

제 2 교시

2016학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 문제지

수학 영역(A형)

성명

수험번호

○ 자신이 선택한 유형('A'형 / 'B'형)의 문제지인지 확인하십시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

잠겨죽어도 좋으니 너는 물처럼 내게 밀려오라.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('A'형 / 'B'형), 답을 정확히 표기하십시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2015년 8월 15일 시행 Epsilon 모의고사 1회 (A형)

출제, 검토 및 편집

성균관대학교 수학교육과 수학기초연구학회 Epsilon

10학번 : 최원재

11학번 : 양종현

12학번 : 양한솔 황성문

13학번 : 김찬호 오인수 오현주

14학번 : 고정민 김민지 서재현 이다운 임현우

15학번 : 김효석 오민지 유정훈 이민욱 이상민 전성완 정다혜 최문영 최봉규

외부검토위원

김귀인 (서울대학교 자유전공학부 15)

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(A형)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $9^{\frac{1}{3}} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

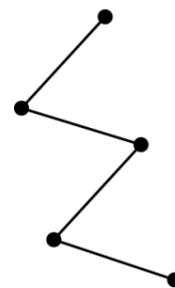
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $3A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - 2n^2 + 4n}{2n^3 + 4n - 7}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬에서 1의 개수와 0의 개수의 차는? [3점]



- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. 공비가 3이고 첫째항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 a_4 = 108$ 일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 9 ③ 18 ④ 27 ⑤ 36

6. $\int_1^3 (2x+1)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

7. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A^c \cap B) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

8. 함수 $f(x) = (x+1)(x+2)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

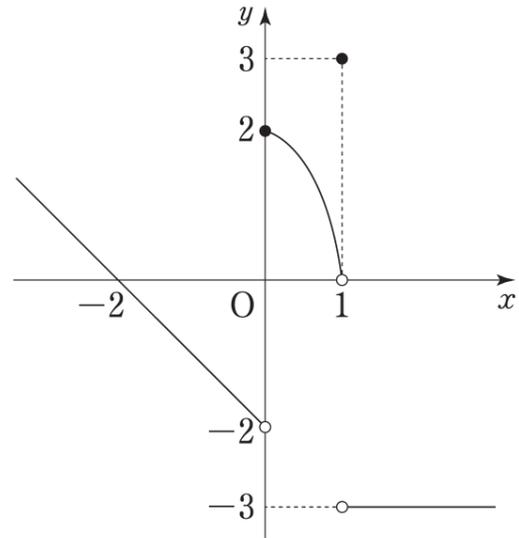
9. E 고등학교의 1학년 학생

400명의 기말고사 수학 점수는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 1학년 학생 중에서 수학 점수가 67점 이하인 학생의 수와 수학 점수가 83점 이상인 학생의 수가 8명으로 같을 때, 수학 점수가 71점 이상인 학생의 수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

- ① 242 ② 276 ③ 336 ④ 372 ⑤ 392

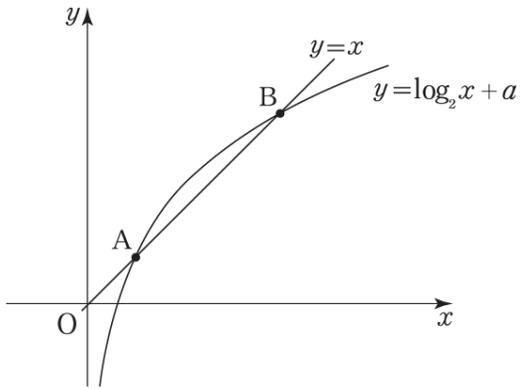
10. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} |f(x)|$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. 그림과 같이 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프가 직선 $y = x$ 와 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고, $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 이다. 상수 a 의 값은?
[3점]



- ① $\log_2 3 - 1$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\log_2 3 - \frac{2}{3}$
④ 1 ⑤ $\log_2 3 - \frac{1}{3}$

12. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$S_n = n^2 - 2n + 2 \text{ 일 때, } \sum_{n=1}^5 a_{2n-1} \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

