

1. $\log_2 \frac{8}{9} + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} 18$ 의 값은? [2점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

$$\log_2 \frac{8}{9} + \log_2 18$$

$$= \log_2 16 = 4$$

2. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{f(x)+x}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\frac{f(x)}{x} + 1} = \frac{3}{2+1} = 1$$

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_6 = 21S_2, \quad a_6 - a_2 = 15$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{\sqrt{2}}{2}$

③ 1

④ $\sqrt{2}$

⑤ 2

$$\frac{S_6}{S_2} = \frac{r^6 - 1}{r^2 - 1} = r^4 + r^2 + 1 = 21$$

$$\frac{r^2 = 4}{r = 2}$$

$$ar^5 - ar = 15$$

$$ar(r^4 - 1) = 15$$

$$2a \times 15 = 15, \quad a = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = ar^2 = 2$$

4. 함수 $f(x) = x^3 + ax + b$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 5$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

$$f' = 3x^2 + a$$

$$f(1) = 0$$

$$a + b + 1 = 0$$

$$f'(1) = 5$$

$$3 + a = 5, \quad a = 2$$

$$b = -3$$

5. $\sin\theta < 0$ 이고 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{5}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{21}}{2}$

② $-\frac{\sqrt{21}}{5}$

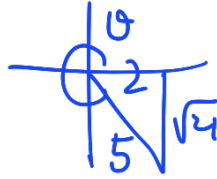
③ 0

④ $\frac{\sqrt{21}}{5}$

⑤ $\frac{\sqrt{21}}{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{2}{5}$

$\cos\theta = \frac{2}{5}$



$\tan\theta = -\frac{\sqrt{21}}{2}$

6. 모든 실수 t 에 대하여 다항함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 기울기가 $-6t^2 + 2t$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(1, 1)$ 을 지날 때, $f(-1)$ 의 값은? [3점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

$f'(x) = -6x^2 + 2x$

$f(x) = -2x^3 + x^2 + C$

$f(1) = -2 + 1 + C = 1$

$C = 2$

$f(-1) = 2 + 1 + C = 5$

7. 다음 조건을 만족시키는 모든 유리수 r 의 값의 합은? [3점]

(가) $1 < r < 9$

(나) r 를 기약분수로 나타낼 때, 분모는 7이고 분자는 홀수이다.

① 102

② 108

③ 114

④ 120

⑤ 126

$$\frac{7}{7} < r < \frac{63}{7}$$

$$\left(\frac{9}{7} + \frac{11}{7} + \dots + \frac{63}{7} \right) - \left(\frac{21}{7} + \frac{35}{7} + \frac{49}{7} + \frac{63}{7} \right)$$

$$= \frac{1}{7} \times \frac{29 \times (9+63)}{2} - (3+5+7+9)$$

$$= 144 - 24 = 120$$

8. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -5x-4 & (x < 1) \\ x^2-2x-8 & (x \geq 1) \end{cases}, \quad g(x) = -x^2-2x$$

에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

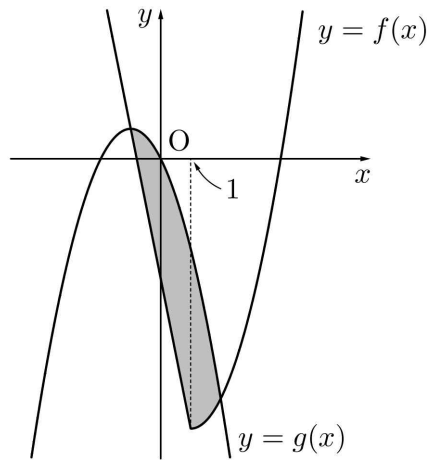
① $\frac{34}{3}$

② 11

③ $\frac{32}{3}$

④ $\frac{31}{3}$

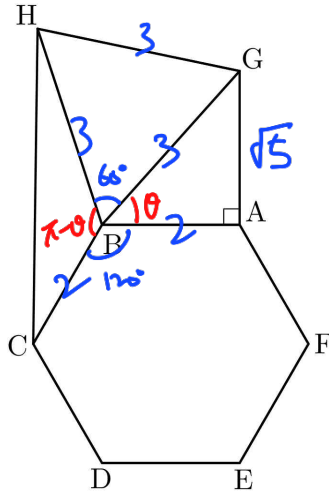
⑤ 10



$$\begin{array}{l|l} -5x-4 = -x^2-2x & x^2+2x-8 = -x^2-2x \\ x^2+3x-4=0 & 2x^2-8=0 \\ x=-1, 4 & x=-2, 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^1 (-x^2+3x+4) dx + \int_1^2 (-2x^2+8) dx \\ &= 2 \left[-\frac{1}{3}x^3+4x \right]_{-1}^1 + \left[-\frac{2}{3}x^3+8x \right]_1^2 \\ &= \frac{22}{3} + \left(-\frac{16}{3}+16 \right) - \left(-\frac{2}{3}+8 \right) = \frac{32}{3} \end{aligned}$$

9. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF 에 대하여 점 G 를 $\overline{AG} = \sqrt{5}$, $\angle BAG = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고, 점 H 를 삼각형 BGH 가 정삼각형이 되도록 잡는다. 선분 CH 의 길이는?
 (단, 점 G 는 정육각형의 외부에 있고, 두 선분 AF, BH 는 만나지 않는다.) [4점]



$\cos \theta = \frac{2}{3}$
 $\angle HBC = \pi - \theta$
 $\angle HCB = 2\theta$
 $\overline{CH}^2 = 9 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos(\pi - \theta)$
 $= 13 - 12 \cdot (-\frac{2}{3}) = 21$

① $2\sqrt{5}$

② $\sqrt{21}$

③ $\sqrt{22}$

④ $\sqrt{23}$

⑤ $2\sqrt{6}$

$\overline{CH} = \sqrt{21}$

10. 함수

$$f(x) = \int_a^x (3t^2 + bt - 5) dt \quad (a > 0)$$

이 $x = -1$ 에서 극값 0 을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

① 1

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{5}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{7}{3}$

$$f(x) = 0$$

$$f'(x) = 3x^2 + bx - 5$$

$$f'(-1) = 3 - b - 5 = 0, \quad b = -2, \quad f = 3x^2 - 2x - 5$$

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + C$$

$$f(-1) = -1 - 1 + 5 + C = 0, \quad C = -3$$

$$f(a) = a^3 - a^2 - 5a - 3 = 0$$

$$(a-3)(a^2 + 2a + 1) = 0$$

$$a = 3, -1 \quad \therefore a = 3 \quad (\because a > 0)$$

$$a + b = 3 - 2 = 1$$

11. 함수 $f(x) = -2^{|x-a|} + a$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{AB} = 6$ 이다. 함수 $f(x)$ 가 $x=p$ 에서 최댓값 q 를 가질 때, $p+q$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

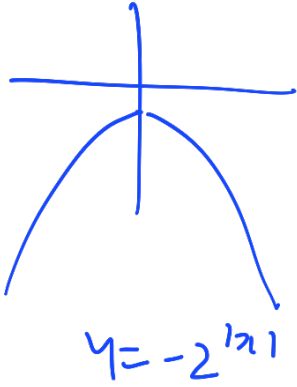
① 14

② 15

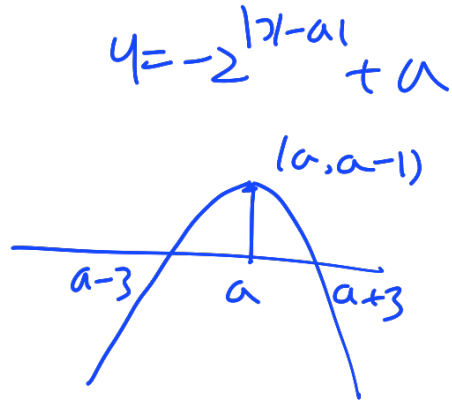
③ 16

④ 17

⑤ 18



$y = -2^{|x|}$ (우함수)
 $x=0 \rightarrow y = -2^0$



$f(a+3) = -2^3 + a = 0, a = 8$

$x = 8 \rightarrow$ 최댓값 7
 $p = 8 \quad q = 7$
 $p + q = 15$

12. 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $f(x)$ 와 상수 a 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ a - f(-x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = -4$

(나) 함수 $g(x)$ 의 극솟값은 0 이다.

