

10. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(4, 6)$ 에서의 접선의 방정식은 $y = f'(0)(x+2) - 6$ 이다.

$f(0) = -10$ 일 때, $f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (2a_k - a_{k+1}) = a_{n+2}$$

를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{20} a_k = -1$ 일 때, a_4 의 값은? [4점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

12. 곡선 $y = -4x^3 + 48x + 64$ 와 직선 $y = mx$ ($m > 0$)가

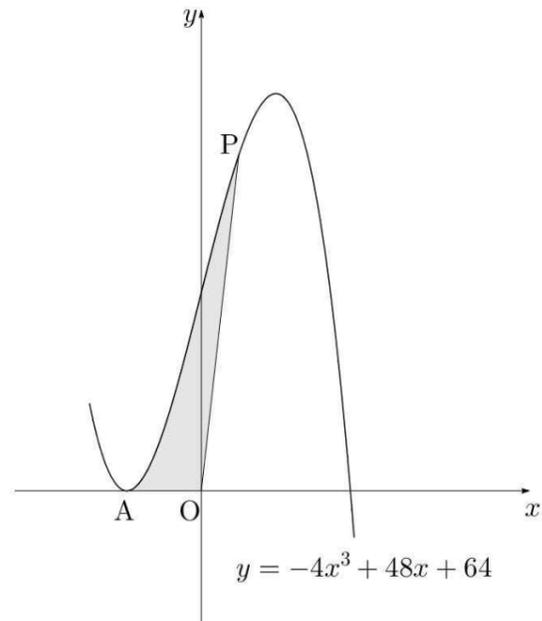
제1사분면 위의 점 P에서 만난다. 점 A(-2, 0)에 대하여

곡선 $y = -4x^3 + 48x + 64$ 와 두 선분 OA, OP로 둘러싸인

부분의 넓이가 81일 때, 상수 m 의 값은?

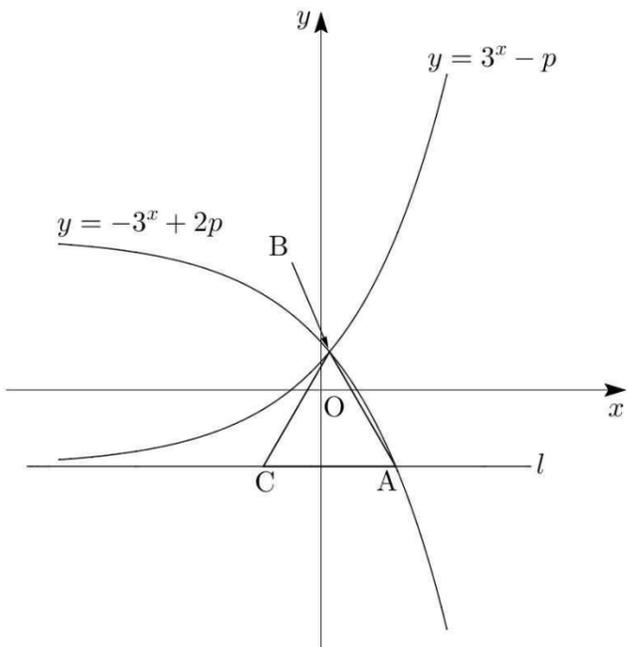
(단, O는 원점이다.) [4점]

- ① 108 ② 106 ③ 104 ④ 102 ⑤ 100



13. 양수 p 에 대하여 곡선 $y=3^x-p$ 의 점근선이 직선 l 이다.
 직선 l 과 곡선 $y=-3^x+2p$ 가 점 A에서 만나고, 두 곡선
 $y=3^x-p$ 와 $y=-3^x+2p$ 가 점 B에서 만나고, 직선 l 위의
 한 점 C에 대하여 삼각형 ABC가 정삼각형이다. 27^p 의 값은?
 [4점]

- ① 2 ② $2^{\sqrt{3}}$ ③ $2^{2\sqrt{3}}$ ④ $2^{3\sqrt{3}}$ ⑤ $2^{4\sqrt{3}}$



14. 시각 $t=0$ 일 때 수직선 위의 한 점 $A(k)(k>0)$ 에서
 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다.
 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $v(t)$ 와 두 점 P, Q가 다음
 조건을 만족시킨다.

