




10일의 기적

(미적분)

-  Part A. 올해기출 최종점검 2·3점 문제 (22문항)
- Part B. 올해기출 최종점검 3·4점 문제 (13문항)
- Part C. 올해기출 최종점검 고난도 문제 (13문항)

미적분 Part A

- i. 수열의 극한 p.2
- ii. 여함미 p.7
- iii. 미분법 p.9
- iv. 적분법 p.13

미적분 Part B

- i. 수열의 극한
- ii. 여함미
- iii. 미분법
- iv. 적분법

미적분 Part C

- i. 수열의 극한
- ii. 여함미
- iii. 미분법
- iv. 적분법

인간은 과정 앞에 무적이고, 결과 앞에 무력하다.
내가 매일 최선을 다하는 것만이
내가 이루어내야 할 유일한 일이다. -김지석

김지석수학연구소



수열의 극한 계산

[2023년 3월 (미적분) 23번]

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)(3n-1)}{n^2+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

④

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)(3n-1)}{n^2+1} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(2 + \frac{1}{n}\right)\left(3 - \frac{1}{n}\right)}{1 + \frac{1}{n^2}} \\ &= \frac{2 \times 3}{1} = 6 \end{aligned}$$

미적분

1. 수열의극한

PART A

※ 2·3점 ※



[2023년 10월 (미적분) 23번]

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 5}{n^2 + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

교육청 해설

[정답] ④

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 5}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n} - \frac{5}{n^2}}{1 + \frac{1}{n^2}} = 2$$

[2023년 4월 (미적분) 23번]

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 3n} - \sqrt{4n^2 + 1})$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
- ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

교육청 해설

[정답] ②

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 3n} - \sqrt{4n^2 + 1}) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 1}{\sqrt{4n^2 + 3n} + \sqrt{4n^2 + 1}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{1}{n}}{\sqrt{4 + \frac{3}{n}} + \sqrt{4 + \frac{1}{n^2}}} \\ &= \frac{3}{2 + 2} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$



[2023년 6월 (미적분) 23번]

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 9n} - \sqrt{n^2 + 4n})$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
 수능한권 Prism 해설

⑤

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 9n} - \sqrt{n^2 + 4n}) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n}{\sqrt{n^2 + 9n} + \sqrt{n^2 + 4n}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{\sqrt{1 + \frac{9}{n}} + \sqrt{1 + \frac{4}{n}}} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

[다른 풀이]

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 9n} - \sqrt{n^2 + 4n}) \quad \text{교체★} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 9n + \left(\frac{9}{2}\right)^2} - \sqrt{n^2 + 4n + 4} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(n + \frac{9}{2} \right) - (n + 2) \right\} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

[2023년 7월 (미적분) 23번]

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2n(\sqrt{n^2 + 4} - \sqrt{n^2 + 1})$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

교육청 해설

[정답] ③

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} 2n(\sqrt{n^2 + 4} - \sqrt{n^2 + 1}) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 2n(\sqrt{n^2 + 4} - \sqrt{n^2 + 1}) \right. \\ & \quad \left. \times \frac{\sqrt{n^2 + 4} + \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{n^2 + 4} + \sqrt{n^2 + 1}} \right\} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n\{(n^2 + 4) - (n^2 + 1)\}}{\sqrt{n^2 + 4} + \sqrt{n^2 + 1}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n}{\sqrt{n^2 + 4} + \sqrt{n^2 + 1}} = 3 \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6}{\sqrt{1 + \frac{4}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}} = 3 \end{aligned}$$



[2023년 3월 (미적분) 25번]

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n} - 6n}{a_n + 5} = 4$$

일 때, $a_2 - a_1$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3
- ④ -4 ⑤ -5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

③

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n} - 6n}{a_n + 5} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + (2n-1)d - 6n}{a_1 + (n-1)d + 5} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2d-6)n + a_1 - d}{dn + a_1 - d + 5} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2d - 6 \frac{a_1 - d}{n}}{d + \frac{a_1 - d + 5}{n}} \\ &= \frac{2d - 6}{d} = 4 \end{aligned}$$

$$\therefore d = -3$$

$$\therefore a_2 - a_1 = d = -3$$

[2023년 3월 (미적분) 26번]

7. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 1)a_n = 3,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (4n^2 + 1)(a_n + b_n) = 1$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 + 1)(a_n + 2b_n)$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -4
- ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ -5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

