#4 큰 차이는 아니지만 최근 평가원 시험지보다는 사설 모의고사에서 볼 수 있을 듯한 식을 주었네요

#10 마찬가지로 ‘A의 넓이’와 같은 표현을 직접 제시한 것이 신기하네요. 보통은 “넓이를 S, T라고 하자. S-T=3일 때, k의 값을 구하시오”처럼 줬을텐데

#11 교점을 ‘거리가 최소인 점’과 같이 표현한 것도 앞선 4, 10번에서 받은 느낌과 비슷하네요. 평가원장이 연세대 이규민 교수님으로 바뀐 후 출제자 혹은 출제 방식 매뉴얼에도 작지 않은 변화가 있던 것인지?

#12 an을 공차가 d라 할 때 d(n-2)-4로 작성할 수 있습니다. 그럼 bn은 2dn-3d-8로 작성할 수 있겠습니다. 집합 A의 원소들은 이웃한 항 사이 간격이 d이고 두 번째 항이 -4입니다. 집합 B의 원소들은 이웃한 항 사이 간격이 2d이고 첫 번째 항이 -8-d입니다.

세 개가 겹치려면 A에서는 a1, a3, a5를 골라야합니다. 왜냐하면 집합 B에서 최소 간격으로 세 개의 항을 고를 때의 간격이 2d이기 때문입니다. 만약 간격이 4d, 6d, 8d처럼 벌어지면 집합 A에서는 최대 간격이 4d이기 때문에 불가합니다.

그럼 B에서는 b1, b2, b3을 고르거나 b2, b3, b4를 고르거나 b3, b4, b5를 골라야합니다. 이때 d=/=0이므로 두 가지 경우가 남습니다.

#13 보자마자 ‘허 이게 뭐야’ 나왔습니다. 현장이었으면 무조건 넘어가야했을 듯. 물론 도형 문제에 강점이 있는 수험생 분들이라면 바로 접근해도 좋았을테지만 저는 도형에 약해서인지 바로 넘어갔을 것 같아요. (넘어갔다 온 후) 처음에 수치 조건들 보고 AD를 이어보고 싶죠? 사각형 나왔을 때 대각선 그어 두 삼각형으로 바라보는 생각은 과거 기출 문항들로부터 자주 접할 수 있었습니다. 선분 AC 1:2 내분 조건으로부터 주어진 두 원의 반지름이 1:2의 비율을 지님을 확인할 수 있고 3:5sqrt2 조건 보면 원의 중심에서 현에 수직이등분선을 내릴 생각을 해볼 수 있습니다. 이후 삼각형 ABD 넓이 조건 주었으니 AD 이어야겠고…

AB+AD를 물었으니 각각을 x, y라 두어봅시다. 그리고 원주각과 중심각 관계 쓸 만한 것이 있나 싶어 선 몇 번 그어봤는데 큰 성과는 없어 보이고… AB와 AD의 합을 물었고 삼각형 ABD 넓이 조건에서 AB와 AD의 곱을 알 수 있으니 cos법칙이랑 넓이 2 이용해 식

작성해봅시다. 오 그러면 sin^2x+cos^2x=1도 아는 상황이니 결정되겠네요! 근데 계산이 복잡해보이니 뭐 더 쓸 수 있는 게 없을까 생각해봅시다. 아 원 반지름 1:2를 아직 안썼죠, 삼각형 CQ1Q2에서 sin법칙 써주면 4r=15k 얻고 삼각형 AP1P2에서 sin법칙 써주면 sin(BAD)=4/5 나와서 x, y값 결정 가능! 그러면 아까 '결정되겠다'라고 느낀 것은 잘못 느낀 건가?

#14 운동 방향 1번만 바꾼다는 조건에서 a 범위 나올 거고 적분해서 [0, 2] 변위 식 작성해주면 답 나오겠네요. 기존의 평가원 시험지와 비교했을 때 14번치고는 쉬웠던?

#15 a1>0이므로 a2=-2 확정. a2<0이므로 a3=2-k 확정. 이제 k와 2의 대소 관계에 따라 경우가 2개로 나누어집니다. 여기까지 살펴봤을 때 [2023학년도 6월 15번]이 떠오르면 좋습니다. 이후는 a6까지 계속 case 분류해보다가 a3, a4, a5, a6 중 0이 존재하지 않고 음수인 것이 홀수개 존재하는 경우를 골라주면 됩니다. 귀납적으로 정의된 수열 문항은 마치 확률과 통계 문항 해결하듯 차분하게 경우의 수를 분류해주면 웬만해서는 현장에서 해결할 수 있습니다. 엄밀한 규칙을 발견하지 못하겠다면 일일이 세어보는 것이 가장 확실한 풀이라고 생각합니다.

#17 부정적분 구해서 상수 결정하거나 정적분으로 처리하는.. 이러한 문제는 거의 몇 년 동안 빠짐없이 계속 나오는 느낌이네요!

#19 자연수, 정수 조건은 적당히 상황 파악한 후에 직접 대입해보시며 접근해보는 것이 좋습니다. 물론 더 깔끔한 사고 방식이 존재할테지만 대입해봐야할 가짓수가 그렇게 많은 것이 아니라면 현장에선 직접 일일이 확인해보는 것이 효율적이라 생각합니다.