- (가) 시각 $t=1$ 부터 $t=3$ 까지 점 P의 위치의 변화량은
 6이다.
 (나) 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 두 점 P, Q의 속도는 각각
 $v(t), v(t)-3$ 이다.

점 Q가 원점을 지나는 시각 t 를 각각 $t_1, 3, t_2(t_1 < 3 < t_2)$
 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 [4점]

- <보 기>
- ㄱ. $t_1 = 1$
 ㄴ. 열린구간 $(1, 3)$ 에 $v(t) = 3$ 이 되도록 하는 실수 t 가
 존재한다.
 ㄷ. $t=1$ 에서 점 Q의 운동방향이 바뀌지 않을 때,
 $v(t) \leq -9t_2 + 3$ 이 되도록 하는 실수 t 가 열린구간
 $(0, 1)$ 에 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 첫째항이 81인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \{n \mid 2a_n + 3a_{n+1} \neq 0, n \text{은 자연수}\} = \{3, 5\}$$

(나) 네 수 $|a_6|, |a_5|, |a_4|, |a_3|$ 는 이 순서대로
공차가 d 인 등차수열을 이룬다.

$a_6 - a_2 + d$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 72 ② 75 ③ 78 ④ 81 ⑤ 84

단답형

16. $\frac{32}{2^n} \geq \sqrt{2}$ 를 만족시키는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오.

[3점]

17. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) + f(-x) = 0$ 인 함수 $f(x)$ 가

$$\int_{-1}^0 f(x) dx = -2, \quad \int_3^1 f(x) dx = 11$$

을 만족시킬 때, $\int_0^3 f(x) dx = k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오.

(단, k 는 상수이다.) [3점]

18. 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 - a_6 = |a_3|$$

이 성립한다. $a_k = 0$ 일 때, 자연수 k 의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 + ax^2 + b & (|x| \leq 1) \\ bx^2 + ax + 2 & (|x| > 1) \end{cases}$$

이 한 점에서만 미분가능하지 않을 때, $f'(2)$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

20. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 f(x) - 7}{2 - 2x^4} & (x < -1) \\ f(x) & (x \geq -1) \end{cases}$$

이다. $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -2$ 일 때, $f(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

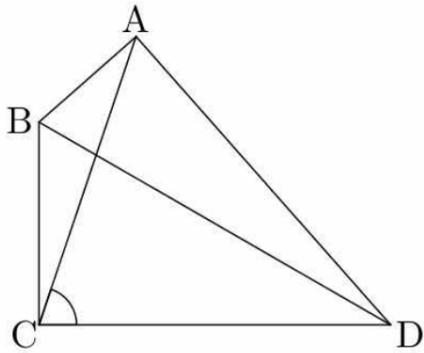
21. 그림과 같이 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \cos(\angle CBD) = \cos(\angle CAD) = \sin(\angle BDC)$$

$$(나) 2\overline{BC} = \overline{BD} = 8, \overline{AC} = 6$$

$\sin(\angle ACD) = \frac{p + \sqrt{q}}{8}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 자연수이다.) [4점]



22. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_2^x \{f(t) - x\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

(나) $\{x | g'(x) < 0\} = \{x | x < k\}$ 인 상수 k 가 존재한다.

$f(2) = 2, f(3) = 16$ 일 때, $g(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

Season 2

짜수형

5지선다형

23. ${}^3H_3 + {}^4H_3$ 의 값은? [2점]

- ① 70 ② 72 ③ 74 ④ 76 ⑤ 78

24. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B^c) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

25. 어느 회사에서 생산하는 지우개 1개의 중량은 평균이 m , 표준편차가 0.5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 지우개 중에서 49개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $12.72 \leq m \leq a$ 이다. 상수 a 의 값은?
(단, 중량의 단위는 g 이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 13 ② 13.5 ③ 14 ④ 14.5 ⑤ 15

26. 6개의 수 0, 1, 3, 3, 5, 7 중 5개를 선택하여 일렬로 나열하여 다섯 자리의 수를 만들 때, 이 수가 5의 배수이지만 3의 배수가 아닌 경우의 수는? [3점]

- ① 60 ② 62 ③ 64 ④ 66 ⑤ 68

27. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(9, \frac{1}{3}\right)$ 을 따른다.