[13~14] 함수 $f(x) = x^2(x+3)$ 이 있다.
13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선이 점 $(2, k)$ 를
지날 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

14. 닫힌 구간 $[0, 3]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 에 대하여

$$P(0 \leq X \leq x) = af'(x) \quad (0 \leq x \leq 3, a > 0)$$

일 때, $E(X)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{5}$ ② $\frac{17}{8}$ ③ $\frac{29}{13}$ ④ $\frac{40}{17}$ ⑤ $\frac{51}{20}$

15. 서로 다른 네 종류의 상품 A, B, C, D에서 중복을 허락하여 5개를 택할 때, 상품 B의 개수가 상품 A의 개수보다 더 크거나 같게 되는 경우의 수는? (단, 상품 A, B, C, D의 개수는 충분히 많다.) [4점]

- ① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{1}{4}$ 이고,

$$a_{n+1} = \frac{n+1}{n+2} a_n + \frac{n}{(2n+1)(2n+3)} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$(n+2)a_{n+1} = (n+1)a_n + \frac{n(n+2)}{(2n+1)(2n+3)}$$

이므로 $n \geq 1$ 인 자연수 n 에 대하여

$$(n+1)a_n = 2a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k(k+2)}{(2k+1)(2k+3)} \quad \dots (*)$$

이다. 한편

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k(k+2)}{(2k+1)(2k+3)} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k(k+2)}{2k+1} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k(k+2)}{2k+3} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sum_{k=2}^{n-1} \frac{k(k+2)}{2k+1} - \sum_{k=1}^{n-2} \frac{k(k+2)}{2k+3} - \frac{(n-1)(n+1)}{2n+1} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + \boxed{(가)} - \frac{(n-1)(n+1)}{2n+1} \right) \end{aligned}$$

이므로 (*)에 의하여

$$a_n = \frac{1}{2(n+1)} \left(2 + \boxed{(가)} - \frac{n^2-1}{2n+1} \right) \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \frac{\boxed{(나)}}{2(n+1)(2n+1)} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{g(10)}{f(5)}$ 의 값은? [4점]

- ① 29 ② 31 ③ 33 ④ 35 ⑤ 37

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 + AB - A - B = E, \quad (A - B)^2 - 4A^2 = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A+B$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB=BA$

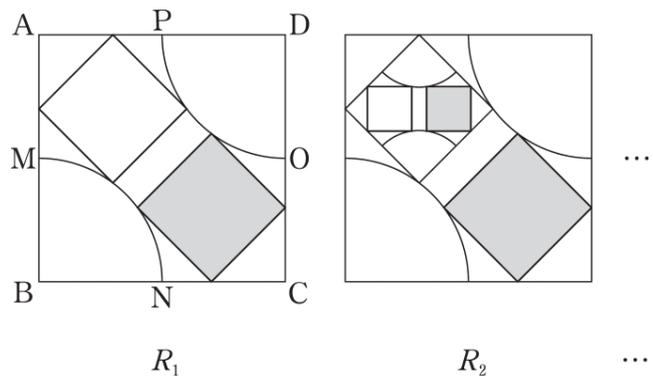
ㄷ. $A^2 - A = 2E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 네 변 AB, BC, CD, DA의 중점을 각각 M, N, O, P라 하자. 중심이 B, 반지름의 길이가 \overline{BN} 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 BNM을 그리고, 중심이 D, 반지름의 길이가 \overline{DP} 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 DPO를 그린다. 네 꼭짓점 중 두 꼭짓점이 각각 두 부채꼴 위에 있고 나머지 두 꼭짓점이 각각 정사각형의 변 위에 있도록 서로 합동인 두 정사각형을 그린다. 새로 그려진 두 정사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 그린 두 정사각형 중 색칠되어 있지 않은 정사각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 정사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{34}{41}$ ② $\frac{35}{41}$ ③ $\frac{36}{41}$
 ④ $\frac{37}{41}$ ⑤ $\frac{38}{41}$