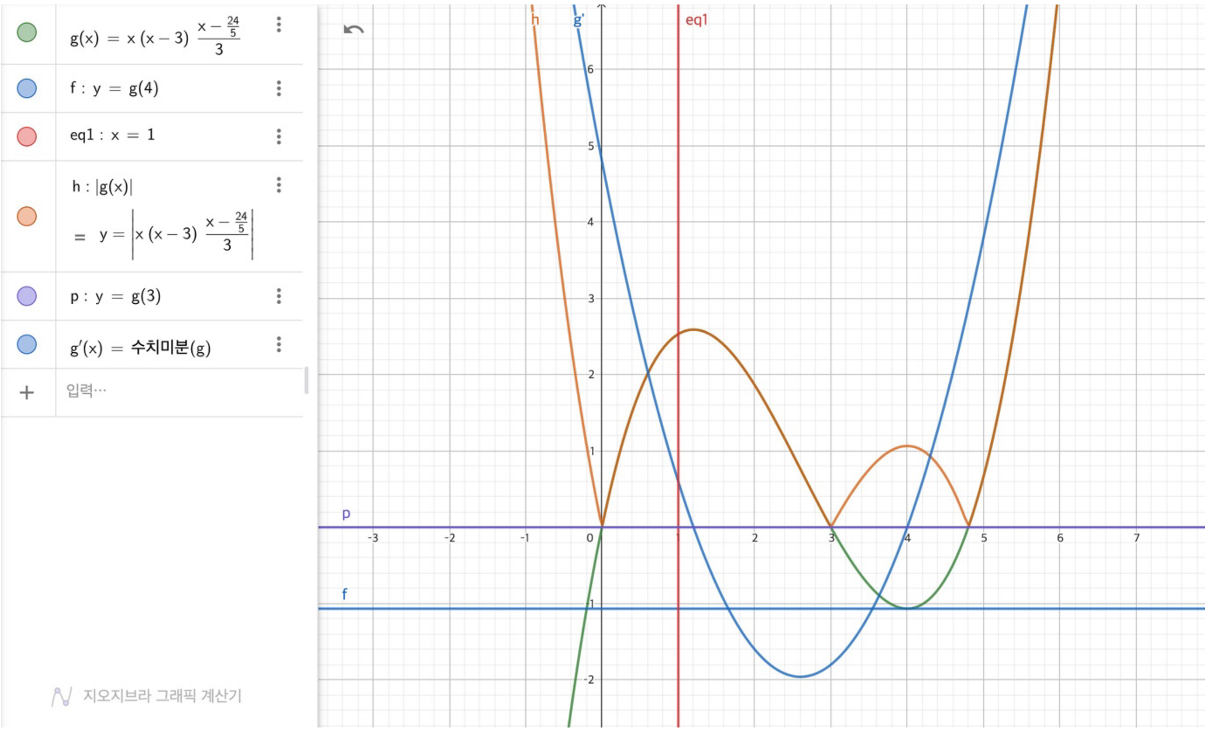
#20 정적분으로 정의된 함수이니 대입하고 미분해서 정보 파악. 그럼 g는 최고차항의 계수가 1/3이고 원점을 지나는 삼차함수임을 알 수 있습니다. 그런데 g(4)와 g(3)의 상대적인 위치도 확정지을 수 없기 때문에 박스 안 조건을 그래프로 판단하기가 어려워보이니.. 직접 g를 다시 f에 관한 정보로 전환해봅시다.

적분 구간은 이왕이면 [a. b]일 때 a<b로 설정하는 것이 편합니다. 따라서 x와 4의 대소 관계를 기준으로 나누어 주면 f(4)=0이므로 g'(4)=0입니다. 이후 4<k일 때와 k<4일 때로 경우를 나누어 g 개형 그려주고 대충 x축을 잡아보면… 음 잘 모르겠네요. 넘어갑시다. (다시 와서) 그냥 그래프 그려봐야겠습니다, g를 기준으로! 우선 ㅣg(x)ㅣ가 ㅣg(3)ㅣ보다 크거나 같다는 것은 g(x)가 ㅣg(3)ㅣ보다 크거나 같거나 혹은 -ㅣg(3)ㅣ보다 작거나 같다는 뜻이죠?

그런데 구간 [1, infinity]를 바라볼 때 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1/3인 삼차함수이기 때문에 충분히 큰 x값에서 증가하는 함수이기 때문에 $g(x)$가 무언가보다 작은 것은 불가합니다. 양의 무한대로 발산하기 때문이죠, 그래서 $g(x)$가 $|g(3)|$보다 크거나 같다는 조건으로 주어진 상황을 조금 단순하게 바라봐볼 수 있겠습니다. 그런데 $|g(3)|$은 0보다 크거나 같은 수인데 $x=3$ 대입해보면 $g(3)$과 $|g(3)|$의 대소를 비교할 때 $g(3)<0$이면 안되겠죠? 그러면 $g(3)>=0$이고 $g(x)>=g(3)>=0$라는 조건까지 정리해볼 수 있겠네요!!

우선 그럼 $x>=1$일 때 $g(x)>=0$를 만족해야하므로 $g(x)$의 극솟값이 ($g'(x)$가 서로 다른 두 실근을 갖는 일반적인 상황을 가정하면 $x=4$ or $x=k>4$에서 갖기 때문에 구간 [1, inf) 에 포함되죠?) 0 이상이어야겠습니다. 그리고 $g(3)$이 $g(x)$의 극솟값보다 큰 곳에 걸리면 $g(x)>=g(3)$가 성립할 수 없겠죠? (그래프 그려보시고 mentally piece 해보세요) 따라서 방정식 $g(x)=g(4)$의 4가 아닌 근보다 작은 쪽에 3이 위치해야할 것입니다. 그럼 $g(x)>=g(3)>=0$ 만족하죠~

그렇게 생각해보다 보면 $g(3)$이 양수인 이상 주어진 두 부등식 중 하나가 성립하지 않는 순간이 무조건 발생함을 확인할 수 있습니다. 따라서 $g(3)=0=g(0)$ 확정입니다. 그러면 $|g(x)|>=0$은 당연히 성립하는 것이니 이제 $x>=1$에서 $g(x)>=g(4)$가 성립함만 고려해주면 되는 것이죠. 만약 0과 3이 f가 증가하는 구간에 함께 있거나 감소하는 구간에 함께 위치한다면 $g(0)=g(3)=0$에 모순이 되니 둘은 서로 다른 구간에 있어야합니다. 이때 너무 3이 오른쪽에 위치해버리면 안되니 0은 왼쪽에 증가할 때, 3은 중간에 감소할 때에 위치할 것입니다.