⑤

$$\begin{aligned} &\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 + 1)(a_n + 2b_n) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 + 1)\{2(a_n + b_n) - a_n\} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 2(4n^2 + 1)(a_n + b_n) \frac{2n^2 + 1}{4n^2 + 1} - (n^2 + 1)a_n \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right\} \\ &= 2 \times 1 \times \frac{1}{2} - 3 \times 2 = -5 \end{aligned}$$



풀컬러 손해설 기술문제집

과목별 6일완성 수능한권





등비수열의 극한 계산

[2023년 3월 (미적분) 24번]

8. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$3^n - 2^n < a_n < 3^n + 2^n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^{n+1} + 2^n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{6}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

②

$$3^n - 2^n < a_n < 3^n + 2^n$$

⇔

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{3^{n+1} + 2^n} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^{n+1} + 2^n} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2^n}{3^{n+1} + 2^n}$$

⇔

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{3 + \left(\frac{2}{3}\right)^n} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^{n+1} + 2^n} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \left(\frac{2}{3}\right)^n}{3 + \left(\frac{2}{3}\right)^n}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^{n+1} + 2^n} \leq \frac{1}{3}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^{n+1} + 2^n} = \frac{1}{3}$$

급수

[2023년 4월 (미적분) 25번]

9. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{2^{n+1}}{2^n + 1}\right)$ 이

수렴할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \times a_n + 5 \times 2^{n+1}}{2^n + 3}$ 의 값은? [3점]

- ① 6
- ② 8
- ③ 10
- ④ 12
- ⑤ 14

교육청 해설

[정답] ④

$b_n = a_n - \frac{2^{n+1}}{2^n + 1}$ 이라 하면

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 수렴하므로 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(b_n + \frac{2^{n+1}}{2^n + 1}\right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} b_n + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1}}{2^n + 1} \\ &= 0 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{1 + \frac{1}{2^n}} \\ &= 0 + \frac{2}{1+0} = 2 \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \times a_n + 5 \times 2^{n+1}}{2^n + 3} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 5 \times 2}{1 + \frac{3}{2^n}} \\ &= \frac{2+10}{1+0} = 12 \end{aligned}$$



지수로그함수의 미분

[2023년 9월 (미적분) 23번]

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{e^{2x} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

④

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{e^{2x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{e^{7x} - 1}{7x}}{\frac{e^{2x} - 1}{2x}} \times \frac{7x}{2x} = \frac{7}{2}$$

미적분

2. 여함미

PART A

※ 2·3점 ※



[2023년 6월 (미적분) 25번]

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{ax+b} - 8}{2^{bx} - 1} = 16$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

(단, a 와 b 는 0이 아닌 상수이다.)

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

①

$x \rightarrow 0$ 일 때, (분모) $\rightarrow 0$ 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (2^{ax+b} - 8) = 2^b - 8 = 0$$

$$\therefore b = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{ax+3} - 8}{2^{3x} - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8(2^{ax} - 1)}{2^{3x} - 1}$$

$$= \frac{8a}{3} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{ax} - 1}{ax} \frac{ax}{2^{3x} - 1}$$

$$= \frac{8a}{3} \times \frac{\ln 2}{\ln 2}$$

$$= \frac{8a}{3} = 16$$

$$\therefore a = 6$$

$$\therefore a + b = 6 + 3 = 9$$

[2023년 4월 (미적분) 26번]

12. 두 함수 $f(x) = a^x$, $g(x) = 2 \log_b x$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - g(x)}{x - e} = 0$$

일 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

(단, a 와 b 는 1보다 큰 상수이다.)

- ① e^e ② $e^{\frac{2}{e}}$ ③ $e^{\frac{3}{e}}$
- ④ $e^{\frac{4}{e}}$ ⑤ $e^{\frac{5}{e}}$

교육청 해설

[정답] ③

$$\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - g(x)}{x - e} = 0 \text{에서 } \lim_{x \rightarrow e} (x - e) = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow e} \{f(x) - g(x)\} = 0$$

