



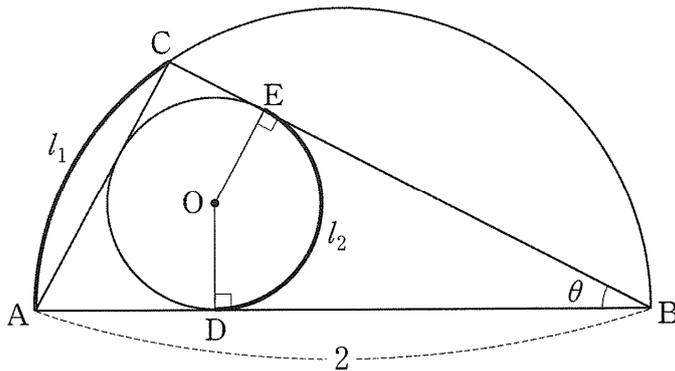
ver. 2024

돌아가지 말고 직진으로 | 킬러, 준킬러의 유형은 정해져 있다

1. 삼도극 교과과정

1. 내접원의 반지름

1. 그림과 같이 지름의 길이가 2이고, 두 점 A, B 를 지름의 양 끝점으로 하는 반원 위에 점 C 가 있다. $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심을 O , 중심 O 에서 \overline{AB} 와 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\angle ABC = \theta$ 이고, \widehat{AC} 의 길이를 l_1 , \widehat{DE} 의 길이를 l_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{l_1}{l_2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [3점] 2008' 6월 평가원 - 27



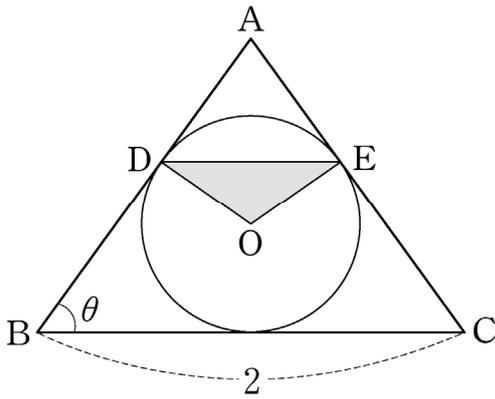
- ① 1 ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{2}{\pi}$ ⑤ $\frac{3}{\pi}$

HUN-T Project

2. 그림과 같이 양수 θ 에 대하여 $\angle ABC = \angle ACB = \theta$ 이고, $\overline{BC} = 2$ 인 이등변삼각형

ABC 가 있다. 삼각형 ABC 의 내접원의 중심을 O , 선분 AB 와 내접원이 만나는 점을 D , 선분 AC 와 내접원이 만나는 점을 E 라 하자. $\triangle OED$ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [3점] 2008' 수능 - 28



① $\frac{1}{8}$

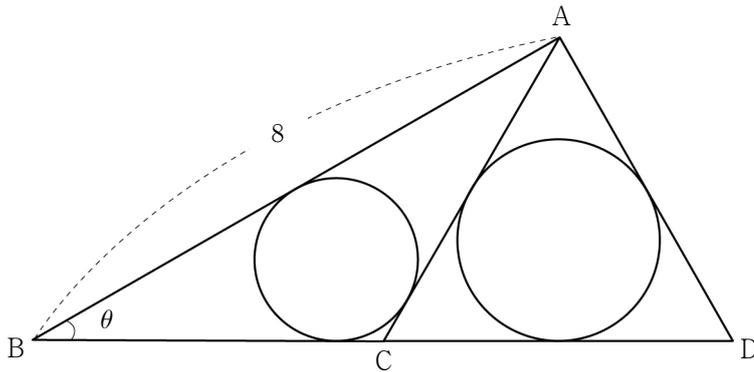
② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{3}{8}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{5}{8}$

3. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ABC = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC 가 있다. 그림과 같이 선분 BC 의 연장선 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 잡는다. 삼각형 ABC 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_1 , 삼각형 ACD 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r_1 r_2}{\theta^2}$ 의 값은?
 [4점] 2014 7월 전국연합 - 21B

