22.

Sol). $x > k > 1$ 이므로

$(x-1) > 0,\ x-k > 0.$

(가)의 양 변에 $(x-1)(x-k)$를 곱한다.

$$(f(x)-k)(x-1) \ge (f(x)-1)(x-k)$$

$$xf(x) - f(x) - kx + k \ge xf(x) - kf(x) - x + k.$$

$$\Rightarrow\ -f(x) - kx \ge -kf(x) - x.$$

$$(k-1)f(x) \ge (k-1)x.$$

$\because k > 1$ 이므로.

$$f(x) \ge x.$$

$\Rightarrow$ (가)는 $f(x) \ge x$를 만족시키는 k의 최소 : 2. $(x > k)$.

$\Rightarrow$ 결론적으로 x 값의 범위

(나) 해석.

minimum of k : 2

$\Rightarrow$ $x=4$ 에서 $f(x) \ge x$.

let $g(x) = f(x) - x$.

$g(4) = 0$, $x=4$ 에서 $f(x) \ge x$.

$\Rightarrow g(x) \ge 0$

$$g'(4) = \lim_{x\to 4} \frac{g(x)}{x-4}.$$

$$\lim_{x\to 4-} \frac{g(x)}{x-4} \le 0 \quad (\because g(x) \ge 0)$$

$$\lim_{x\to 4+} \frac{g(x)}{x-4} \ge 0$$

$$\therefore\ 0 \le g'(4) \le 0$$

$$\Rightarrow g'(4) = 0.$$

$$\therefore g(x) = (x-4)^2 Q(x)$$

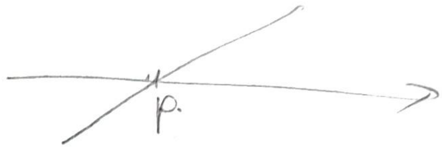
$(\because g(4) = g'(4) = 0)$

let $Q(x) = x - p$

$$g(x) = (x-4)^2(x-p)$$

$(x-4)^2 \ge 0$ for all x.

$\therefore$ $(x-p)$의 부호만 보면된다.



k의 최소가 2 이려면

$p = 2$.

$$\therefore f(x) = (x-2)(x-4)^2 + x$$

$$f(7) = 5 \cdot 9 + 7$$

$$= 52$$