$g(-a)$ 의 값은? [4점]

① -40

② -36

③ -32

④ -28

⑤ -24

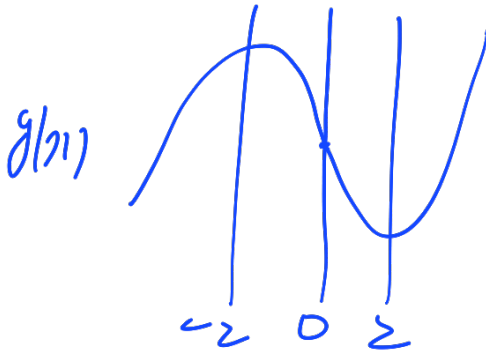
(가) $\lim_{x \rightarrow 0} (g(x) - g(0)) = 0 \Rightarrow g(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속

$f(0) = a - f(0), f(0) = \frac{a}{2}$

$g'(0) = -4 \Rightarrow f'(0) = -4$

$\therefore f(x) = -x^2 - 4x + \frac{a}{2} = -(x+2)^2 + 4 + \frac{a}{2}$

$a - f(-x) = (x-2)^2 - 4 + \frac{a}{2}$



$\therefore g(2) = \frac{a}{2} - 4 = 0$

$a = 8$

$\therefore g(-a) = g(-8) = f(-8)$

$= -36 + 4 + 4$

$= -28$

13. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = -3$, $a_{20} = 1$ 이고, 3 이상의 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_{n-1}$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{50} a_n$ 의 값은? [4점]

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

$$\begin{array}{l} S_{n+1} = a_n \\ - \quad S_n = a_{n-1} \quad (n \geq 3) \end{array}$$

$$a_{n+1} = a_n - a_{n-1} \quad (n \geq 3)$$

$$n=3 \rightarrow a_1 + a_2 + a_3 = a_2, \quad a_3 = -a_1 = 3$$

$$a_2 = p$$

$$-3, p, 3, 3-p, -p, -3, p-3, p, 3, 3-p, \dots$$

$$a_{20} = p = 1$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{50} a_n = a_{49} = a_{17} = p - 3 = -2$$

14. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - kx = x(x^2 - k)$$

라 하고, 실수 a 와 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a \text{ 또는 } x > a+1) \\ -f(x) & (a \leq x \leq a+1) \end{cases}$$

$k > 0$ $k < 0$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

- ㉠. 두 실수 k, a 의 값에 관계없이 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
- ㉡. $k=4$ 일 때, 함수 $g(x)$ 가 $x=p$ 에서 불연속인 실수 p 의 개수가 1이 되도록 하는 모든 실수 a 의 개수는 3이다.
- ㉢. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 순서쌍 (k, a) 의 개수는 2이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉠, ㉢

㉠. $a \neq 0$
 $a+1 \neq 0 \Rightarrow g(x)$ 는 $x=0$ 연속

$\begin{cases} a=0 \Rightarrow g(-) = g(0+) = g(0) = 0 \\ a=-1 \Rightarrow g(-) = g(0+) = g(0) = 0 \end{cases} \therefore x=0$ 연속

㉡. $k=4 \Rightarrow f(x) = x(x+2)(x-2)$

기 = p 불연속 1개 $\Rightarrow p = -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 6개

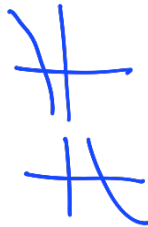
㉢. $f(a) = 0$
 $f(a+1) = 0 \Rightarrow$

간격: 1

$k=1$	$a=-1, 0$	k	a
$k=4$	$a=-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	1	$-1, 0$
		$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

3개

15. 0이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

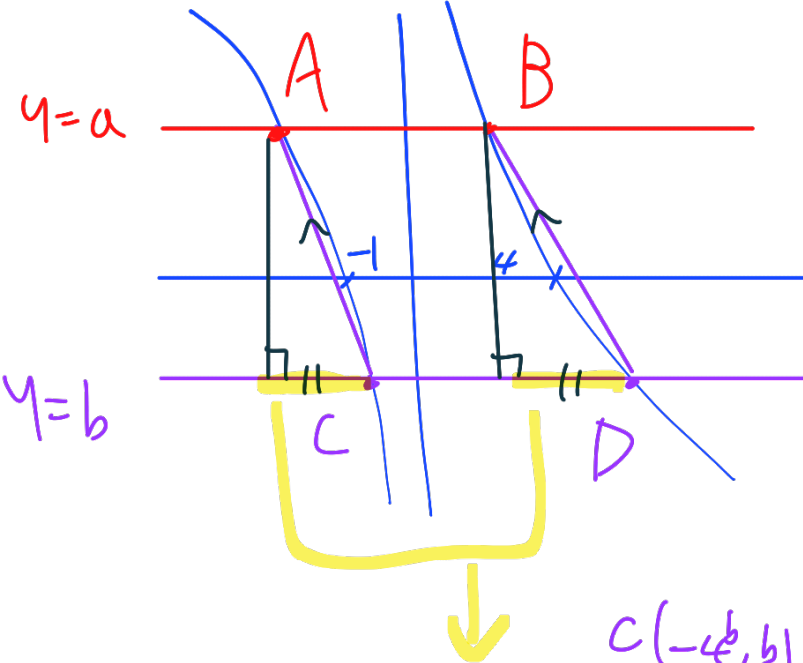
$$f(x) = \begin{cases} \log_4(-x) & (x < 0) \\ 2 - \log_2 x & (x > 0) \end{cases}$$


이 있다. 직선 $y=a$ 와 곡선 $y=f(x)$ 가 만나는 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)라 하고, 직선 $y=b$ 와 곡선 $y=f(x)$ 가 만나는 두 점 C, D의 x 좌표를 각각 x_3, x_4 ($x_3 < x_4$)라 하자.

$\left| \frac{x_2}{x_1} \right| = \frac{1}{2}$ 이고 두 직선 AC와 BD가 서로 평행할 때, $\left| \frac{x_4}{x_3} \right|$ 의 값은?

(단, a, b 는 $a \neq b$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $3+3\sqrt{3}$
- ② $5+2\sqrt{3}$
- ③ $4+3\sqrt{3}$
- ④ $6+2\sqrt{3}$
- ⑤ $5+3\sqrt{3}$



$$\begin{aligned} \log_4(-x) &= a \rightarrow x = -4^a \\ 2 - \log_2 x &= a \rightarrow x = 2^{2-a} \\ A(-4^a, a), B(2^{2-a}, a) \\ &\text{" " } \\ &x_1 \quad x_2 \\ \left| \frac{x_2}{x_1} \right| &= \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = -2x_2 \\ -4^a &= -2 \cdot 2^{2-a}, 2^{2a} = 2^{3-a}, \underline{a=1} \\ A(-4, 1), B(2, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC \parallel BD &\Rightarrow -4^b - (-4) = 2^{2-b} - 2, 2^b = t (t > 0) \\ -t^2 + 4 &= \frac{4}{t} - 2, t^3 - 6t + 4 = 0 \\ (t-2)(t^2 + 2t - 2) &= 0 \\ t=2 &\rightarrow b=1 = a(x) \hookrightarrow t = -1 \pm \sqrt{3}, t > 0 \\ t &= 2^b = -1 + \sqrt{3}, \left| \frac{x_4}{x_3} \right| = \frac{2^{2-b}}{4^b} = 2 = \frac{2^{-3b}}{2^{3b}} = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 4 \times \frac{\sqrt{3}+1+3\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{8} \\ \frac{1}{2^b} &= \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \rightarrow = \frac{10+6\sqrt{3}}{2} = 5+3\sqrt{3} \end{aligned}$$