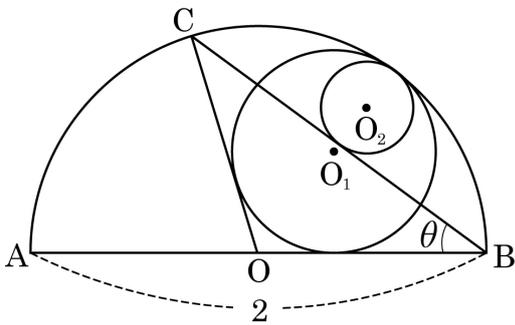


- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

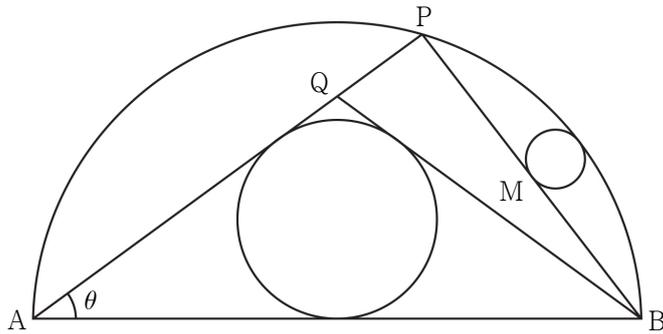
4. 그림과 같이 길이가 2 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB 의 중점 O 와 반원 위를 움직이는 점 C 에 대하여 부채꼴 OBC 에 내접하는 원을 O_1 , 현 BC 와 호 BC 로 둘러싸인 부분에 내접하는 원 중 반지름의 길이가 가장 큰 원을 O_2 라 하자. $\angle ABC = \theta$ 라 하고 두 원 O_1, O_2 의 반지름의 길이를 각각 $f(\theta), g(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2} - 0} \frac{g(\theta)}{\{f(\theta)\}^2} = \frac{q}{p} \text{ 이다. } p^2 + q^2 \text{ 의 값을 구하시오. (단, } p, q \text{ 는 서로소인 자연수이다.)}$$

[4점] 2011 3월 연합평가 - 27

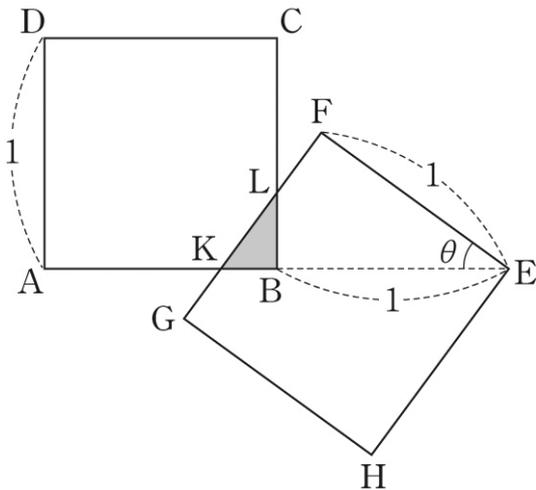


5. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 한 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 선분 PB의 중점 M에서 선분 PB에 접하고 호 PB에 접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 AP 위에 $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 가 되도록 점 Q를 잡고 삼각형 ABQ에 내접하는 원의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times T(\theta)}{S(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)
 [4점] 2016 4월 연합평가 - 29(가)

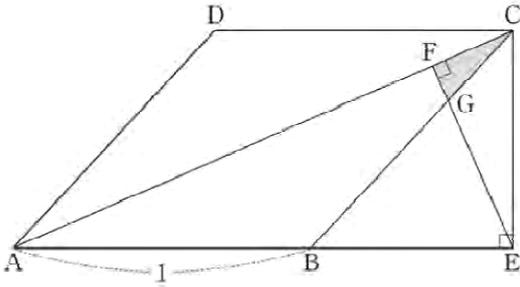


2. 삼각함수 사용하기

6. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서 변 AB를 연장한 직선 위에 $\overline{BE}=1$ 인 점 E가 있다. 점 E를 꼭짓점으로 하고 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH에 대하여 $\angle BEF = \theta$ 일 때, 변 FG와 변 AB의 교점을 K, 변 FG와 변 BC의 교점을 L이라 하자. 삼각형 KBL의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.
- (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2009' 6월 평가원 - 30