$\sum_{k=1}^9 (k^2 \times P(X=k))$ 의 값은? [3점]

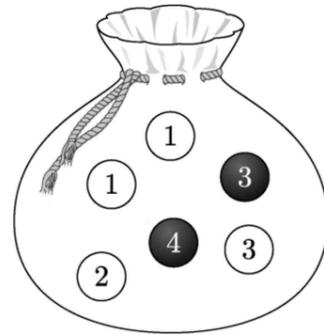
- ① 15 ② 14 ③ 13 ④ 12 ⑤ 11

28. 주머니에 숫자 1, 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4가 적혀 있는 검은 공 2개가 들어 있다. 이 주머니를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어
 꺼낸 공이 서로 같은 색이면
 꺼낸 두 공에 적힌 수의 합을 점수로 얻고,
 꺼낸 공이 서로 다른 색이면
 꺼낸 두 공에 적힌 수의 곱을 점수로 얻는다.

위와 같은 시행을 2번 반복하여 얻은 점수의 합이 7일 때, 첫 번째 시행에서 얻은 점수가 3일 확률은?
 (단, 꺼낸 공은 다시 넣는다.) [4점]

- ① $\frac{13}{34}$ ② $\frac{7}{17}$ ③ $\frac{15}{34}$ ④ $\frac{8}{17}$ ⑤ $\frac{1}{2}$



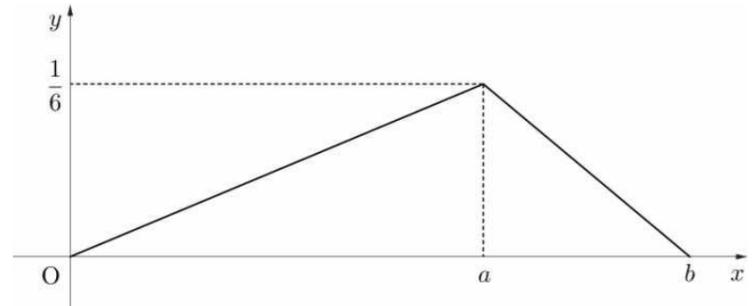
단답형

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 x_1, x_2, x_3 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $x_1 + x_2 + x_3 = 22$

(나) 세 수 x_1, x_2, x_3 중 적어도 하나는 3의 배수이다.

30. 상수 $a, b(a > 0, b > 0)$ 에 대하여 두 연속확률변수 X 와 Y 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq b, 0 \leq Y \leq b$ 이고, 상수 $k(k > 0)$ 에 대하여 X 와 Y 의 확률밀도함수는 각각 $kf(x), g(x)$ 이다. 함수 $y=f(x)$ 를 그래프로 나타내면 다음과 같다.



$0 \leq x \leq b$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) - f(x) = \frac{2}{3k}x$$

이고, $P\left(Y \leq \frac{2a}{3}\right) = \frac{2}{9}$ 일 때, $P\left(1 \leq X \leq \frac{8}{3}\right) = p$ 이다.

$54p$ 의 값을 구하시오. (단, p 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

Season 2

짜수형

5지선다형

 23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{5^n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{11}{6}$ ② 2 ③ $\frac{13}{6}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

 24. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = t^2 + 2, \quad y = e^{-2t} + 3t$$

 이다. 시각 $t = \ln 2$ 에서 점 P의 가속도의 크기는? [3점]

- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

25. $x=1$ 에서 $x=2$ 까지의 곡선 $y = \frac{x^3}{12} + \frac{1}{x}$ 의 길이는? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{11}{12}$ ④ 1 ⑤ $\frac{13}{12}$

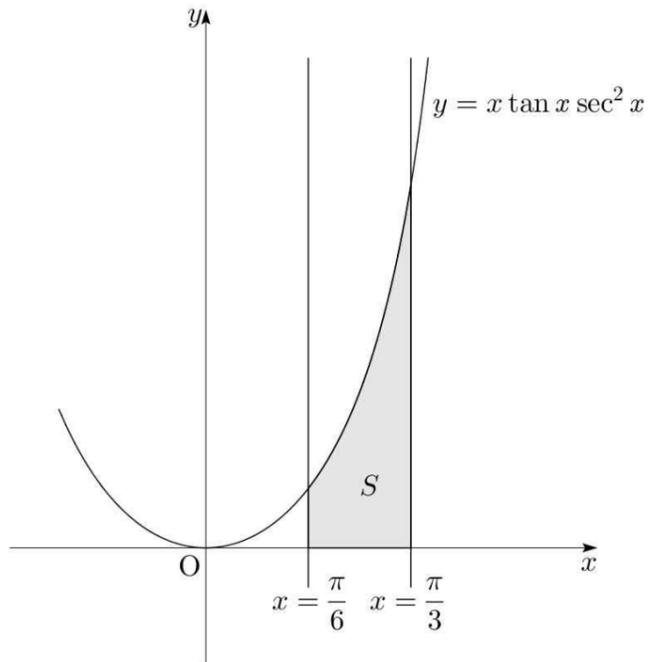
26. 곡선 $y = k \ln x + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2$ 이 변곡점을 갖지 않도록 하는