16. $a^4 - 8a^2 + 1 = 0$ 일 때, $a^4 + a^{-4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

62

$$a^2 + a^{-2} = 8$$

$$a^4 + a^{-4} = (a^2 + a^{-2})^2 - 2 = 62$$

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 - 2x)f(x)$$

라 하자. $f(2) = -3$, $f'(2) = 4$ 일 때, 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 y 절편을 구하시오. [3점]

$$g'(x) = (3x^2 - 2)f(x) + (x^3 - 2x)f'(x)$$

16

$$g(2) = 4f(2) = -12$$

$$g'(2) = 10f(2) + 4f'(2) = -30 + 16 = -14$$

$$y = -14(x - 2) - 12$$

$$y = -14x + 16$$

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^7 (a_k + k) = 50, \quad \sum_{k=1}^7 (a_k + 2)^2 = 300$$

일 때, $\sum_{k=1}^7 a_k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

184

$$\sum_1^7 a_k + \frac{7 \cdot 8}{2} = 50, \quad \sum_1^7 a_k = 22$$

$$\sum_1^7 a_k^2 + 4 \sum_1^7 a_k + 28 = 300$$

$$\sum_1^7 a_k^2 = 272 - 88 = 184$$

19. x 에 대한 방정식

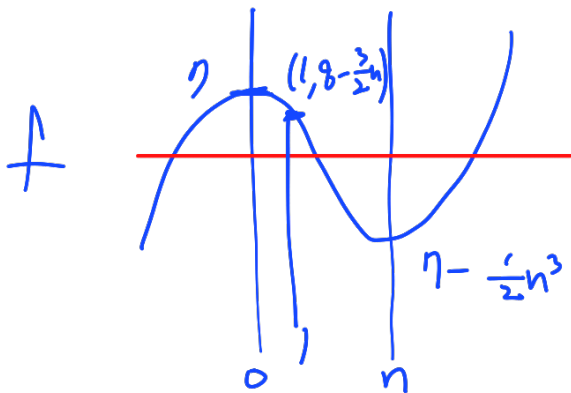
$$f(x) = x^3 - \frac{3n}{2}x^2 + 7 = 0$$

의 1보다 큰 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

[3점]

12

$$f'(x) = 3x^2 - 3nx = 3x(x-n)$$



$$7 - \frac{3}{2}n^3 < 0 < 7 - \frac{3}{2}n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n^3 > 14 \\ n < \frac{16}{3} \end{array} \right. \quad \underline{n = 3, 4, 5}$$

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t > 0)$ 에서의 가속도 $a(t)$ 가

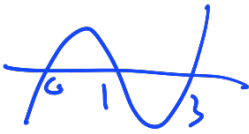
$$a(t) = 3t^2 - 8t + 3$$

이다. 점 P가 시각 $t=1$ 과 시각 $t=\alpha (\alpha > 1)$ 에서 운동 방향을 바꿀 때, 시각 $t=1$ 에서 $t=\alpha$ 까지 점 P가 움직인 거리는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

11

$$v(t) = t^3 - 4t^2 + 3t + C$$

$$v(1) = C = 0, \quad v(t) = t(t-1)(t-3), \quad \alpha = 3$$



$$\int_1^3 |v(t)| dt = - \int_1^3 (t^3 - 4t^2 + 3t) dt$$

$$= - \left[\frac{1}{4}t^4 - \frac{4}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 \right]_1^3$$

$$= - \left(\left(\frac{81}{4} - 36 + \frac{27}{2} \right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2} \right) \right)$$

$$= - \left(20 - 36 + \frac{4}{3} + 12 \right) = \frac{8}{3} = \frac{q}{p}$$

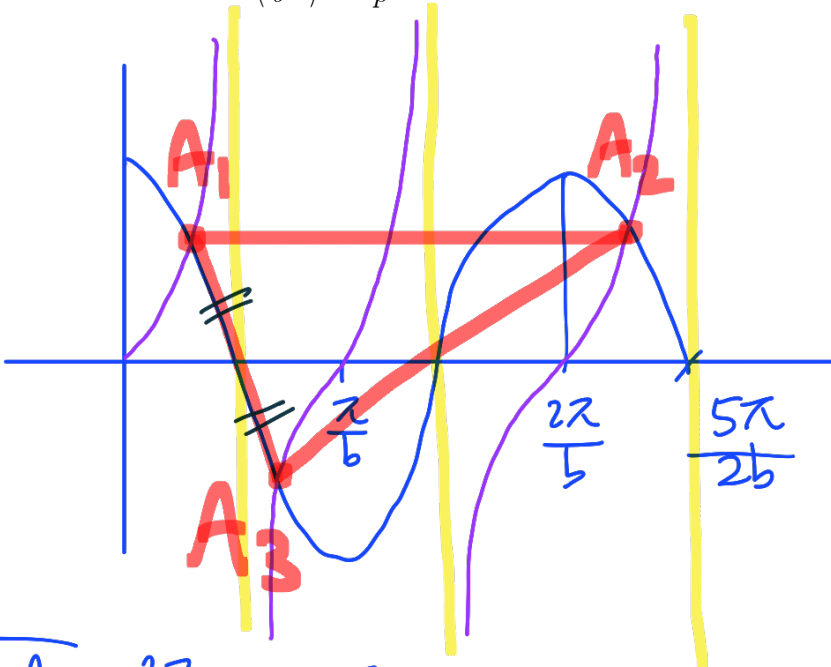
21. 두 양수 a, b 에 대하여 두 함수

$$y = 3a \tan bx, \quad y = 2a \cos bx$$

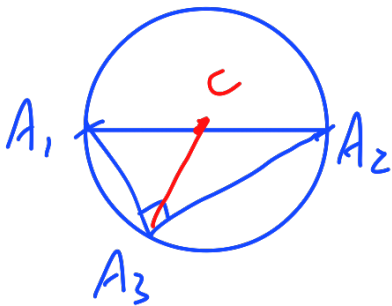
주기 $\frac{\pi}{b}$ 주기 $\frac{2\pi}{b} = \frac{4\pi}{2b}$

의 그래프가 만나는 점 중에서 x 좌표가 0보다 크고 $\frac{5\pi}{2b}$ 보다 작은 세 점을 x 좌표가 작은 점부터 x 좌표의 크기순으로 A_1, A_2, A_3 이라 하자. 선분 A_1A_3 을 지름으로 하는 원이 점 A_2 를 지나고 이 원의 넓이가 π 일 때, $\left(\frac{a}{b}\pi\right)^2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점] 29



$$\overline{A_1A_2} = \frac{2\pi}{b}, \quad t = \frac{\pi}{b}, \quad s = \pi t^2 = \frac{\pi^3}{b^2} = \pi, \quad \therefore b = \pi$$



$$3a \tan bx = 2a \cos bx$$

$$\frac{3}{2} = \frac{c}{t} = \frac{c^2}{s} = \frac{1-s^2}{s}$$

$$\begin{aligned} 3s &= 2 - 2s^2 \\ 2s^2 + 3s - 2 &= 0 \\ 2s & \quad -1 \\ s & \quad +2 \end{aligned}$$

$$s = \frac{1}{2} \rightarrow \sin 2bx = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} y = 3a \tan bx \\ y = 2a \cos bx \end{cases} \quad \text{주기: } 2$$

$$A_1 \left(\frac{1}{b}, \sqrt{3}a \right)$$

$$A_2 \left(\frac{13}{b}, \sqrt{3}a \right)$$

$$A_3 \left(\frac{5}{b}, -\sqrt{3}a \right)$$

$$C \left(\frac{7}{b}, \sqrt{3}a \right)$$

$$\overline{CA_1} = \overline{CA_3} = 1$$

$$\sqrt{\frac{c}{9} + 12a^2} = 1$$

$$12a^2 = \frac{8}{9}, \quad a^2 = \frac{2}{27}, \quad \left(\frac{a\pi}{b}\right)^2 = a^2 = \frac{2}{27} = \frac{q}{p}$$

22. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = x|f(x)| = \begin{cases} x f(x) & (f(x) \geq 0) \\ -x f(x) & (f(x) < 0) \end{cases}$$

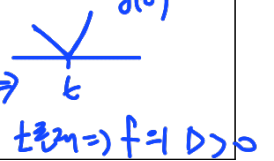
가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 극한

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{g(t+h)}{h} \times \frac{g(t-h)}{h} \right\} = \alpha \Rightarrow \begin{cases} g(t) = 0 & -g'(t^+) \times g'(t^-) > \alpha \\ g(t) = 0 & g'(t^+) \times g'(t^-) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \alpha(t) \\ \vee \\ t \end{matrix}$$

가 양의 실수로 수렴하는 실수 t 의 개수는 1이다.