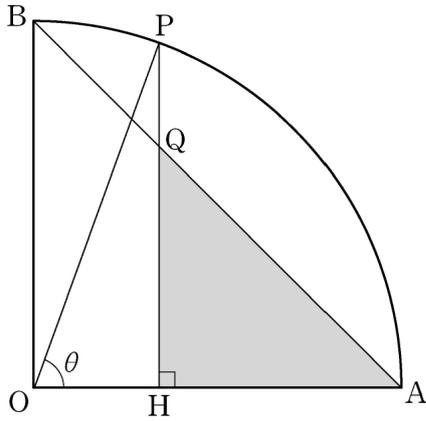


7. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 마름모 ABCD가 있다. 점 C에서 선분 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 E, 점 E에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 F, 선분 EF와 선분 BC의 교점을 G라 하자. $\angle DAB = \theta$ 일 때, 삼각형 CFG의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점] 2018' 수능 - 17(가)



- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

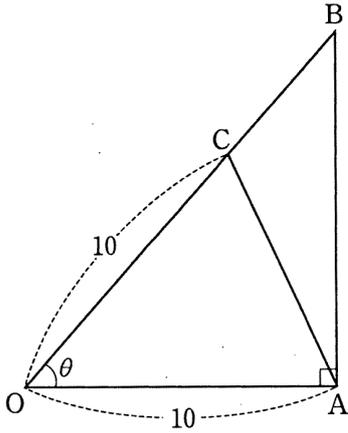
8. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 선분 AB의 교점을 Q라 하자. $\angle POH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4}$ 의 값은?
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점] 2017' 수능 - 14(가)



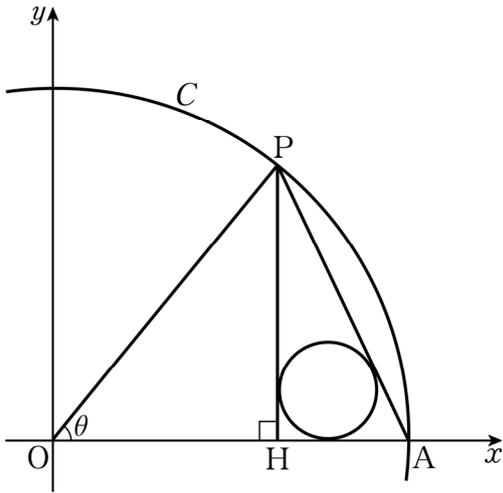
- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

9. 그림과 같이 양수 θ 에 대하여 $\angle AOB = \theta$, $\angle OAB = \frac{\pi}{2}$, $\overline{OA} = 10$ 인 직각삼각형

OAB 가 있다. 변 OB 위에 있는 $\overline{OC} = 10$ 인 점 C 에 대하여 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{f(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점] 2010' 6월 평가원 - 30



10. 그림과 같이 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 원 C 가 x 축의 양의 방향과 만나는 점을 A , 원 C 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H , $\angle POA = \theta$ 라 하자. 삼각형 APH 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? [4점] 2016 3월 연합평가 - 21(가)



- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

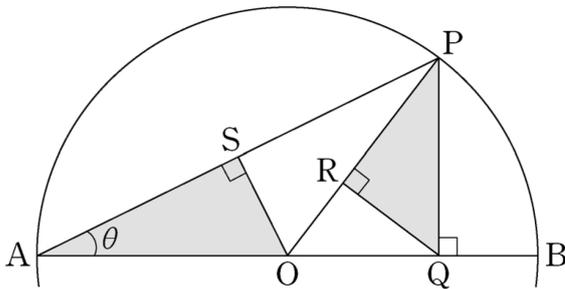
3. 원의 성질

11. 그림과 같이 중심이 O 이고 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위의 점 P 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 Q , 점 Q 에서 선분 OP 에 내린 수선의 발을 R , 점 O 에서 선분 AP 에 내린 수선의 발을 S 라 하자.

