

2024학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

나를 죽이지 못하는 고통은 나를 더 강하게 만든다.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
- 미적분** 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 3 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\log_2 \frac{8}{9} + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} 18$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{f(x)+x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_6 = 21S_2, \quad a_6 - a_2 = 15$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

4. 함수 $f(x) = x^3 + ax + b$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)}{h} = 5$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

5. $\sin\theta < 0$ 이고 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{5}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{21}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{21}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{21}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{21}}{2}$

6. 모든 실수 t 에 대하여 다항함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 기울기가 $-6t^2 + 2t$ 이다. 곡선 $y = f(x)$ 가 점 $(1, 1)$ 을 지날 때, $f(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 다음 조건을 만족시키는 모든 유리수 r 의 값의 합은? [3점]

(가) $1 < r < 9$

(나) r 을 기약분수로 나타낼 때, 분모는 7 이고 분자는 홀수이다.

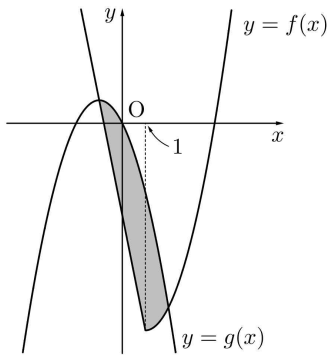
- ① 102 ② 108 ③ 114 ④ 120 ⑤ 126

8. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -5x-4 & (x < 1) \\ x^2-2x-8 & (x \geq 1) \end{cases}, \quad g(x) = -x^2-2x$$

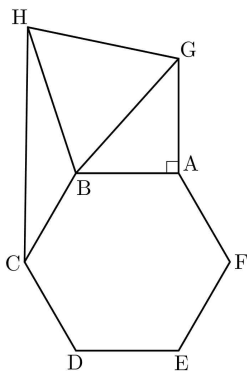
에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{34}{3}$ ② 11 ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{31}{3}$ ⑤ 10



9. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF에

대하여 점 G를 $\overline{AG} = \sqrt{5}$, $\angle BAG = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고, 점 H를 삼각형 BGH가 정삼각형이 되도록 잡는다. 선분 \overline{CH} 의 길이는? (단, 점 G는 정육각형 외부에 있고, 두 선분 \overline{AF} , \overline{BH} 는 만나지 않는다.) [4점]



- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $\sqrt{23}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

10. 함수

$$f(x) = \int_a^x (3t^2 + bt - 5) dt \quad (a > 0)$$

이 $x=-1$ 에서 극값 0을 가질 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

11. 함수 $f(x) = -2^{|x-a|} + a$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B와 만나고 $\overline{AB} = 6$ 이다. 함수 $f(x)$ 가 $x = p$ 에서 최댓값 q 를 가질 때, $p+q$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

12. 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $f(x)$ 와 상수 a 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ a - f(-x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = -4$$

(나) 함수 $g(x)$ 의 극솟값은 0이다.

$g(-a)$ 의 값은? [4점]

- ① -40 ② -36 ③ -32 ④ -28 ⑤ -24

13. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = -3$, $a_{20} = 1$ 이고, 3 이상 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_{n-1}$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{50} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

14. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - kx$$

라 하고, 실수 a 와 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a \text{ 또는 } x > a+1) \\ -f(x) & (a \leq x \leq a+1) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 두 실수 k , a 의 값과 관계없이 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄴ. $k=4$ 일 때, 함수 $g(x)$ 가 $x=p$ 에서 불연속인 실수 p 의 개수가 1이 되도록 하는 모든 실수 a 의 개수는 3이다.
 ㄷ. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 순서쌍 (k, a) 의 개수는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

15. 0이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \log_4(-x) & (x < 0) \\ 2 - \log_2 x & (x > 0) \end{cases}$$

이 있다. 직선 $y=a$ 와 곡선 $y=f(x)$ 가 만나는 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 라 하고, 직선 $y=b$ 와 곡선 $y=f(x)$ 가 만나는 두 점 C, D의 x 좌표를 각각

$x_3, x_4 (x_3 < x_4)$ 라 하자. $\left| \frac{x_2}{x_1} \right| = \frac{1}{2}$ 이고 두 직선 AC와 BD가

평행할 때, $\left| \frac{x_4}{x_3} \right|$ 의 값은? (단, a, b 는 $a \neq b$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $3+3\sqrt{3}$ ② $5+2\sqrt{3}$ ③ $4+3\sqrt{3}$
 ④ $6+2\sqrt{3}$ ⑤ $5+3\sqrt{3}$

단답형

16. $a^4 - 8a^2 + 1 = 0$ 일 때, $a^4 + a^{-4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 - 2x)f(x)$$

라 하자. $f(2) = -3$, $f'(2) = 4$ 일 때, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 y 절편을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^7 (a_k + k) = 50, \quad \sum_{k=1}^7 (a_k + 2)^2 = 300$$

일 때, $\sum_{k=1}^7 (a_k)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. x 에 대한 방정식

$$x^3 - \frac{3n}{2}x^2 + 7 = 0$$

의 1보다 큰 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [3점]

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t (t > 0)$ 에서의 가속도 $a(t)$ 가

$$a(t) = 3t^2 - 8t + 3$$

이다. 점 P가 시간 $t=1$ 과 시간 $t=\alpha (\alpha > 1)$ 에서 운동 방향을 바꿀 때, 시간 $t=1$ 에서 시간 $t=\alpha$ 까지 점 P가 움직인 거리는