(나) x 에 대한 방정식 $\{g(x)\}^2 + 4g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

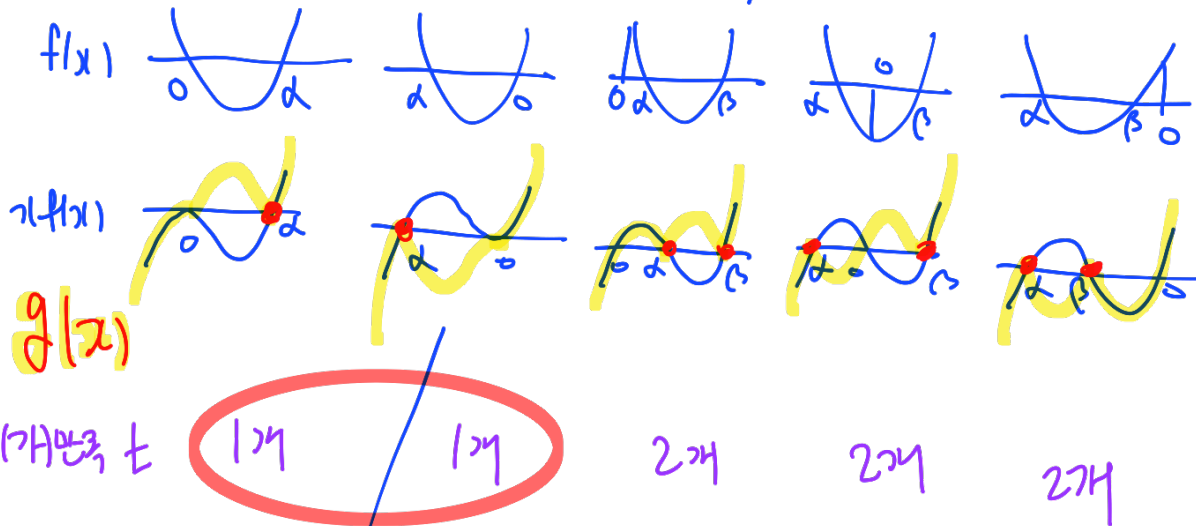


$g(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

54

$g(x) = 0$ or -4

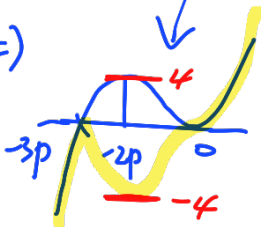
$g(t) = 0$ & $g'(t^+)g'(t^-) < 0 \Rightarrow t: 1개$



$g(x) = \begin{cases} x f(x) & (x < \alpha) \\ -x f(x) & (\alpha < x < \beta) \end{cases}$
 $\alpha < x < \beta \Rightarrow \begin{cases} x < \alpha \\ x > \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \downarrow \\ \text{기종대칭} \\ \downarrow \\ \text{2개}$

(나) 반쪽 =

$g(x) = 0$
 $g(x) = -4$



$g(x) = x^2(x+3p)$
 $-2p \Rightarrow 4p^2 \cdot p = 4, p = 1$
 $g(x) = x^2(x+3), g(3) = 3^2(3) = 54$

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2024학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수학영역

확률과 통계

23. 이산확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	4	6	합계
$P(X=x)$	a	a	b	1

 $E(X)=5$ 일 때, $b-a$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{5}{12}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{7}{12}$

⑤ $\frac{2}{3}$

$$2a + b = 1$$

$$2a + 4a + 6b = 5$$

$$\underline{a + b = \frac{5}{6}}$$

$$a = \frac{1}{6}$$

$$b = \frac{4}{6}$$

$$b - a = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

24. 한 개의 주사위와 한 개의 동전이 있다. 이 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수만큼 반복하여 이 동전을 던질 때, 동전의 앞면이 나오는 횟수가 5일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{48}$

② $\frac{1}{24}$

③ $\frac{1}{16}$

④ $\frac{1}{12}$

⑤ $\frac{5}{48}$

주사위 눈 5 $\Rightarrow \frac{1}{6} \times 5C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{32}$
 (주사위 눈 6 $\Rightarrow \frac{1}{6} \times 6C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{6} \times \frac{3}{32}$] $\frac{1}{6} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{48}$

25. 다항식 $(ax+1)^7$ 의 전개식에서 x^5 의 계수와 x^3 의 계수가 서로 같을 때, x^2 의 계수는?
 (단, a 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

① 28

② 35

③ 42

④ 49

⑤ 56

$7C_5 (ax)^5 \rightarrow 21a^5$
 ($7C_3 (ax)^3 \rightarrow 35a^3$] $a^2 = \frac{5}{3}$
 $7C_2 (ax)^2 = 35a^2$

26. 육군사관학교 모자 3개, 해군사관학교 모자 2개, 공군사관학교 모자 3개가 있다. 이 8개의 모자를 모두 일렬로 나열할 때, 양 끝에는 서로 다른 사관학교의 모자가 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 사관학교의 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 360

② 380

③ 400

④ 420

⑤ 440



AAA BB CCC

양 끝

$$A \& B \Rightarrow 2 \times \frac{6!}{3!2!} = 120$$

$$A \& C \Rightarrow 2 \times \frac{6!}{2!2!2!} = 180$$

$$B \& C \Rightarrow 2 \times \frac{6!}{3!2!} = 120$$

420

27. 7개의 문자 a, b, c, d, e, f, g 를 모두 한 번씩 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 임의로 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [3점]

- (가) a 와 b 는 이웃하고, a 와 c 는 이웃하지 않는다.
 (나) c 는 a 보다 왼쪽에 있다.

① $\frac{1}{42}$

② $\frac{1}{21}$

③ $\frac{1}{14}$

④ $\frac{2}{21}$

⑤ $\frac{5}{42}$

전체: 7!

$d^{\vee} e^{\vee} f^{\vee} g^{\vee} 4!$

i) $(ab), c$ 따로 $\Rightarrow 5C_2 \times 2 = 20$

ex) $d^{\vee} c^{\vee} e^{ab} f^{\vee} g^{\vee}$

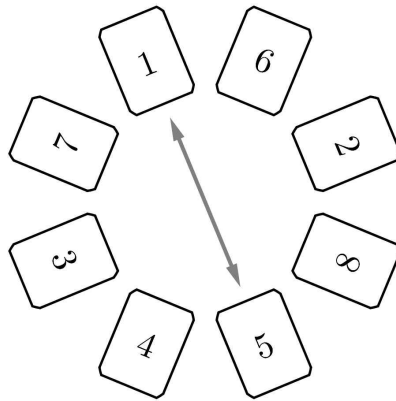
ii) $(ab), c$ 같이 $\Rightarrow 5C_1 \times 1 = 5$

\hookrightarrow \boxed{cba} 순서

ex) $d^{\vee} e^{\vee} f^{\vee} cba^{\vee} g^{\vee}$

$$\therefore \frac{4! \times 25}{7!} = \frac{25}{7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{5}{42}$$

28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 8장의 카드를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 한 장의 카드와 이 카드로부터 시계 방향으로 네 번째 위치에 놓여 있는 카드는 서로 마주 보는 위치에 있다고 하자. 서로 마주 보는 위치에 있는 카드는 4쌍이 있다. 예를 들어, 그림에서 숫자 1, 5가 적혀 있는 두 장의 카드는 서로 마주 보는 위치에 있고, 숫자 1, 4가 적혀 있는 두 장의 카드는 서로 마주 보는 위치에 있지 않다.