$\angle PAQ = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)일 때, 삼각형 AOS 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PRQ 의 넓이를

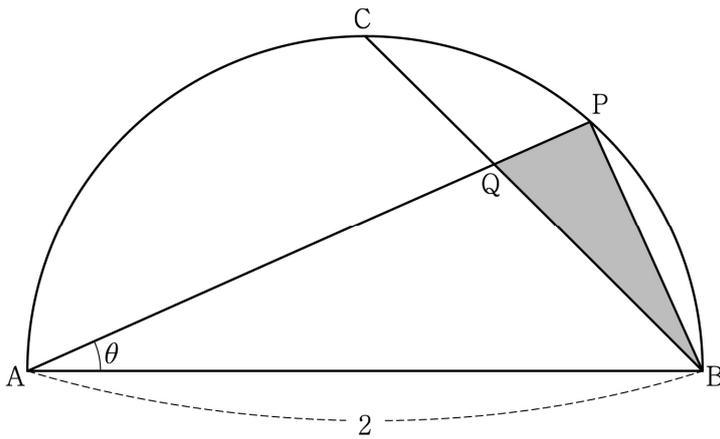
$g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\theta^2 f(\theta)}{g(\theta)} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인

자연수이다.) [4점] 2012' 수능 - 27



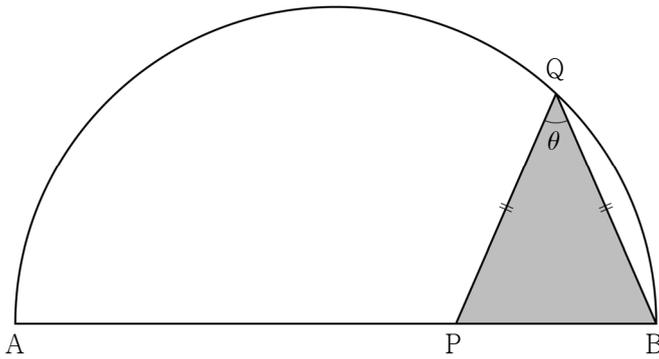
12. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 C를 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ 가 되도록 잡는다. 호 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 AP와 선분 BC가 만나는 점을 Q라 하고, $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 삼각형 BPQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점] 2012 10월 연합평가 - 20



- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

13. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{QB} = \overline{QP}$ 를 만족시키는 반원 위의 점을 Q라 할 때, $\angle BQP = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하자. 삼각형 QPB의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?
 [4점] 2019 7월 연합평가 - 17(가)

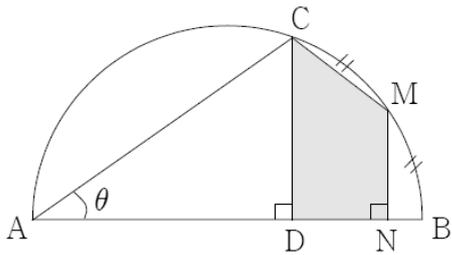


- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

14. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위를 움직이는 점 C가 있다. 호 BC의 길이를 이등분하는 점을 M이라 하고, 두 점 C, M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 각각 D, N이라 하자. $\angle CAB = \theta$ 라 할 때, 사각형 CDNМ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때, $16a$ 의 값을 구하시오. (단, 점 C는 선분 AB의 양 끝점이 아니다.)