#21 밑이 같은 지수함수 감성과 로그함수 감성이 나왔으니 역함수를 떠올려봐야합니다. 그런데 확인해보면 둘은 역함수 관계는 아닙니다. y=2^(x-t)를 바라보면 로그함수 감성의 역함수인 y=2^(t-x)와 비슷하게 생긴 것을 느낄 수 있습니다. 확인해보면 x-t=-(-x+2t)+t 로 로그함수 감성의 역함수를 x=t에 대해 대칭이동한 함수임을 확인할 수 있습니다. 그래프 그려보시면 x=t의 위치가 어디인지 모르기 때문에 아직 y=2^(x-t)의 그래프를 섣불리 그릴 수는 없음을 느낄 수 있습니다.

그 다음에 첫 번째 네모 박스 안에 있는 것은 별 의미 없습니다. ㄱㄴㄷ가 참인지 거짓인지를 판단한 후 그것을 주관식으로 듣고싶으니 숫자로 변환해 답해달라는 의미일 뿐입니다. A+B+C가 0이 아니라는 조건 또한 ㄱㄴㄷ가 모두 거짓이진 않다는 사실을 말해줄 뿐입니다.

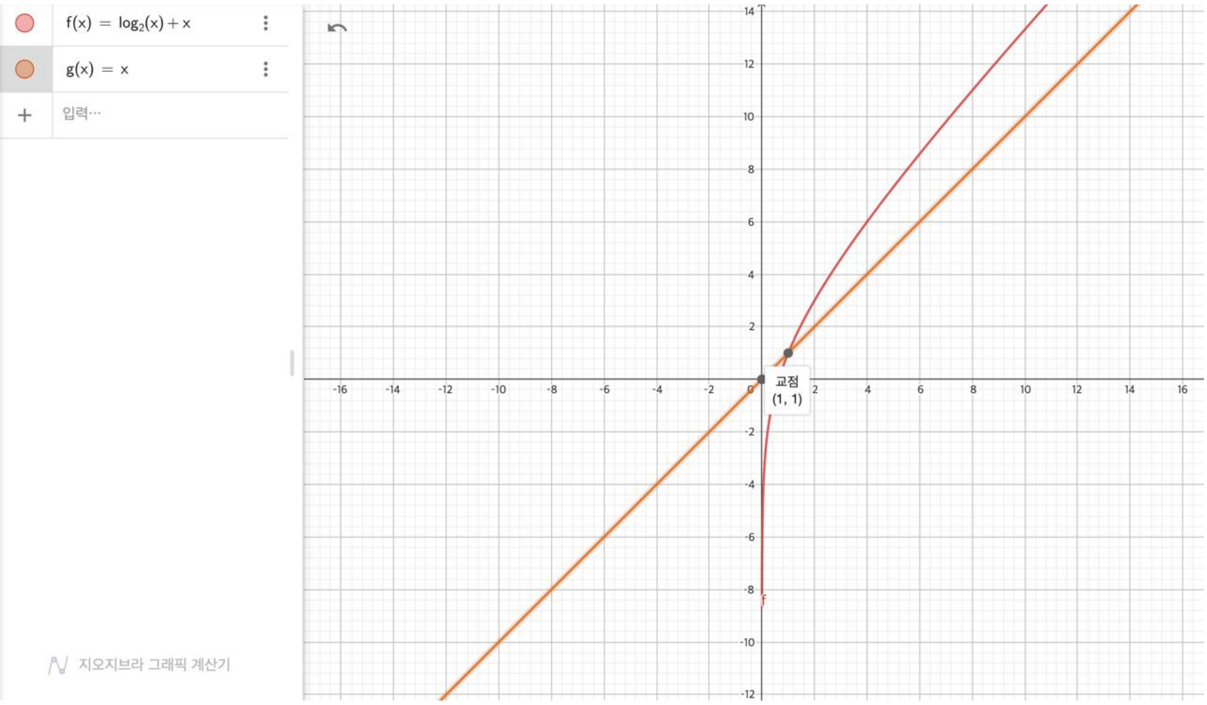
ㄱ. t=1일 때 x=1을 대입해보면 주어진 두 함수 모두 1이 되고 t=2일 때 x=2를 대입해보면 주어진 두 함수 모두 1이 되므로 참입니다.

ㄴ. 지수로그함수가 섞인 식의 방정식을 바라볼 때 대부분의 상황에서 우리는 직접 해를 구할 수는 없습니다. 따라서 그래프를 통해 판단하곤 하고 2021학년도까지만 해도 그래프 그려 ㄱㄴㄷ 판단하는 지수로그함수 문제가 자주 나왔습니다. 그 문제들을 학습하며 얻을 수 있는 사고 방식을 통해 우리는 ㄴ 또한 직접 f(t) 식을 작성하기보다 그래프로 판단해야겠다는 생각을 할 수 있습니다.

t-log_2 x와 2^(t-x)의 교점 혹은 t-log_2 x와 x의 교점의 x좌표를 p라고 할 때 우리는 아직 t와 p의 대소 관계를 직관적으로 파악하긴 어려운 상태에 있어보입니다. 따라서 t<p, t=p, t>p로 경우를 나누어봅시다. t<p이면 그래프를 그려봤을 때 t<f(t)<p가 성립함을 알 수 있습니다. 또한 t->-inf로 보내보면 f(t)는 0보다 큰 쪽에서 0으로 수렴할 것임을 짐작해볼 수도 있습니다.