1 2 3 4 5 6 7 8

이 8장의 카드를 일정한 간격을 두고 원형으로 임의로 배열하는 시행을 한다. 이 시행에서 서로 마주 보는 위치에 있는 두 장의 카드에 적혀 있는 두 수의 차가 모두 같을 때, 숫자 1이 적혀 있는 카드와 숫자 2가 적혀 있는 카드가 서로 이웃할 확률은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

① $\frac{1}{18}$

② $\frac{1}{9}$

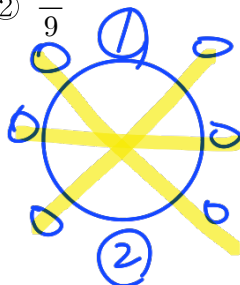
③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{2}{9}$

⑤ $\frac{5}{18}$

i) 차 1

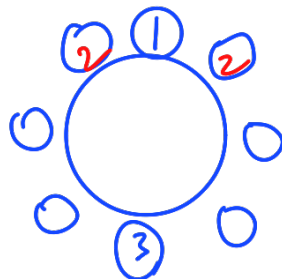
- 2 1
- 4 3
- 6 5
- 8 7



전개: $3! \times 2^3 = 48$
1&2 이웃 X

ii) 차 2

- 3 1
- 4 2
- 7 5
- 8 6

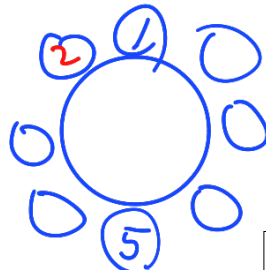


전개: $3! \times 2^3 = 48$

1&2 이웃: $2 \times (2! \times 2^2) = 16$

iii) 차 4

- 5 1
- 6 2
- 7 3
- 8 4



전개: $3! \times 2^3 = 48$

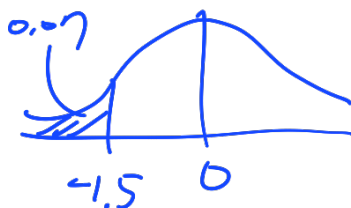
1&2 이웃: $2 \times (2! \times 2^2) = 16$

$$\frac{16 + 16}{48 + 48 + 48} = \frac{32}{144} = \frac{2}{9}$$

29. 어느 공장에서 생산하는 과자 1개의 무게는 평균이 150g, 표준편차가 9g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산하는 과자 중에서 임의로 n 개를 택해 하나의 세트 상품을 만들 때, 세트 상품 1개에 속한 n 개의 과자의 무게의 평균이 145g 이하인 경우 그 세트 상품은 불량품으로 처리한다. 이 공장에서 생산하는 세트 상품 중에서 임의로 택한 세트 상품 1개가 불량품일 확률이 0.07 이하가 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.
 (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.43$ 으로 계산한다.) [4점]

$$X \sim N(150, 9^2)$$

$$\bar{X} \sim N\left(150, \left(\frac{9}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$$



$$P(\bar{X} \leq 145) = P\left(Z \leq \frac{-5}{\frac{9}{\sqrt{n}}}\right) = P\left(Z \leq -\frac{5\sqrt{n}}{9}\right) \leq 0.07$$

$$-\frac{5\sqrt{n}}{9} \leq -1.5$$

$$\frac{5\sqrt{n}}{9} \geq \frac{3}{2}, \quad \sqrt{n} \geq \frac{27}{10} = 2.7$$

$$n \geq 7.29$$

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 연필 5자루와 같은 종류의 공책 5권을 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있고, 공책을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

166

- (가) 학생 A가 받는 연필의 개수는 4 이상이다.
 (나) 공책보다 연필을 더 많이 받는 학생은 1명뿐이다.

연필
 A B C D
 5 0 0 0

⇒ $4H5 - 1 = 55$

연필
 4 1 0 0

공책
 2 0 1 2

연필 1개 B, C, D

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow 3 \times 3 = 9$$

연필
 4 1 0 0

공책
 a b c d

A 연필 1개 B, C, D
 $a + b + c + d = 5$

$$\begin{pmatrix} 0 \leq a \leq 3 \\ b \geq 1 \\ c \geq 0 \\ d \geq 0 \end{pmatrix} \Rightarrow 3 \times (4H4 - 1) = 102$$

⇒ $55 + 9 + 102 = 166$

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 ○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2024학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

미 적 분

23. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_n = 4^{n+1} - 3n$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{4^{n-1}}$ 의 값은? [2점]

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 3 \cdot 4^n - 3$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 4^n - 3}{4^{n-1}} = 12$$

24. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{n+k}{n}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln 2$ ② $\frac{1}{2} + \ln 2$ ③ $1 + \frac{1}{2} \ln 2$ ④ $1 + \ln 2$ ⑤ $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \ln 2$

$$\begin{aligned}
 1 + \frac{k}{n} &\rightarrow x \\
 \frac{k}{n} &\rightarrow dx \\
 \int_1^2 f(x) dx &= \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx \\
 &= \left[\ln x - \frac{1}{x} \right]_1^2 \\
 &= \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right) - (\ln 1 - 1) \\
 &= \ln 2 + \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

25. 곡선 $\pi \cos y + y \sin x = 3x$ 가 x 축과 만나는 점을 A 라 할 때, 이 곡선 위의 점 A 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

$$y=0 \Rightarrow \pi = 3x, x = \frac{\pi}{3}, A\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$$

$$-\pi \sin y \times y' + y' \sin x + y \cos x = 3$$

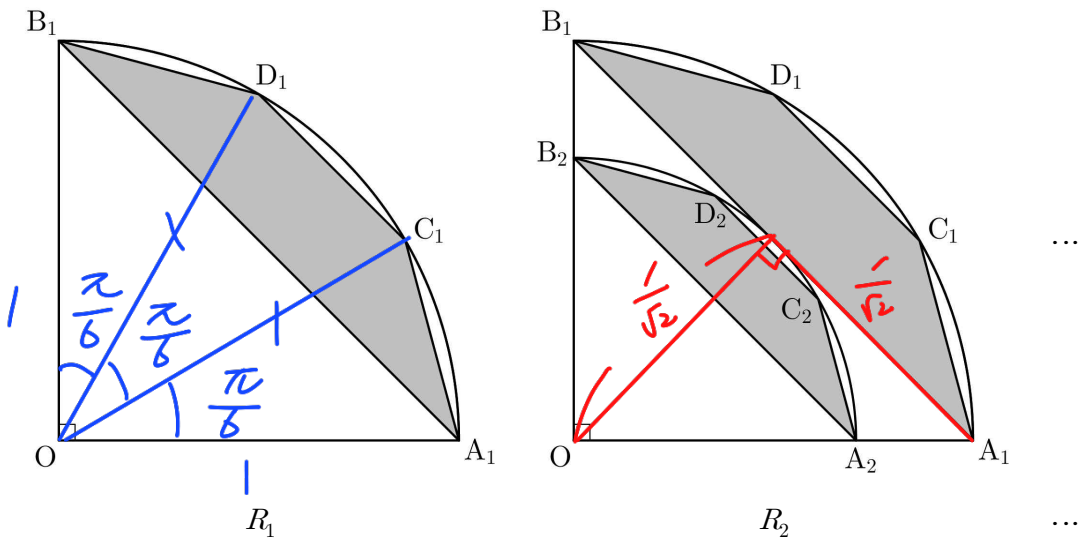
$$\left(\frac{\pi}{3}, 0\right) \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} y' = 3, y' = 2\sqrt{3}$$

26. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_1B_1 이 있다.