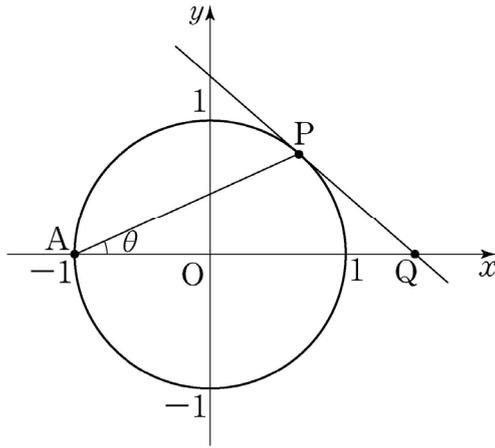
[4점] 2014' 사관학교 - 27B



15. 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. 점

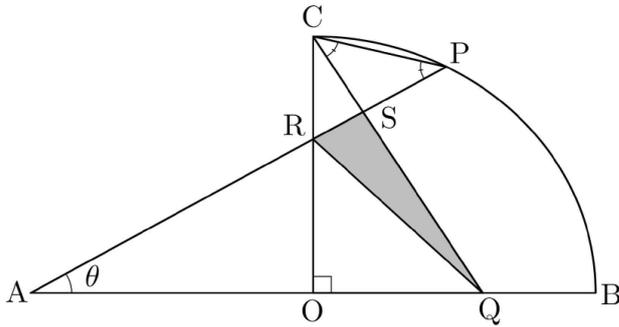
A(-1, 0)과 원점 O에 대하여 $\angle PAO = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\overline{PQ} - \overline{OQ}}{\theta - \frac{\pi}{4}}$ 의 값은?

(단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [3점] 2010' 수능 - 28



- ① 2 ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

16. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OB를 반지름으로 하는 사분원 OBC가 있다. 호 BC위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 OB 위의 점 Q가 $\angle APC = \angle PCQ$ 를 만족시킨다. 선분 AP가 두 선분 CO, CQ와 만나는 점을 각각 R, S라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 RQS의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은?
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점] 2022' 사관학교 - 28

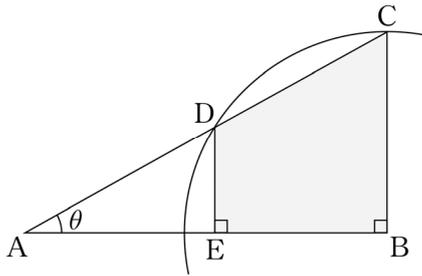


- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

17. 그림과 같이 빗변 AC의 길이가 1이고 $\angle BAC = \theta$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 점 B를 중심으로 하고 점 C를 지나는 원이 선분 AC와 만나는 점 중 점 C가 아닌 점을 D라고 하고, 점 D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 E라 하자. 사각형 BCDE의 넓이를

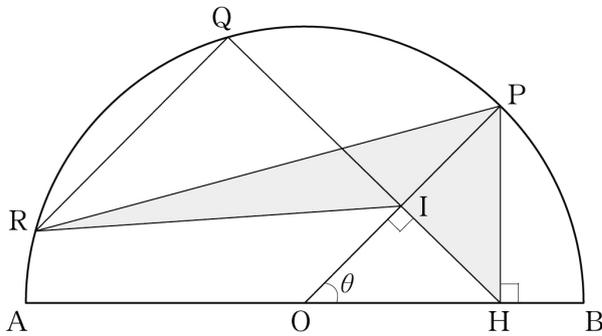
$S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점] 2018 10월 연합평가 - 17(가)



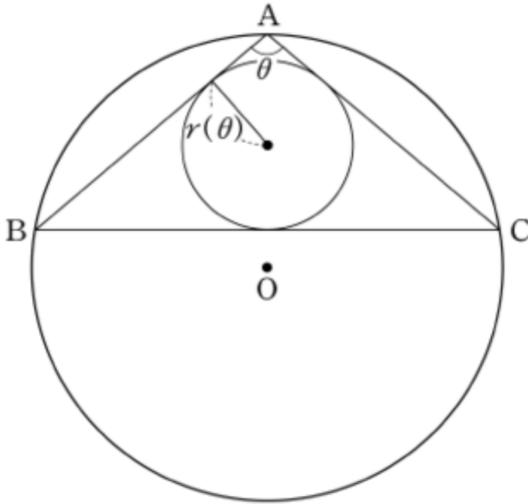
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

18. 그림과 같이 중심이 O 이고 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 H 를 지나고 선분 OP 에 수직인 직선이 선분 OP , 호 AB 와 만나는 점을 각각 I , Q 라 하자. 점 Q 를 지나고 직선 OP 에 평행한 직선이 호 AB 와 만나는 점 중 Q 가 아닌 점을 R 라 하자. $\angle POB = \theta$ 일 때, 두 삼각형 RIP , IHP 의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta) - T(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점] 2019 3월 연합평가 - 19(가)