t=p이면 t=p=f(t)입니다. t>p이면 p<f(t)<t입니다. 이제 p의 위치를 생각해주면 되겠는데 p는 t에 대한 함수입니다. 왜냐하면 p를 t-log_2 x와 x의 교점으로 우리가 나타내자고 했기 때문에 t=p+log_2 p 이기 때문입니다. 이는 미적분을 이용하면 y=x+log_2 x 의 역함수로 p를 이해해볼 수도 있겠습니다. 그럼 t가 증가할 때 p도 증가함을 확인할 수 있습니다. 로그함수를 미분할 줄 모르더라도 x>0에서 x가 증가함수이고 log_2 x도 증가함수이므로 둘을 더한 함수도 증가함수의 정의에 의해 증가함수가 될 것임을 알 수 있습니다.

이때 t=p+log_2 p에 t=p를 대입해 정리해주면 t=p일 때는 t=1임을 알 수 있습니다. 또한 t와 p를 비교하는 것은 곧 y=x+log_2 x 와 y=x를 비교하는 것과 같기 때문에 t<p일 때는 t<1일 때고 t>p일 때는 t>1일 때임을 확인하실 수 있습니다. 미적분을 공부하지 않았더라도 x>1일 때 x보다 x+log_2 x가 항상 큰 것은 확인하실 수 있습니다. t<0일 때는 아까 t->-inf 생각해볼 때 상황을 그려보시면 t<p임을 확인하실 수 있습니다. 참고로 이쯤 되면 뭐가 뭔지 헷갈리실 수도 있을 것 같은데 p는 t-log_2 x와 그것의 역함수와의 교점의 x좌표이고 f(t)는 t-log_2x와 그것의 역함수를 x=t에 대칭이동한 함수와의 교점의 x좌표입니다.



정리한 것은 뒤 페이지 참고해보시면 좋겠습니다. 어라 근데 f(t)=t가 t=2일 때도 성립함을 ㄱ에서 확인했고 이걸 괜히 준 것은 아닐테니까... 부등식 세웠을 때 순간적으로 등호가 생길 가능성을 고려해 등호를 넣어주는 것이 안전할 수 있습니다. 다만 직관적인 이해에는 < 와 같은 부등호만 표기하는 것이 더 도움이 될 수 있습니다.

#22 상수항과 일차항이 없는 삼차함수를 주었으니 미분하기보다 인수분해 해서 바라봐봅시다. f(x)=x^2(x-2a)이고 a는 0이 아닌 정수입니다.

미분가능한 함수에 대해 평균변화율꼴을 주었으니 편하게 바라보기 위해 평균값 정리를 떠올릴 수 있습니다. 그럼 구간 (k, k+1.5) 내에 세 실수 x1, x2 ,x3가 존재하는데 x1<p<x2<q<x3을 만족하는 구간 (k, k+1.5) 내의 실수 p, q에 대해 f'(p)f'(q)<0가 성립하는 상황으로 바라볼 수 있습니다.

f'(x)는 최고차항의 계수가 양수이고 x절편이 0과 4a/3인 이차함수입니다. 음.. 이제 뭘 해봐야하는데 잘 감이 안 오니 답부터 봅시다. f'(10)=300-40a이고 답은 1000 미만인 자연수로 나와야하기 때문에 가능한 a=7, 6, 5, 4, ... , 1, -1, -2, ... 입니다. 그런데 구간 (k, k+1.5)를 보는 건데 a가 막 -32 이래버리면 답이 없을 것 같습니다. 상황을 만족하는 모든 정수 k 값의 곱도 -12이니 대충 틀이 맞아보입니다. 그럼 a는 적당히 작은 수일 것입니다. 따라서 적당히 a=-2 정도로 시작해봅시다.

-8/3은 -2-2/3로 바라보면 -2.5보다 살짝 작습니다. 2.5라는 수치를 떠올린 이유는 k+1.5에서 k가 정수이면 .5 감성이 되기 때문입니다. 그럼 상황을 만족하는 정수 k=-4, -3, -1 이므로 기가막히게 상황이 딱 들어맞습니다. 역시 평가원 기출 분석만 몇 년째 하다보니 이제 감각적인 직관이 제게도 생겼나봅니다.

물어본 것이 '~~를 만족하는 a에 대하여'이므로 a는 한 가지 값으로 유일할 것임을 예상할 수 있습니다. 그리고 우리는 그 값이 a=-2임을 발견했으니 답은 300-40*(-2)

#26 오랜만에 정직하게 초월함수 그래프 개형 묻는 문제! 정의역 파악, 도함수와 이계도함수 구하고 x->inf일 때 극한 같은 거 생각해서 그래프 그려주시면 되겠습니다. 뭐 대충 극값에 걸리지 않을까요?