호 A_1B_1 의 삼등분점 중 점 A_1 에 가까운 점을 C_1 , 점 B_1 에 가까운 점을 D_1 이라 하고, 사각형 $A_1C_1D_1B_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 중심이 O이고 선분 A_1B_1 에 접하는 원이 선분 OA_1 과 만나는 점을 A_2 , 선분 OB_1 과 만나는 점을 B_2 라 하고, 중심이 O, 반지름의 길이가 $\overline{OA_2}$, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_2B_2 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 C_2, D_2 를 잡고, 사각형 $A_2C_2D_2B_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{13}{24}$
- ③ $\frac{7}{12}$
- ④ $\frac{5}{8}$
- ⑤ $\frac{2}{3}$

$$a^2 = 1 + 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}$$

$$S_1 = 3 \times \triangle OBD_1 - \triangle OA_1B_1$$

$$= 3 \times \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

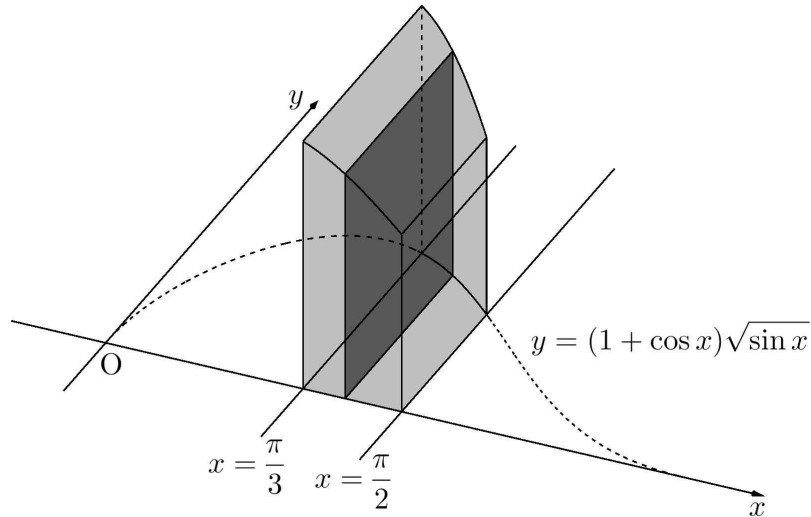
$$l : \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$S : \frac{1}{2}$$

$$\frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

27. 그림과 같이 곡선 $y = (1 + \cos x)\sqrt{\sin x}$ ($\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)와 x 축 및 두 직선 $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{2}$ 로

둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{5}{12}$

② $\frac{13}{24}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{19}{24}$

⑤ $\frac{11}{12}$

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^2 \sin x dx$$

$$1 + \cos x = t$$

$$-\sin x dx = dt$$

$$\int_{\frac{2}{3}}^1 t^2 dt = -\frac{1}{3} t^3 \Big|_{\frac{2}{3}}^1$$

$$= -\frac{1}{3} \left(1 - \frac{8}{27} \right) = \frac{19}{24}$$

28. 양의 실수 t 와 상수 $k (k > 0)$ 에 대하여 곡선 $y = (ax + b)e^{x-k}$ 이 직선 $y = tx$ 와 점 (t, t^2) 에서 접하도록 하는 두 실수 a, b 의 값을 각각 $f(t), g(t)$ 라 하자. $f(k) = -6$ 일 때, $g'(k)$ 의 값은? [4점]

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

$y' = (a + b + at)e^{x-k}$

$y = tx$
 (t, t^2)

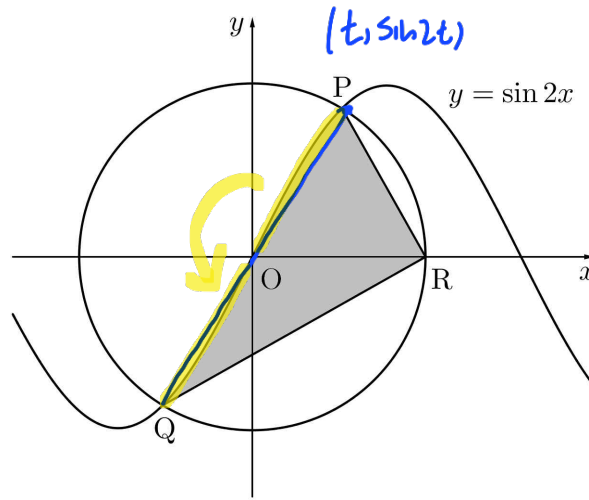
$(at + b)e^{t-k} = t^2$
 $(at + b + a)e^{t-k} = t$
 $t^2 + ae^{t-k} = t$ $t = k$
 $\Rightarrow k^2 - b = k, k^2 - k - b = 0, k = 3 (\because k > 0)$

$b e^{t-k} + a t e^{t-k} = t$
 $b e^{t-k} + t(t - t^2) = t$
 $b e^{t-k} = t^3, b = t^3 \cdot e^{k-t} = t^3 \cdot e^{3-t}$
 $\therefore g(t) = t^3 e^{3-t}$
 $g'(t) = 3t^2 e^{3-t} - t^3 e^{3-t}$
 $g'(k) = g'(3) = 27 - 27 = 0$

29. $0 < t < \frac{\pi}{6}$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \sin 2x$ 위의 점 $(t, \sin 2t)$ 를 P라 하자. 원점 O를

중심으로 하고 점 P를 지나는 원이 곡선 $y = \sin 2x$ 와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하고, 이 원이 x 축과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 R라 하자. 곡선 $y = \sin 2x$ 와 두 선분 PR,

QR로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{t^2} = k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



20

$$OP = \sqrt{t^2 + \sin^2 2t}$$

$$S(t) = \Delta PQR = 2 \times \Delta OPR = 2 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{t^2 + \sin^2 2t} \times \sin 2t$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\sin 2t \sqrt{t^2 + \sin^2 2t}}{t^2} = 2 \times \sqrt{1+4} = 2\sqrt{5} = k, \quad k^2 = 20$$

30. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f'(x) = \frac{\ln x + k}{x}$ 이다.

(나) 곡선 $y=f(x)$ 는 x 축과 두 점 $(\frac{1}{e^2}, 0), (1, 0)$ 에서 만난다.

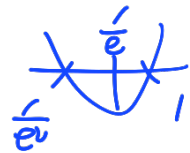
$t > -\frac{1}{2}$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 두 점의 x 좌표 중 작은 값을 $g(t)$ 라 하자. 곡선 $y=g(x)$ 와 x 축, y 축 및 직선 $x = \frac{3}{2}$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{ae+b}{e^3}$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이고, a, b 는 유리수이다.) [4점] 13

$$f(x) = \int \frac{\ln x + k}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln x + k)^2 + C$$

$$f\left(\frac{1}{e^2}\right) = \frac{1}{2}(k-2)^2 + C = 0$$

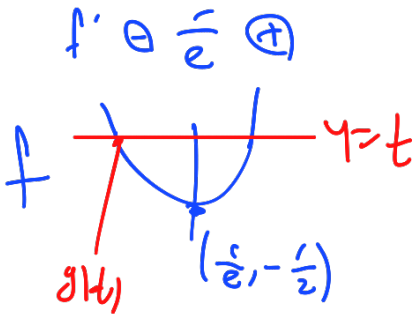
$$f(1) = \frac{1}{2}k^2 + C = 0$$

$$\begin{aligned} (k-2)^2 &= k^2 \\ \therefore k &= 1 \\ C &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(\ln x + 1)^2 - \frac{1}{2}$$


$$f' = \frac{\ln x + 1}{x}$$

$$f(g(t)) = t \quad / \quad g(t) < \frac{1}{e}, t > -\frac{1}{2}$$



$$\int_0^{\frac{3}{2}} g(t) dt \quad \begin{aligned} t &= f(x) \\ dt &= f'(x) dx \end{aligned} \quad \begin{aligned} f(e^2) &= 0 \\ f(e^{-3}) &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\int_{e^{-3}}^{e^2} x f'(x) dx = \int_{e^{-3}}^{e^2} (\ln x + 1) dx$$

$$= \left. x \ln x \right|_{e^{-3}}^{e^2} = \frac{-3}{e^3} + \frac{2}{e^2} = \frac{2e-3}{e^3}$$