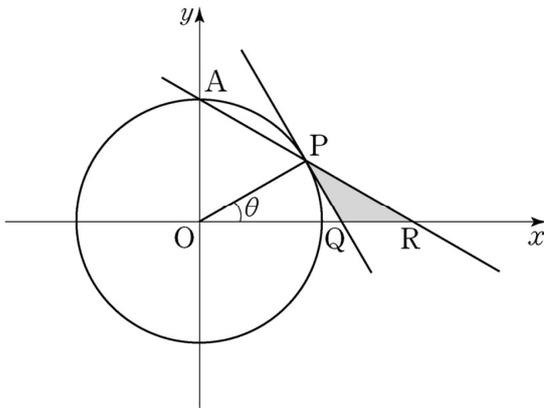


- ① $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ ③ $\sqrt{2}-1$
 ④ $\frac{2\sqrt{2}-1}{4}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$

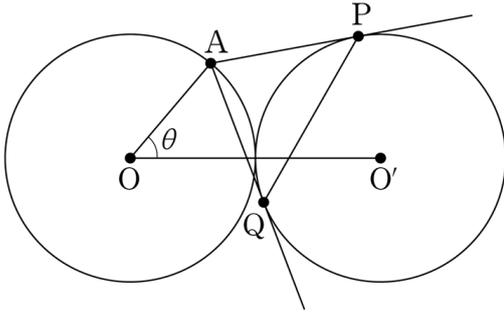
19. 반지름의 길이가 1인 원 O 위에 점 A 가 있다. 그림과 같이 양수 θ 에 대하여 원 O 위의 두 점 B, C 를 $\angle BAC = \theta$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 ABC 의 내접원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \pi-0} \frac{r(\theta)}{(\pi-\theta)^2} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2009' 수능 - 30



20. 좌표평면에서 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q , 점 $A(0, 1)$ 과 점 P 를 지나는 직선이 x 축과 만나는 점을 R 라 하자. $\angle QOP = \theta$ 라 하고 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\theta)$ 라고 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \alpha$ 일 때, 100α 의 값을 구하시오. (단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)
 [4점] 2011' 6월 평가원 - 30



21. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 1인 두 원 O, O' 이 외접하고 있다. 원 O 위의 점 A 에서 원 O' 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q 라 하자. $\angle AOO' = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\overline{PQ}}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점] 2014' 6월 평가원 - 21B



- ① 2 ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

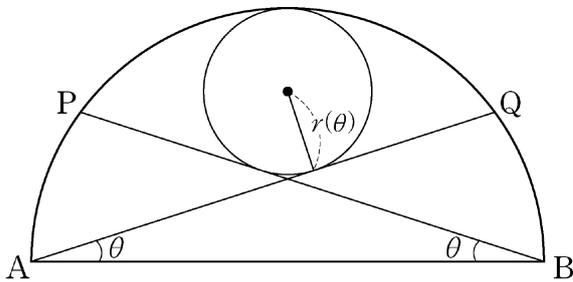
22. 그림과 같이 길이가 2 인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를

$\angle ABP = \angle BAQ = \theta (0 < \theta < \frac{\pi}{4})$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 AQ, BP와 호 PQ에

내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4} -} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4} - \theta} = p\sqrt{2} + q$ 이다. $p^2 + q^2$ 의

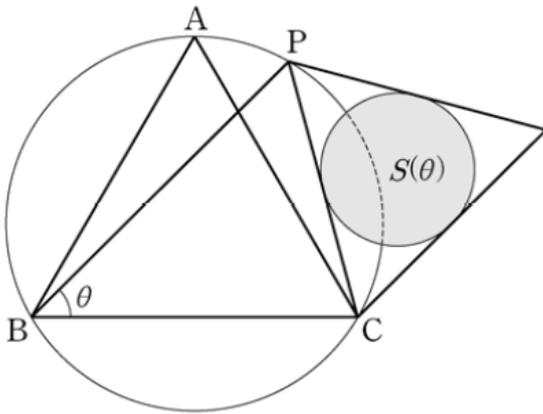
값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.)