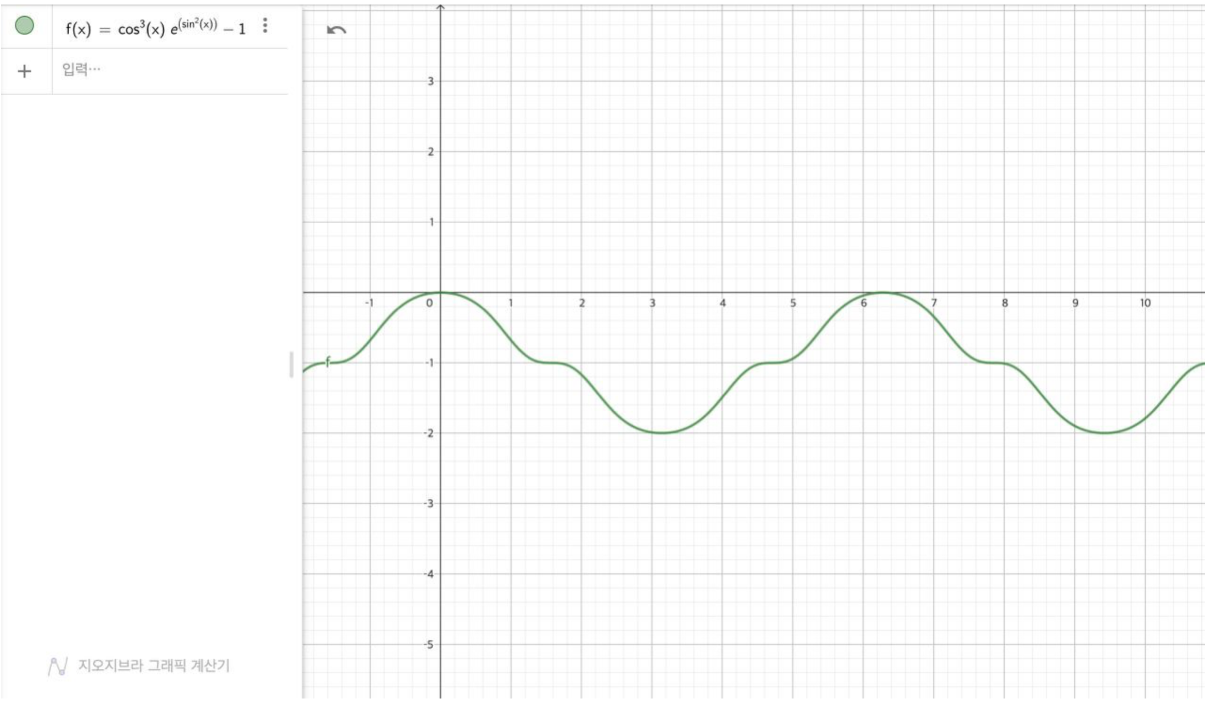
#27 대충 y=sin(x) 그리고 적당히 P를 잡아봅시다. -1이라는 숫자 보고 '아 접선에 수직인 거면 법선이네' 할 수 있지만 잘 읽어보면 -1은 그냥 기울기였습니다. t->pi-인 상황을 고려하면 되니 t가 충분히 pi에 가깝고 pi보다 작은 실수일 때를 떠올려봅시다. y=sin(x)의 원점에서의 접선의 기울기는 1이므로 점 (pi, 0)에서의 접선의 기울기는 대칭성에 의해 -1일 것입니다. 그럼 우리가 보고 있는 점 P에서의 접선의 기울기는 -1보다는 크겠습니다, 왜냐하면 sin의 도함수 cos은 극솟값 -1을 가지니까요! 이후는 전형적인 상황이므로 tan 덧셈정리 적용해주시면 tan(theta) 또한 나타낼 수 있겠습니다.

#28 (가) 조건만 갖고는 딱히 할 수 있는 것이 없어보입니다. 따라서 (나) 조건을 활용할 생각을 해봅니다. f(0)과 f(2)에 대한 정보가 주어져있으니 (가) 조건에 x=0과 x=2를 대입해 f(0), f(2)를 만들어봅시다.

그럼 신기하게도 우변이 모두 a+b가 나오는데 이로부터 [f(2)]^2-[f(0)]^2+2[f(2)-f(0)]=0

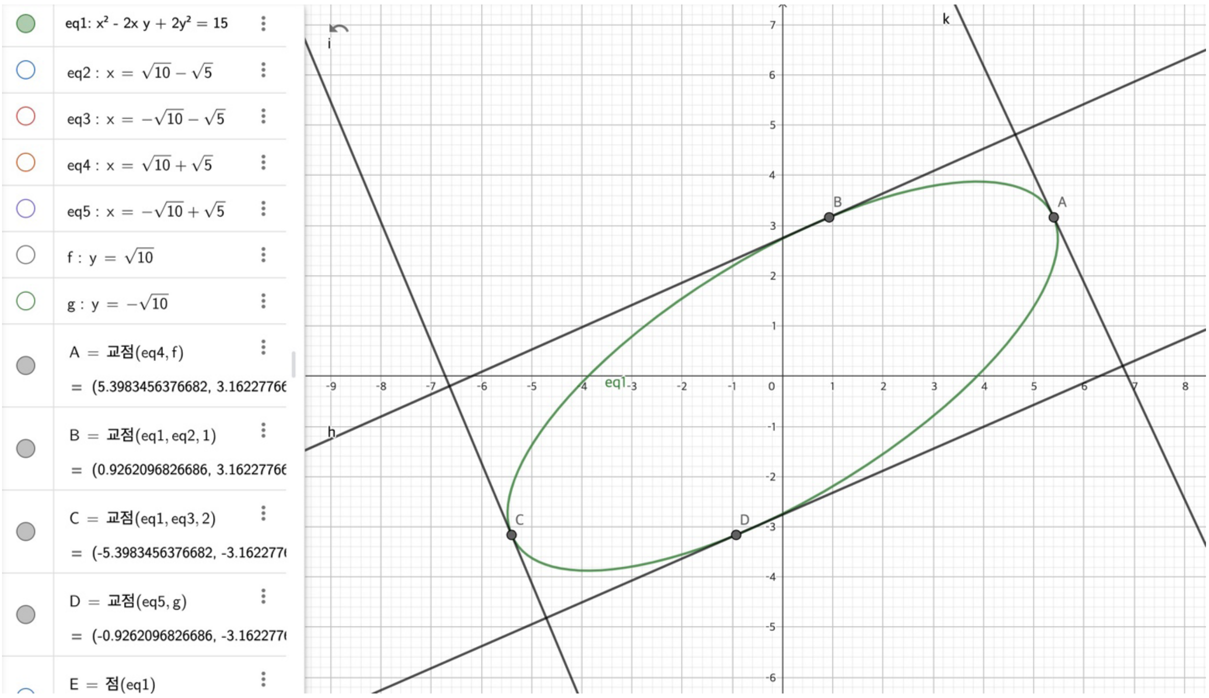
을 얻을 수 있습니다. 이를 (나)와 연립하면 f(2)=-3/2, f(0)=-1/2이고 다시 (가) 조건에 x =0, 2를 대입하면 이제 a, b값을 결정할 수 있습니다. 어라 근데 마찬가지로 a+b 나오니까 다른 조건이 필요해보입니다. 괜히 연속함수 f를 준 것이 아닐테니 이제 연속 조건을 이용해봅시다. 이때 a+b=-3/4이고 (가) 조건을 f에 관한 이차방정식으로 바라볼 수 있습니다. 이때 [2017학년도 수능 나형 30번]과 [2023학년도 수능 22번]이 떠오르면 좋습니다.