실수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

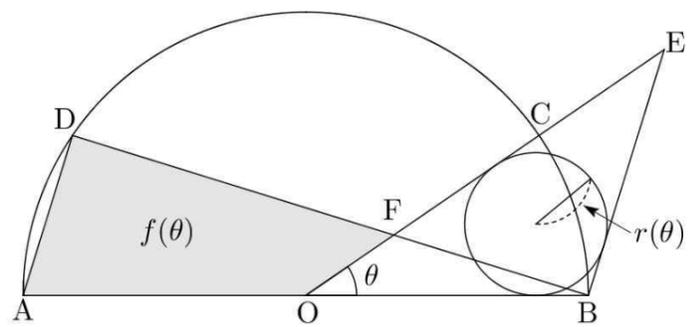
27. 곡선 $y = x \tan x \sec^2 x$ 와 세 직선 $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{3}$, $y = 0$ 으로 둘러싸인 영역의 넓이를 S 라 하자. S 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{18}\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{5}{18}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{5}{9}\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{5}{9}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{5}{9}\pi - \sqrt{3}$



28. 그림과 같이 중심이 O 이고 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 $\angle COB = \theta$ 이도록 하는 점 C 가 있다. $\angle COB = \angle AOD$ 이도록 하는 호 AB 위의 점을 D 라 할 때, 직선 AD 와 평행하고 점 B 를 지나는 직선이 직선 OC 와 만나는 점을 E 라 하자. 선분 OE 와 선분 BD 의 교점을 F 라 할 때, 사각형 $OFDA$ 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 EOB 의 내접원의 반지름을 $r(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{f(\theta)}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$) [4점]



- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ 1 ⑤ $\frac{6}{5}$

단답형

29. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} + 2x^{2n} + x}{x^{2n} + 1}$$

이라 하자. 양의 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t(x+1)^2$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} \left(g\left(\frac{1}{n}\right) - p \right) = q$ 일 때, $p - q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 상수이다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 와 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $\int_0^x f(t)dt = \int_x^{f(x)} g(t)dt$ 이다.

(나) $n=1, 2$ 일 때,

$$\left\{ f(n) - (n+1) \right\} \left\{ f(n) - \frac{n+1}{3} \right\} = 0$$

이다.

$\int_1^2 \frac{g(x)}{x^2} dx = k$ 일 때, $36k^2$ 의 값을 구하시오.

(단, k 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

Season 2

짜수형

5지선다형

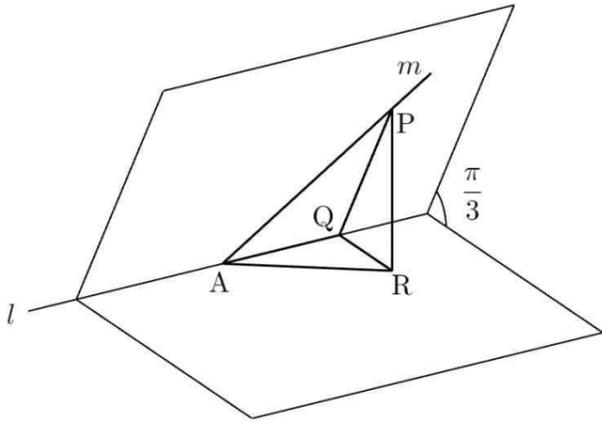
23. 좌표공간의 점 $A(3, a, 2)$ 에서 z 축에 내린 수선의 발을 B 라 하자. 선분 AB 의 길이가 5일 때, 양수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$ 과 같은 점근선을 가지는 쌍곡선 C 가 점 $(2, 6)$ 을 지날 때, 쌍곡선 C 의 주축의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{15}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ 10 ⑤ $2\sqrt{30}$