[4점] 2013' 6월 평가원 - 29



4. 사인법칙

23. 그림과 같이 원에 내접하고 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC가 있다. 점 B를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 P에 대하여 $\angle PBC = \theta$ 라 하고, 선분 PC를 한 변으로 하는 정삼각형에 내접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = a\pi$ 일 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점] 2016' 9월 평가원 - 28B



24. 그림과 같이 길이가 1 인 선분 AB 를 빗변으로 하고 $\angle BAC = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)인

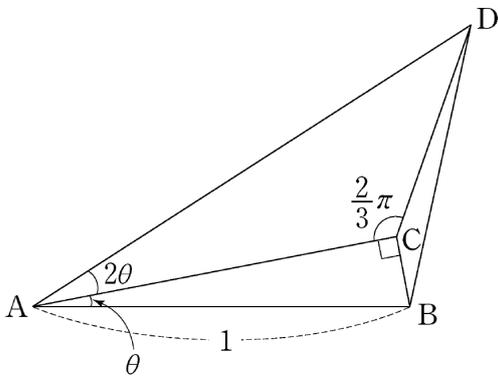
직각삼각형 ABC 에 대하여 점 D 를

$$\angle ACD = \frac{2}{3}\pi, \quad \angle CAD = 2\theta$$

가 되도록 잡는다. 삼각형 BCD 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = p$ 이다. $300p^2$ 의

값을 구하시오. (단, 네 점 A, B, C, D 는 한 평면 위에 있다.)

[4점] 2014' 9월 평가원 - 29B

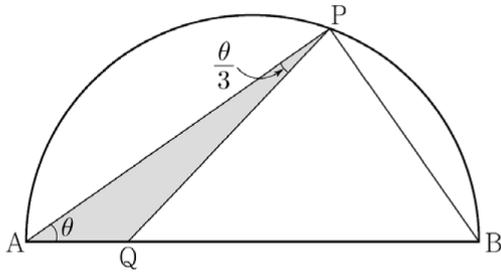


25. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있고, 선분 AB 위에 점 Q가 있다.

$\angle PAB = \theta$ 이고 $\angle APQ = \frac{\theta}{3}$ 일 때, 삼각형 PAQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 PB의 길이를

$l(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{l(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점] 2022' 수능 예시문항 - 28



① $\frac{1}{12}$

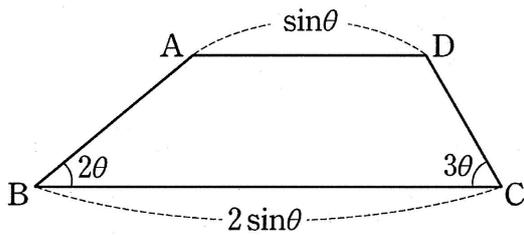
② $\frac{1}{6}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{5}{12}$

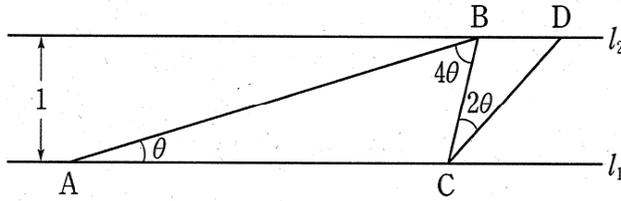
26. 그림과 같이 사다리꼴 ABCD 에서 변 AD 와 변 BC 가 평행하고 $\angle B = 2\theta$, $\angle C = 3\theta$, $\overline{BC} = 2\sin\theta$, $\overline{AD} = \sin\theta$ 이다. 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2015' 6월 평가원 - 29B