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 $x = e$ 에서 연속이므로

$$f(e) = g(e)$$

$$a^e = 2 \log_b e = \frac{2}{\ln b}$$

..... ㉠

$$f'(x) = a^x \ln a, \quad g'(x) = \frac{2}{x \ln b} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - g(x)}{x - e} &= \lim_{x \rightarrow e} \frac{\{f(x) - f(e)\} - \{g(x) - g(e)\}}{x - e} \\ &= f'(e) - g'(e) \\ &= a^e \ln a - \frac{2}{e \ln b} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{㉠에 의하여 } a^e \ln a - \frac{a^e}{e} = 0 \text{에서 } \ln a = \frac{1}{e}$$

$$a = e^{\frac{1}{e}}, \quad b = e^{\frac{2}{e}}$$

$$\text{따라서 } a \times b = e^{\frac{3}{e}}$$



플립러 손해설 기출문제집

과목별 6일완성 수능한권





합성함수의 미분

[2023년 7월 (미적분) 24번]

13. 함수 $f(x) = \ln(x^2 - x + 2)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 있다. 실수 전체의 집합에서 정의된 합성함수 $h(x)$ 를

$h(x) = f(g(x))$ 라 하자. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - 4}{x - 2} = 12$ 일 때,

$h'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

교육청 해설

[정답] ②

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - 4}{x - 2} = 12$ 에서 $g(2) = 4$, $g'(2) = 12$

$$f'(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - x + 2}$$

$$h'(x) = f'(g(x))g'(x)$$

$$h'(2) = f'(g(2))g'(2) = f'(4)g'(2)$$

$$f'(4) = \frac{8 - 1}{16 - 4 + 2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 } h'(2) = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

미적분

3. 미분법

PART A

※ 2·3점 ※



매개변수의 미분법

[2023년 6월 (미적분) 24번]

14. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = \frac{5t}{t^2+1}, y = 3\ln(t^2+1)$$

에서 $t = 2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3
- ④ -4 ⑤ -5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

④

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{6t}{t^2+1}}{\frac{-5t^2+5}{(t^2+1)^2}} = \frac{6t(t^2+1)}{-5t^2+5}$$

∴ $t = 2$ 을 대입하면

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6 \times 2 \times (2^2+1)}{-5 \times 2^2+5} = \frac{60}{-15} = -4$$

[2023년 9월 (미적분) 24번]

15. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t + \cos 2t, y = \sin^2 t$$

에서 $t = \frac{\pi}{4}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

②

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2\sin t \cos t}{1 - 2\sin 2t}$$

$t = \frac{\pi}{4}$ 일 때

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - 2 \times 1} = -1$$



음함수의 미분법

[2023년 7월 (미적분) 25번]

16. 곡선 $2e^{x+y-1} = 3e^x + x - y$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

교육청 해설

[정답] ①

$2e^{x+y-1} = 3e^x + x - y$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$\frac{d}{dx}(2e^{x+y-1}) = \frac{d}{dx}(3e^x + x - y)$$

$$2e^{x+y-1}\left(1 + \frac{dy}{dx}\right) = 3e^x + 1 - \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3e^x + 1 - 2e^{x+y-1}}{2e^{x+y-1} + 1}$$

따라서 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 기울기는

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3+1-2}{2+1} = \frac{2}{3}$$

역함수의 미분법

[2023년 10월 (미적분) 26번]

17. 함수 $f(x) = e^{2x} + e^x - 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(5f(x))$ 의 $x = 0$ 에서의 미분계수는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

교육청 해설

[정답] ⑤

$$f'(x) = 2e^{2x} + e^x \text{에서 } f'(0) = 3$$

$$h(x) = g(5f(x)) \text{라 하면 } f(0) = 1 \text{이므로}$$

$$h'(0) = g'(5f(0)) \times 5f'(0) = 15g'(5)$$

$$g(5) = t \text{로 놓으면 } f(t) = 5 \text{에서}$$

$$e^{2t} + e^t - 1 = 5, (e^t - 2)(e^t + 3) = 0$$

$$e^t > 0 \text{이므로 } e^t = 2, \text{ 즉 } t = \ln 2$$

$$f'(\ln 2) = 2e^{2\ln 2} + e^{\ln 2} = 10$$

$$\text{따라서 } h'(0) = 15g'(5) = 15 \times \frac{1}{f'(\ln 2)} = \frac{3}{2}$$



이계도함수

[2023년 4월 (미적분) 24번]

18. 함수 $f(x) = e^x(2\sin x + \cos x)$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

교육청 해설

[정답] ①

$$\begin{aligned} f'(x) &= e^x(2\sin x + \cos x) + e^x(2\cos x - \sin x) \\ &= e^x(\sin x + 3\cos x) \end{aligned}$$