25. 그림과 같이 좌표공간에 직선 l 을 교선으로 하고 이루는
 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 두 평면 α, β 가 있다. 평면 α 위의 직선
 m 에 대하여 두 직선 l, m 의 교점을 A라 하고, 직선 m 위의
 점 P에 대하여 점 P에서 직선 l 과 평면 β 에 내린 수선의
 발을 각각 Q, R라 하자. $\overline{AR}=5, \overline{PQ}=6$ 일 때,
 선분 AP의 길이는? [3점]



- ① $5\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{13}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{58}$

26. 좌표평면 위에 서로 다른 세 직선

$$l_1: x-2 = \frac{y-1}{2}, \quad l_2: 1-x = \frac{y+1}{3}, \quad l_3$$

가 있다. 세 직선이 모두 한 점에서 만나고, 두 직선 l_1, l_2 가
 이루는 예각의 크기와 두 직선 l_2, l_3 가 이루는 예각의 크기가
 같을 때, 직선 l_3 의 y 절편의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{2}$

27. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 A(4, 4)에서 그은 접선이 준선과 만나는 점을 B라 할 때, 삼각형 FAB의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{25}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{31}{4}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

28. 좌표평면 위에 점 A(a, b)가 있다.

$$(|\overrightarrow{AX}| - 1)(|\overrightarrow{AX}| - 4) = 0$$

을 만족시키는 점 X가 나타내는 도형 위를 움직이는 두 점 P, Q가

$$2\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = |4\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AQ}|, \quad |\overrightarrow{AP}| \neq |\overrightarrow{AQ}|$$

를 만족시킨다. 선분 PQ의 중점 M에 대하여 점 M이 나타내는 도형이 원점을 지날 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{19}{4}$ ③ 5 ④ $\frac{21}{4}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

단답형

29. 상수 k 와 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 y 좌표가 양수인 꼭짓점이 A 인 타원 C 가 다음 조건을 만족시킨다.

타원 C 의 한 꼭짓점과 한 초점 사이의 거리가 될 수 있는 모든 수의 집합이 $\{k, 2k, 3k\}$ 이다.

직선 AF 와 타원 C 의 A 가 아닌 교점 P 에 대하여 삼각형 AFP 의 넓이가 40일 때, $k^2 = \frac{q}{p}\sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 그림과 같이 좌표공간에 중심이 각각 O, O' 인 두 구

$$S_1: x^2 + y^2 + z^2 = 1,$$

$$S_2: (x-a)^2 + (y-a)^2 + (z-1)^2 = 1$$

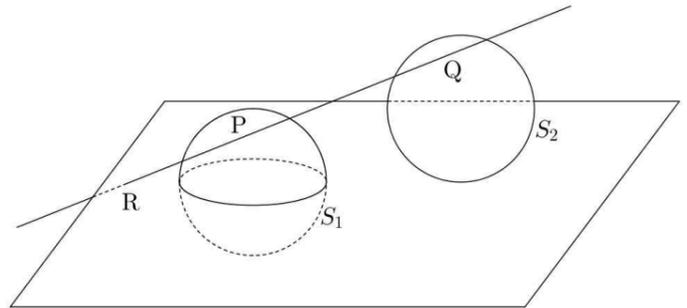
이 있다. 구 S_1 위의 점 P 와 구 S_2 위의 점 Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 PQ 는 구 S_1, S_2 에 각각 접한다.

(나) 평면 OQP 는 xy 평면과 수직이다.

(다) $\overline{PQ} = 3$

직선 PQ 가 xy 평면과 만나는 점을 R 라 할 때, 선분 QR 의 xy 평면 위로의 정사영의 길이가 $p+q\sqrt{2}$ 이다. $6pq$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이고, p 와 q 는 유리수이며, 세 점 R, P, Q 는 이 순서대로 한 직선 위에 있다.) [4점]



서울권 수학교육과 연합동아리 SUM

- 건국대학교 · 상명대학교 · 서울대학교 · 이화여자대학교 · 홍익대학교
수학교육과 참여

감수

나동하 송승혁 이지훈

출제

김상우 김서진 김태현 박재형 서지영 송승혁 이경민 이민지
이재교 이지훈 정상우 주서연 채형석

검토

김상우 김서진 김주완 김태현 나동하 박재형 서지영 송승혁
이경민 이민지 이신혁 이재교 이준석 이지훈 정상우 정세영
조용진 주서연 채우진 채형석

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.