연속함수 f라는 말은 일단 실수 전체의 집합에서 정의된 함수이기 때문에 f에 관한 이차방정식의 판별식은 음수가 아닐 것입니다. 따라서 sin과 cos이 섞인 저 복잡한 함수의 그래프를 그려보면 다음과 같기 때문에



우리는 판별식이 1/4-2a에서 1/4까지 왔다갔다하는 함수이고 그럼 1/4-2a일 때도 f가 정의가 되기 때문에 0<a<=1/8이라는 조건을 얻어낼 수 있습니다. 그럼 뭐 대충.. a=1/8이고 b=-7/8 아닐까요?

#29 굳이 그래프 그릴 필요 없습니다. 음함수 미분법으로 점 A, B에서의 접선의 기울기 구해준 후 수직 조건 써주면 되겠죠? 내가 모르는 것이 a, b, k로 3개이고 주어진 정보가 A가 C 위의 점, B가 C 위의 점, 그리고 기울기 곱 -1 조건으로 3개이니 a, b, k값 모두 결정할 수 있습니다.



실제로 확인해보니 a, b값이 각각 하나로 결정되진 않고 2개씩으로 결정되네요!

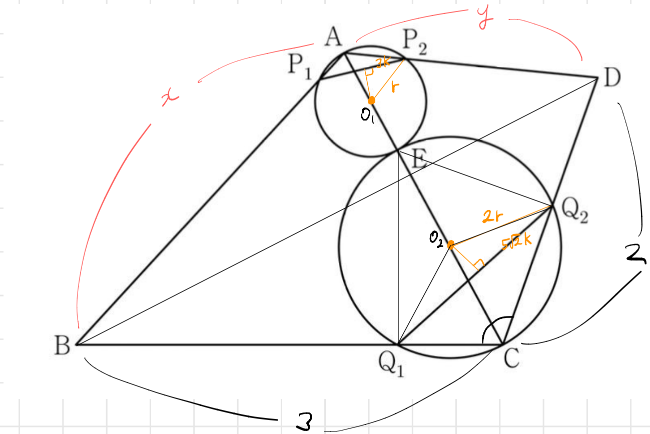
#30 귀납적으로 정의된 수열치고 bn이 착하게 생겼죠? 급수가 수렴하면 일반항이 0으로 수렴함에 따라 bn은 0으로 수렴하는 수열이 되어야하는데 만약 an이 -1보다 작은 쪽에 계속 위치해서 bn이 -1, -1, -1, -1, … 이 된다면 수렴하지 않을 것입니다. 따라서 bn은 어쨌든 어느 순간부터 an이 되어 계속 an, an, an, …이 될 것이고 an이 0으로 수렴하는 상황이 될 것입니다. 이때 an은 등비수열이고 첫째항이 0일 확률은 작으므로 공비가 -1과 1 사이에 있을 것임을 생각해볼 수 있습니다.

이제 b3=-1이라 하니 b1, b2도 -1일 것임을 알 수 있습니다. 왜냐하면 bn이 한 번 an이 된 순간 ㅣ공비ㅣ가 1보다 작은 등비수열을 따라가는 것이므로 ㅣbnㅣ 값은 계속 작아질 것입니다. 아니다, 만약 공비가 음수면 한 번은 an일 수도 있겠구나. 그럼 공비가 0과 1 사이에 있을 때와 -1과 0 사이에 있을 때로 경우를 분류해봅시다. 확정 지을 수 없을 때는 무조건 경우 분류 하는 것입니다. 우리는 양자컴퓨터가 아니기 때문에 한 번에 여러 상황을 파바박 처리할 수 없습니다.

먼저 공비가 음수라고 해봅시다. 그럼 b3=-1이니 a3<=-1에서 a3<0이고 a2>0, a4>0, a6>0, …가 될 것입니다. 그럼 bn의 짝수번째 항들은 모두 an의 짝수번째항과 일치하므로 (나)를 이용해 조건 하나 파악 가능. 이제 홀수번째 항들을 바라보면 만약 b5=-1이 되어버리면 급수는 -3으로 수렴할 수 없습니다. 수열 b7, b9, b11, b13, … 중 어딘가부터가 an으로 대체될텐데 이 an을 무수히 많이 더해가는 과정에서 분명 0이 아닌 어떤 상수가 튀어나올 것이기 때문입니다. 따라서 b5=-1이 될 수 없고 바로 이때부터 a5로 달립니다. 다시 말해 적

어도 a5부터는 an이 -1과 1 사이에 들어올 것입니다. 급수가 -3으로 수렴함을 이용하면 모순이 발생할… 줄 알았지만 r=-1/2, a5=-3/4로 잘 나오네!