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= -3 \quad / \quad a^2 + b^2 = 13 \end{aligned}$$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수 학 영 역

기 하

23. 좌표공간의 두 점 $A(4, 2, 3)$, $B(-2, 3, 1)$ 과 x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 일 때, 점 P 의 x 좌표는? [2점]

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{4}$

③ 1

④ $\frac{5}{4}$

⑤ $\frac{3}{2}$

$$P(a, 0, 0)$$

$$(a-4)^2 + 4 + 9 = (a+2)^2 + 9 + 1$$

$$a^2 - 8a + 29 = a^2 + 4a + 14$$

$$12a = 15$$

$$a = \frac{5}{4}$$

24. 두 쌍곡선

$$x^2 - 9y^2 - 2x - 18y - 9 = 0, \quad x^2 - 9y^2 - 2x - 18y - 7 = 0$$

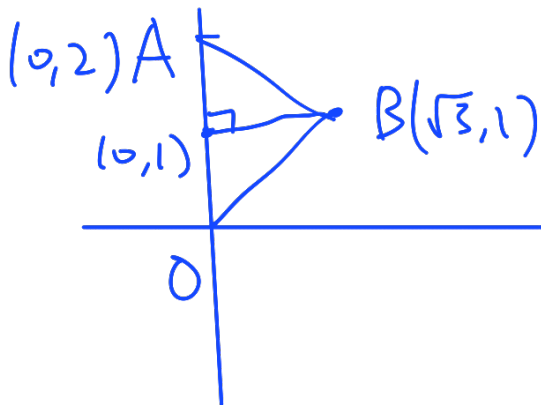
중 어느 것과도 만나지 않는 직선의 개수는 2이다. 이 두 직선의 방정식을 각각 $y = ax + b$, $y = cx + d$ 라 할 때, $ac + bd$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

$$\begin{aligned} (x-1)^2 - 9(y+1)^2 &= 1 & (x-1)^2 - 9(y+1)^2 &= -1 \\ (x-1)^2 - \frac{(y+1)^2}{9} &= 1 & (x-1)^2 - \frac{(y+1)^2}{9} &= -1 \\ y &= \pm \frac{1}{3}(x-1) - 1 & \left[\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}x - \frac{4}{3} \\ y &= -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \end{aligned} \right] & \left. \begin{aligned} ac &= -\frac{1}{9} \\ bd &= \frac{8}{9} \end{aligned} \right] \frac{7}{9} \end{aligned}$$

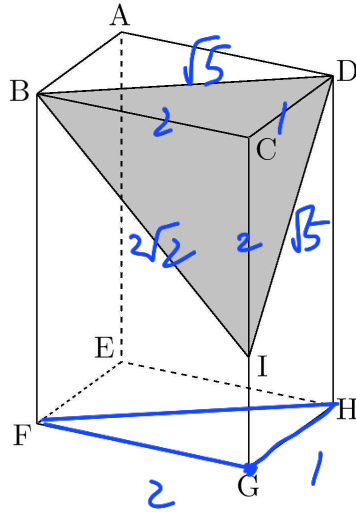
25. 좌표평면의 점 $A(0, 2)$ 와 원점 O 에 대하여 제1사분면의 점 B 를 삼각형 AOB 가 정삼각형이 되도록 잡는다. 점 $C(-\sqrt{3}, 0)$ 에 대하여 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC}|$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{13}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{15}$ ④ 4 ⑤ $\sqrt{17}$



$$\begin{aligned} & |(0, 2) + (-2\sqrt{3}, -1)| \\ & \sqrt{12 + 1} = \sqrt{13} \end{aligned}$$

26. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$, $\overline{AE}=3$ 인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 선분 CG 를 2:1로 내분하는 점 I 에 대하여 평면 BID 와 평면 $EFGH$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]



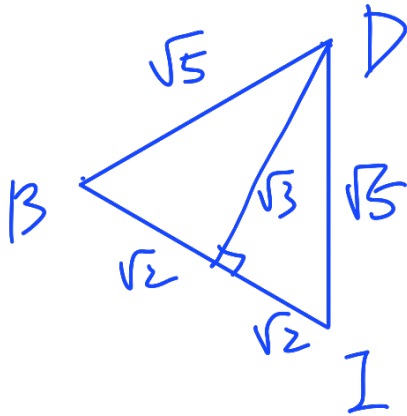
① $\frac{\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{\sqrt{6}}{6}$

③ $\frac{\sqrt{7}}{7}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

⑤ $\frac{1}{3}$



$$\Delta BDI = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

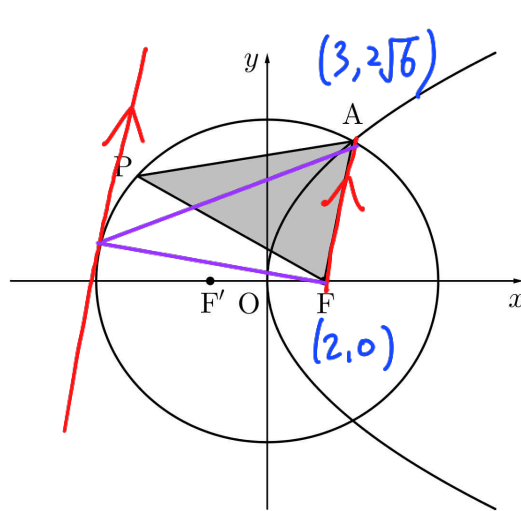
$$\Delta FGH = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$$

$$\sqrt{6} \cos\theta = 1$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

27. 두 점 $F(2, 0)$, $F'(-2, 0)$ 을 초점으로 하고 장축의 길이가 12인 타원과 점 F 를 초점으로 하고 직선 $x = -2$ 를 준선으로 하는 포물선이 제1사분면에서 만나는 점을 A 라 하자. 타원 위의 점 P 에 대하여 삼각형 APF 의 넓이의 최댓값은? (단, 점 P 는 직선 AF 위의 점이 아니다.) [3점]

- ① $\sqrt{6} + 3\sqrt{14}$
- ② $2\sqrt{6} + 3\sqrt{14}$
- ③ $2\sqrt{6} + 4\sqrt{14}$
- ④ $2\sqrt{6} + 5\sqrt{14}$
- ⑤ $3\sqrt{6} + 5\sqrt{14}$



$y^2 = 8x$
 $c = 2, a = 6$
 $b = 4\sqrt{2}$
 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1$