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

21. 두 양수 a, b 에 대하여 함수

$$y = 3a \tan bx, \quad y = 2a \cos bx$$

의 그래프가 만나는 점 중에서 x 좌표가 0보다 크고 $\frac{5\pi}{2b}$ 보다

작은 세 점을 x 좌표가 작은 점부터 x 좌표의 크기순으로 A_1, A_2, A_3 이라 하자. 선분 A_1A_3 을 지름으로 하는 원이 점

A_2 를 지나고 이 원의 넓이가 π 일 때, $\left(\frac{a}{b\pi}\right)^2 = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = x|f(x)|$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 극한

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{g(t+h)}{h} \times \frac{g(t-h)}{h} \right\}$$

가 양의 실수로 수렴하는 실수 t 의 개수는 1이다.

(나) x 에 대한 방정식 $\{g(x)\}^2 + 4g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 3 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_n = 4^{n+1} - 3n$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{4^{n-1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

24. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{n+k}{n}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln 2$ ② $\frac{1}{2} + \ln 2$ ③ $1 + \frac{1}{2} \ln 2$
 ④ $1 + \ln 2$ ⑤ $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \ln 2$

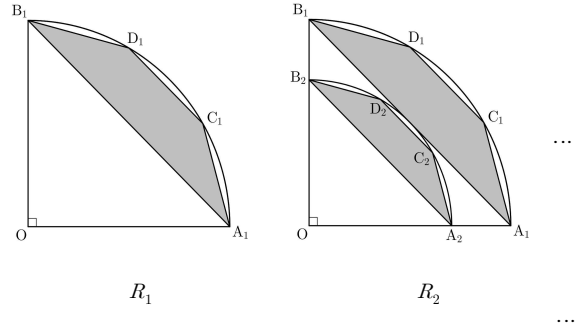
2

수학 영역(미적분)

25. 곡선 $\pi \cos y + y \sin x = 3x$ 가 x 축과 만나는 점을 A라 할 때, 이 곡선 위의 점 A에서의 접선의 기울기는? [3점]

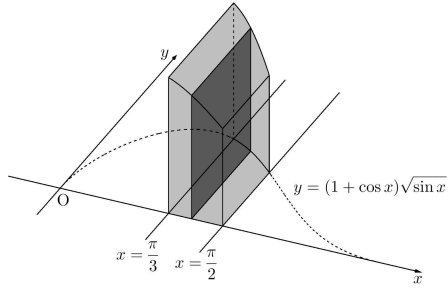
- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

26. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_1B_1 이 있다. 호 A_1B_1 의 삼등분점 중 점 A_1 에 가까운 점을 C_1 , 점 B_1 에 가까운 점을 D_1 이라 하고, 사각형 $A_1C_1D_1B_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 중심이 O이고 선분 A_1B_1 에 접하는 원이 선분 OA_1 과 만나는 점을 A_2 , 선분 OB_1 과 만나는 점을 B_2 라 하고, 중심이 O, 반지름의 길이가 OA_2 , 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_2B_2 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 C_2, D_2 를 잡고, 사각형 $A_2C_2D_2B_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림을 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{13}{24}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

27. 그림과 같이 곡선 $y = (1 + \cos x)\sqrt{\sin x}$ ($\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)와 x 축 및 두 직선 $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{2}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



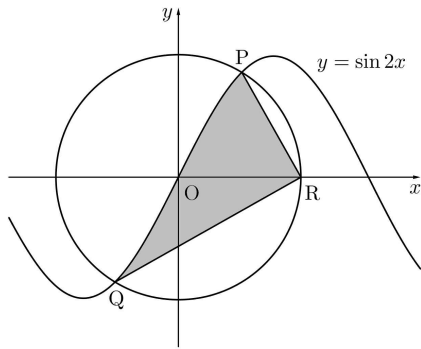
- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{13}{24}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{19}{24}$ ⑤ $\frac{11}{24}$

28. 양의 실수 t 와 상수 $k(k > 0)$ 에 대하여 곡선 $y = (ax + b)e^{x-k}$ 이 직선 $y = tx$ 와 점 (t, t^2) 에서 접하도록 하는 두 실수 a, b 의 값을 각각 $f(t), g(t)$ 라 하자. $f(k) = -6$ 일 때, $g'(k)$ 의 값은? [4점]

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

단답형

29. $0 < t < \frac{\pi}{6}$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \sin 2x$ 위의 점 $(t, \sin 2t)$ 를 P라 하자. 원점 O를 중심으로 하고 점 P를 지나는 원이 곡선 $y = \sin 2x$ 와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하고, 이 원이 x 축과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 R라 하자. 곡선 $y = \sin 2x$ 와 두 선분 PR, QR로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{t^2} = k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f'(x) = \frac{\ln x + k}{x}$ 이다.
- (나) 곡선 $y = f(x)$ 는 x 축과 두 점 $(\frac{1}{e^2}, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만난다.

$t > -\frac{1}{2}$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y = t$ 가 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 두 점의 x 좌표 중 작은 값을 $g(t)$ 라 하자. 곡선 $y = g(x)$ 와 x 축, y 축 및 직선 $x = \frac{3}{2}$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{ae+b}{e^3}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이고, a, b 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.