따라서 $f'(0) = 1 \times 3 = 3$



치환적분과 부분적분

[2023년 9월 (미적분) 25번]

19. 함수 $f(x) = x + \ln x$ 에 대하여

$\int_1^e \left(1 + \frac{1}{x}\right) f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{e^2}{2} + \frac{e}{2}$ ② $\frac{e^2}{2} + e$ ③ $\frac{e^2}{2} + 2e$
- ④ $e^2 + e$ ⑤ $e^2 + 2e$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

②

미적분

4. 적분법

PART A

※ 2·3점 ※

$f'(x) = 1 + \frac{1}{x}$ 이므로

$$\int_1^e \left(1 + \frac{1}{x}\right) f(x) dx = \int_1^{e+1} t dt = \left[\frac{1}{2} t^2 \right]_1^{e+1}$$

$$= \frac{e^2}{2} + e$$



[2023년 7월 (미적분) 26번]

20. 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고

$$\int_1^2 (x-1)f'\left(\frac{x}{2}\right)dx = 2$$

를 만족시킨다. $f(1) = 4$ 일 때, $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx$ 의

값은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

교육청 해설

[정답] ④

$$\begin{aligned} & \int_1^2 (x-1)f'\left(\frac{x}{2}\right)dx \\ &= \left[2(x-1)f\left(\frac{x}{2}\right)\right]_1^2 - \int_1^2 2f\left(\frac{x}{2}\right)dx \\ &= 2f(1) - 2 \int_1^2 f\left(\frac{x}{2}\right)dx = 2 \end{aligned}$$

$$f(1) = 4 \text{이므로 } \int_1^2 f\left(\frac{x}{2}\right)dx = 3$$

$$\frac{x}{2} = t \text{라 하면 } \frac{1}{2} = \frac{dt}{dx}$$

$$x = 1 \text{일 때 } t = \frac{1}{2}, \quad x = 2 \text{일 때 } t = 1$$

$$\int_1^2 f\left(\frac{x}{2}\right)dx = 2 \int_{\frac{1}{2}}^1 f(t)dt = 3$$

$$\text{따라서 } \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx = \frac{3}{2}$$

정적분과 급수

[2023년 10월 (미적분) 24번]

21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{n} \sum_{k=1}^n \sin \frac{\pi k}{3n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

교육청 해설

[정답] ②

$$x_k = \frac{\pi k}{3n} \text{라 하면 } \Delta x = \frac{\pi}{3n} \text{이므로}$$

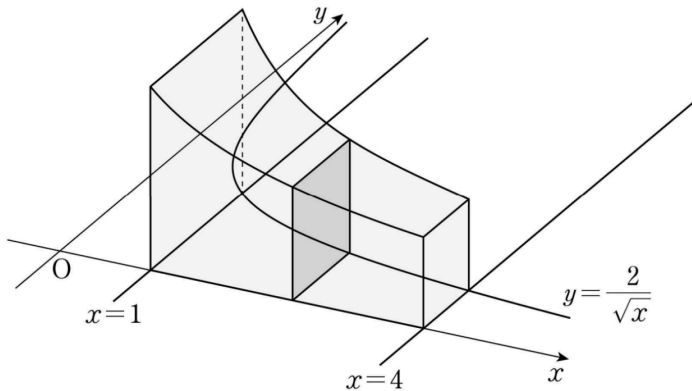
$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{n} \sum_{k=1}^n \sin \frac{\pi k}{3n} &= 6 \times \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx \\ &= 6 \times \left[-\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{3}} = 3 \end{aligned}$$



부피 (좌표평면)

[2023년 10월 (미적분) 25번]

22. 그림과 같이 곡선 $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$ 와 x 축 및 두 직선 $x=1$, $x=4$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $6\ln 2$ ② $7\ln 2$ ③ $8\ln 2$
 ④ $9\ln 2$ ⑤ $10\ln 2$

교육청 해설

[정답] ③

x 좌표가 t ($1 \leq t \leq 4$)인 점을 지나고 x 축에 수직인 평면으로 입체도형을 자른 단면의 넓이를

$$S(t) \text{라 하면 } S(t) = \left(\frac{2}{\sqrt{t}}\right)^2 = \frac{4}{t}$$

따라서 구하는 부피는

$$\int_1^4 S(t)dt = \int_1^4 \frac{4}{t} dt = \left[4\ln t\right]_1^4 = 8\ln 2$$