$\frac{x^2}{36} + \frac{x}{4} = 1, x^2 + 9x - 36 = 0$

$(x-3)(x+12) = 0, x = 3$

$A(3, 2\sqrt{6}), \overline{AF} = 5$

AF 기울기: $2\sqrt{6}$

$y = 2\sqrt{6}x \pm \sqrt{36 \cdot 24 + 32}$

$32(9 \cdot 3 + 1) = 64 \cdot 14$

$y = 2\sqrt{6}x \pm 8\sqrt{14}, y = 2\sqrt{6}x + 8\sqrt{14}$

$(2, 0) \sim 2\sqrt{6}x - y + 8\sqrt{14}$

$\frac{|4\sqrt{6} + 8\sqrt{14}|}{5}$

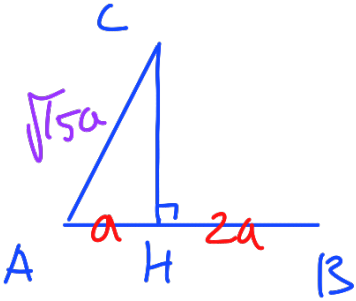
$S = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{4\sqrt{6} + 8\sqrt{14}}{5} = 2\sqrt{6} + 4\sqrt{14}$

28. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{3} |\vec{AB}|^2$ +
 (나) $\vec{AB} \cdot \vec{CB} = \frac{2}{5} |\vec{AC}|^2$ +

점 B를 지나고 직선 AB에 수직인 직선과 직선 AC가 만나는 점을 D라 하자. $|\vec{BD}| = \sqrt{42}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{14}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{14}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{14}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{14}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{14}}{2}$



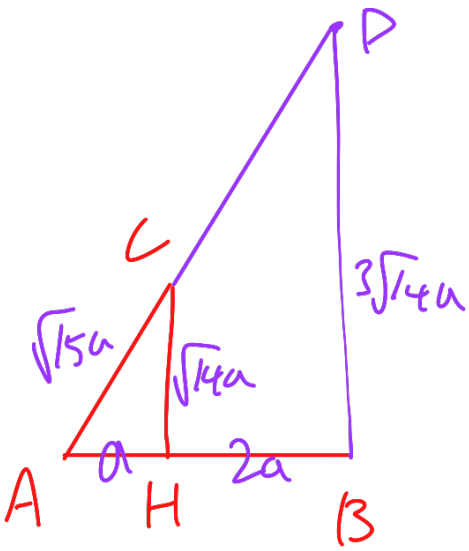
$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AH}| = \frac{1}{3} |\vec{AB}|^2 \therefore |\vec{AH}| = \frac{1}{3} |\vec{AB}|$$

$$\Rightarrow \vec{AH} = a, \vec{BH} = 2a$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{CB} = \vec{BA} \cdot \vec{BC} = |\vec{BA}| |\vec{BH}| = \frac{2}{5} |\vec{AC}|^2$$

$$= 6a^2 \therefore |\vec{AC}|^2 = 15a^2$$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{15}a$$



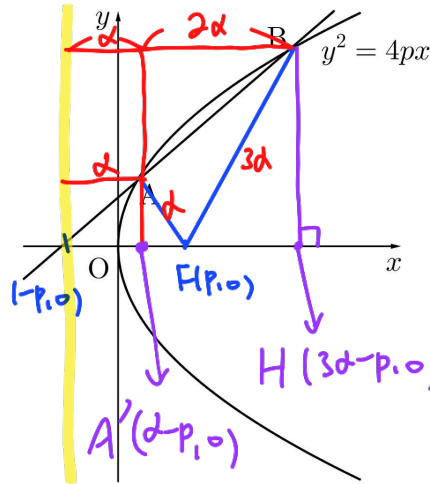
$\triangle ACH \sim \triangle ADB$

$$\vec{CH} = \sqrt{14}a \rightarrow \vec{BD} = 3\sqrt{14}a = \sqrt{42}, a = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot \sqrt{14}a = \frac{3}{2} \sqrt{14} \times \frac{3}{9}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{14}$$

29. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)이 점 $(-p, 0)$ 을 지나는 직선과 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{FA} : \overline{FB} = 1 : 3$ 이다. 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 삼각형 BFH의 넓이는 $46\sqrt{3}$ 이다. p^2 의 값을 구하시오. [4점]



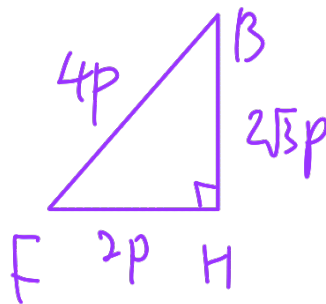
$$\overline{AA'} = \sqrt{4p(d-p)}, \quad \overline{BH} = \sqrt{4p(3d-p)}$$

$$3 \times \overline{AA'} = \overline{BH} \Rightarrow 9 \times \overline{AA'}^2 = \overline{BH}^2$$

$$9 \times 4p(d-p) = 4p(3d-p)$$

$$9d - 9p = 3d - p, \quad d = \frac{4}{3}p \quad \overline{BF} = 3d = 4p$$

$$\overline{FH} = 3d - 2p = 2p$$



$$\begin{aligned} \Delta BFH &= \frac{1}{2} \times 2p \times 2\sqrt{3}p \\ &= 2\sqrt{3}p^2 = 46\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$p^2 = 23$$

30. 좌표공간에 두 개의 구

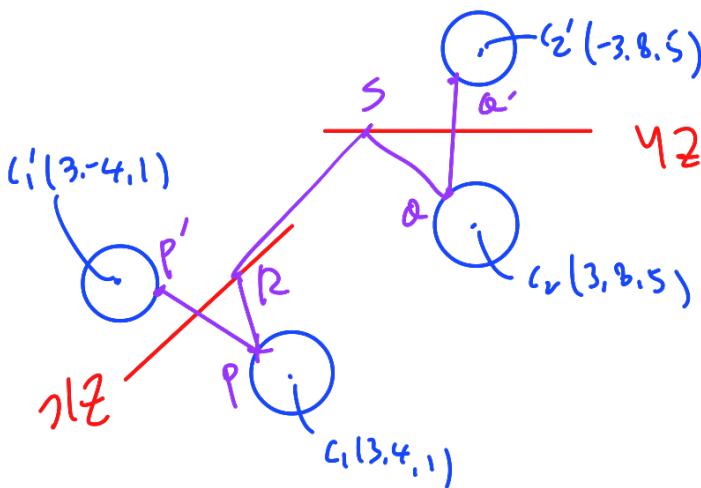
$$C_1 : (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 1, \quad C_2 : (x-3)^2 + (y-8)^2 + (z-5)^2 = 4$$

가 있다. 구 C_1 위의 점 P와 구 C_2 위의 점 Q, zx 평면 위의 점 R, yz 평면 위의 점 S에 대하여 $\overline{PR} + \overline{RS} + \overline{SQ}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 네 점 P, Q, R, S를 각각 P_1, Q_1, R_1, S_1 이라 하자.

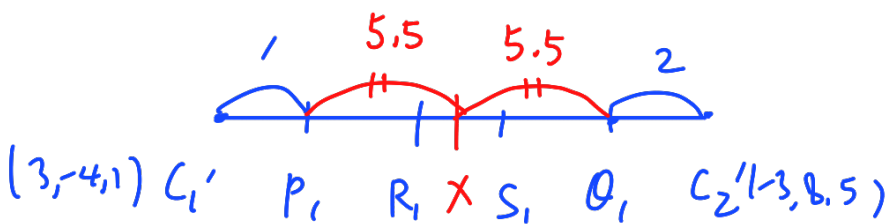
선분 R_1S_1 위의 점 X에 대하여 $\overline{P_1R_1} + \overline{R_1X} = \overline{XS_1} + \overline{S_1Q_1}$ 일 때, 점 X의 x 좌표는 $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

17



$$\overline{PR} + \overline{RS} + \overline{SQ} = \overline{P'R} + \overline{RS} + \overline{SQ'} \geq \overline{C_1'C_2'} - 3$$



$$\overline{C_1'C_2'} = \sqrt{196} = 14$$

$$\overline{P_1Q_1} = 11 \quad \therefore \overline{P_1X} = \overline{Q_1X} = 5.5$$

* $\because C_1, C_2 \approx 6.5 : 7.5 = 13 : 15$ 비율

$$\frac{-39 + 45}{13 + 15} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14} = \frac{q}{p}$$

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.