13



$$\overline{BD}^2 = 2^2 + 3^2 - 2\cdot 2\cdot 3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) = 17, \quad \boxed{\overline{BD} = \sqrt{17}}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2-2xy\cdot\cos(\angle BAD) = 17 \\ \frac{1}{2}\cdot xy\cdot\sin(\angle BAD) = 2 \\ \sin^2(\angle BAD)+\cos^2(\angle BAD) = 1 \end{cases}$$

$\triangle CQ_1Q_2$, $\overline{Q_1Q_2} = 2\cdot 2r\cdot\sin(\angle BCD) = \frac{8\sqrt{2}}{3}r = 10\sqrt{2}k$, $\boxed{4r = 15k}$

$\triangle AP_1P_2$, $\overline{P_1P_2} = 2\cdot r\cdot\sin(\angle BAD) = 6k$, $\boxed{\sin(\angle BAD) = \frac{4}{5}}$ $(\because 4r = 15k)$

$$\begin{cases} x^2+y^2+\frac{6}{5}xy = 17 \\ xy = 5 \end{cases}$$

$x^2+y^2 = (x+y)^2-2xy$

$\Leftrightarrow 11 = (x+y)^2-10$

$\Rightarrow x+y = \sqrt{21}$ $(\because x>0,\ y>0)$

(20)

$g(0)=0,\quad g'(x)=f(x)$

$x\ge 1,\quad g(x)-g(4)\ge 0$

$\Leftrightarrow \int_0^x f(t)dt - \int_0^4 f(t)dt \ge 0$

$\Leftrightarrow \int_0^x f(t)dt + \int_4^0 f(t)dt \ge 0$

$\Leftrightarrow \int_4^x f(t)dt \ge 0 \quad (x\ge 1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \int_x^4 f(t)dt \le 0 & (1\le x<4) \\ \int_4^x f(t)dt \ge 0 & (x\ge 4) \end{cases}$

$\begin{cases} f(x)<0 & (?<x<4) \\ f(x)\ge 0 & (x\ge 4) \end{cases}$

$\boxed{f(4)=0}$, $g'(4)=0$

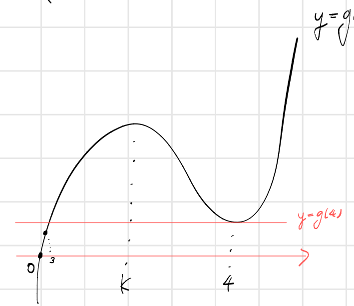
$x\ge 1,\quad |g(x)|\ge|g(3)| \Leftrightarrow g(x)\ge|g(3)|$ or $g(x)\le -|g(3)|$

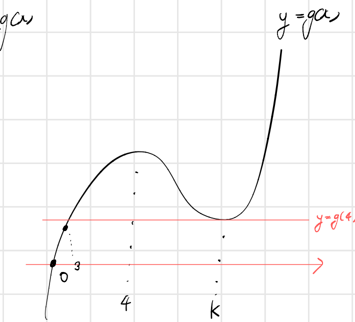
이때 $\lim_{x\to\infty} g(x)=\infty$ 이므로 $g(x)\le -|g(3)|$ 는 불가능함.

그리고 $g(3)\ge|g(3)|$ 이 성립하려면 $g(3)<0$ 일수 없으므로 $g(3)\ge 0$,

$\therefore \boxed{g(x)\ge g(3)\ge 0 \quad (x\ge 1)}$

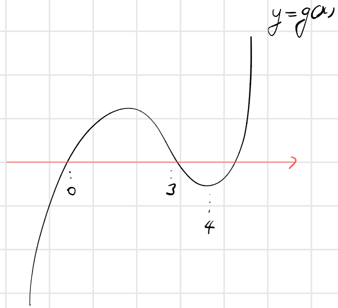
$\begin{cases} g(0)=0 \\ g'(x)=f(x)=x^2+\cdots \\ g'(4)=f(4)=0 \end{cases}$ $\rightarrow$ $f(x)=(x-4)(x-k)$





$g(3)>0$ 이면 도저히 각이 나오지 않음... $\boxed{g(3)=0}$

$$\begin{cases} g(0)=0 \\ g'(x)=f(x)=x^2+\cdots \\ g'(4)=f(4)=0 \\ g(x)\geq g(4) \quad (x\geq 1) \\ g(3)=0 \end{cases}$$



앞에서 썼던 그 k 아님!

$$g(x)=\frac{1}{3}x(x-3)(x-k) \quad (k>0)$$

$$=\frac{1}{3}\left(x^3-(k+3)x^2+3kx\right)$$

$$g'(x)=\frac{1}{3}\left(3x^2-2(k+3)x+3k\right)$$

$$=x^2-\frac{2(k+3)}{3}x+k$$

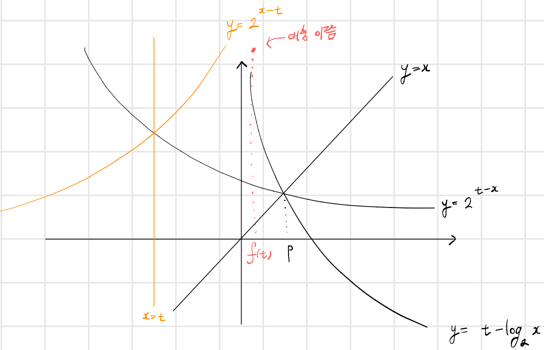
$g'(4)=0$, $\boxed{k=\frac{24}{5}}$

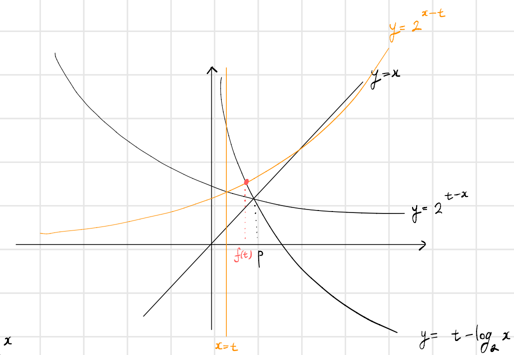
21

$$\begin{cases} y = -\log_2 x + t \xrightarrow{y=x \text{ 대칭}} y = 2^{-x+t} \\ y = 2^{x-t} \end{cases}$$