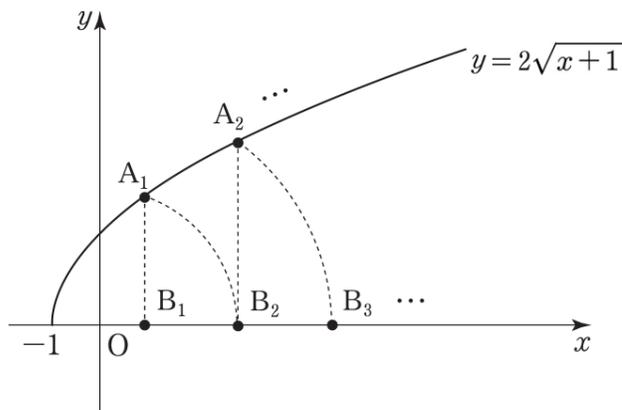
19. 자연수 n 에 대하여, 좌표평면 위의 두 점 A_n, B_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 A_1 의 좌표는 $(1, 2\sqrt{2})$ 이다.
 (나) 점 A_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 B_n 이라 하고,
 x 축 위에 점 B_{n+1} 을 $\overline{OA_n} = \overline{OB_{n+1}}$ 가 되도록 잡는다.
 (다) 점 B_{n+1} 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선
 $y = 2\sqrt{x+1}$ 과 만나는 점을 A_{n+1} 이라 한다.

삼각형 OA_nB_{n+1} 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\{S_n\}^2}{n^3}$ 의 값은?

(단, 점 B_n 의 x 좌표는 양수이다.) [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10



20. 양의 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 하자. 자연수 n 에 대하여

$$f(10x^2) - 3g(x) = n$$

을 만족시키는 모든 x 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{25} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 37 ② 38 ③ 39 ④ 40 ⑤ 41

21. 실수 m 에 대하여 두 삼차함수 $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x$ 와 $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(2)$ 의 최댓값은? [4점]

(가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $mx \leq g(x) \leq f(x)$ 이다.
 (나) $g(1) = m$

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1}{x+1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ a+1 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax \\ ay \end{pmatrix}$$

- 이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 - a_3 = a_1$ 일 때,
 $\frac{a_7 + a_{12}}{a_2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + (a+4)x + 4a}{x+4} & (x \neq -4) \\ 8 & (x = -4) \end{cases}$$

- 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.
 [3점]

26. 파고를 만드는 물의 출렁임을 파랑이라고 하는데,
 이 파랑에너지를 이용하여 발전기를 돌린다. 어느 지역에서의
 파고를 $H(\text{m})$, 파고의 주기를 $T(\text{s})$, 파랑에너지밀도를 S 라
 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log S = \log \frac{H^2}{T^4} - \frac{1}{4} T^{-4} + C \quad (\text{단, } C \text{는 상수이다.})$$

- 이 지역에서의 파고의 주기가 각각 $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{2}$ 일 때, 파고를
 각각 H_A , H_B 라 하고 파랑에너지밀도를 각각 S_A , S_B 라 하자.
 H_A 와 H_B 가 같을 때, $\frac{S_A}{S_B}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 함수 $f(x) = ax^2(x-3)$ ($a > 0$)가 $x = b$ 에서 극솟값을 갖는다.
 $f'(1) = 12a^2f(b)$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어있는 주머니에서 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 주머니에 남아 있는 흰 공과 검은 공의 개수의 차를 확률변수 X 라 하자. $E(X+a) = 6E(X)$ 일 때, $7a$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

29. 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \frac{1}{2} \int_x^{x+2} f(t) dt \text{ 는 } x=3 \text{ 에서 최댓값 } 3 \text{ 을 갖는다.}$$

함수 $f(x)$ 의 최댓값을 p 라 할 때, $9p^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\{(x, y) \mid \log_2 x \leq y \leq 2^x\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n 이라 하자.

(가) x 좌표와 y 좌표는 모두 자연수이다.

(나) $x+y=n$

예를 들어, $a_1=0$, $a_3=2$ 이다. $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]