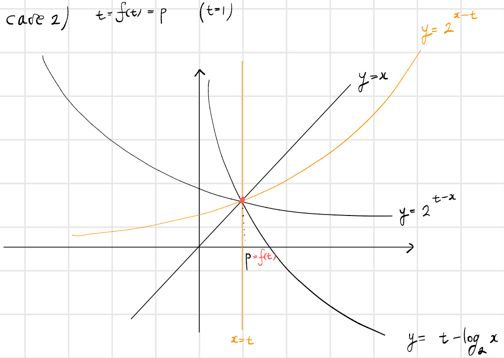
$x=t$ 대칭

case 1) $t \le f(t) \le p$ $(t<1)$

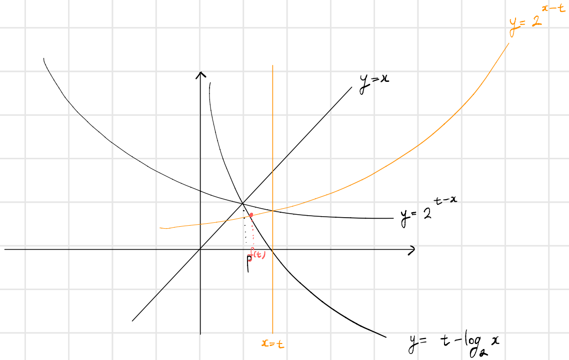


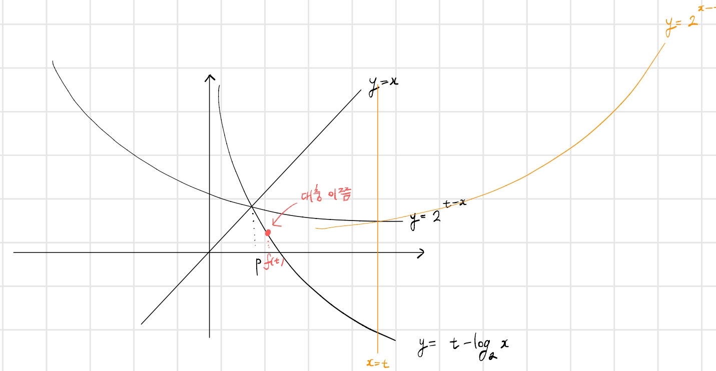


case 2) $t = f(t) = p$ $(t=1)$



case 3) $p \le f(t) \le t$ $(t>1)$





ㄱ. x에 대한 방정식 $t-\log_2 x = 2^{x-t}$ 은

$(t,x) = (1,1)$ 일 때와 $(t,x) = (2,2)$ 일 때 모두 성립

ㄴ t = ☆ 일 때 $f(t)$ 를 직접 구하는 것이 아니라

$f(t)$ = ☆ 도 대입해 확인하는... 과탐 감성

ㄴ. $t<1$, $t=1$, $t>1$ 일 때 모두

$t_1<t_2$ 이면 $f(t_1)<f(t_2)$ 임을 그래프에서 논리적으로 확인가능

ㄷ. $t>1$ 일 때는 $p \le f(t) \le t$

(29)

$$\begin{cases} C: \quad (x-y)^2 + y^2 = 15 \\ 2(x-y)\cdot\left(1-\dfrac{dy}{dx}\right) + 2y\cdot\dfrac{dy}{dx} = 0, \quad \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x-y}{x-2y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} k^2 + (a+k)^2 = 15 \\ k^2 + (b+k)^2 = 15 \\ \dfrac{k^2}{(a+2k)(b+2k)} = -1 \end{cases}$$

$$k^2 = 15 - (a+k)^2$$
$$= 15 - (b+k)^2$$
$$= -(a+2k)(b+2k)$$

$a+b+2k=0 \quad (\because a \neq b)$

$$k^2 + 4bk + 2b^2 - 15 = 0$$
$$-\ \ 4k^2 + 4bk + 2b^2 - 30 = 0$$

$-3k^2 + 15 = 0, \qquad k^2 = 5$

(30)

$\{b_n\} = ?, ?, -1, ?, \cdots, ?, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, \cdots$

$\lim_{n\to\infty} b_n = \lim_{n\to\infty} a_n = 0$ → $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ 일 때 $\boxed{-1<r<1}$

i) $-1 < r < 0$

$\{b_n\} = -1, a_2, -1, a_4, \underbrace{?}, \cdots$

언제 $|a_n| \le 1$ 이 시작될까?

$\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} = \boxed{\frac{a_2}{1-r^2} = 8}$

$b_5 = -1$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1} = \sum_{n=1}^{3} b_{2n-1} + \sum_{n=4}^{\infty} b_{2n-1} = -3 + C \neq -3$ → $b_5 \neq -1$, $a_5 > -1$

$\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1} = \sum_{n=1}^{2} b_{2n-1} + \sum_{n=3}^{\infty} b_{2n-1} = -2 + \sum_{n=3}^{\infty} a_{2n-1} = -3$, $\sum_{n=3}^{\infty} a_{2n-1} = \boxed{\frac{a_5}{1-r^2} = -1}$

$a_2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) = a_5$, $\boxed{r = -\frac{1}{2}}$, $a_2 = 6$ $\therefore a_n = 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-2}$