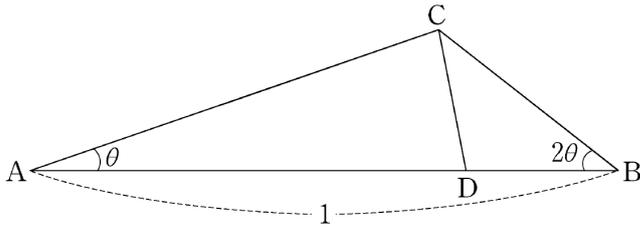
27. 그림과 같이 서로 평행한 두 직선 l_1 과 l_2 사이의 거리가 1 이다. 직선 l_1 위의 점 A 에 대하여 직선 l_2 위에 점 B를 선분 AB 와 직선 l_1 이 이루는 각의 크기가 θ 가 되도록 잡고, 직선 l_1 위에 점 C 를 $\angle ABC = 4\theta$ 가 되도록 잡는다. 직선 l_2 위에 점 D 를 $\angle BCD = 2\theta$ 이고 선분 CD 가 선분 AB 와 만나지 않도록 잡는다.

삼각형 ABC 의 넓이를 T_1 , 삼각형 BCD 의 넓이를 T_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{T_1}{T_2}$ 의 값을

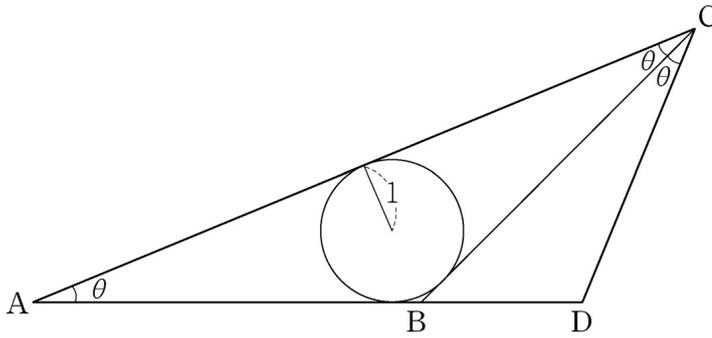
구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{10}$) [4점] 2015' 9월 평가원 - 28B



28. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 1$ 이고 $\angle A = \theta$, $\angle B = 2\theta$ 이다. 변 AB 위의 점 D를 $\angle ACD = 2\angle BCD$ 가 되도록 잡는다. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\overline{CD}}{\theta} = a$ 일 때, $27a^2$ 의 값을 구하시오.
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점] 2013' 수능 - 29



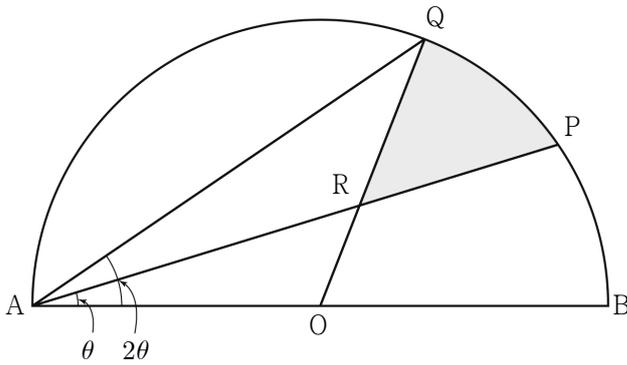
29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 $\angle CAB = \angle BCA = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 점 A가 아닌 점 D를 $\angle DCB = \theta$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 BDC의 넓이를 $s(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \{\theta \times s(\theta)\}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)
 [4점] 2015' 수능 - 20B



- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{14}{9}$

30. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QAB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OQ와 선분 AP가 만나는 점을 R라 하자. 호 PQ와 두 선분 QR, RP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점] 2018 4월 연합평가 - 20(가)



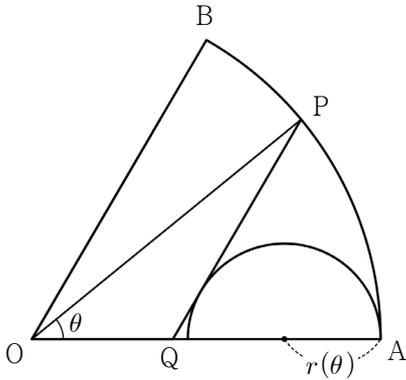
- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

31. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB

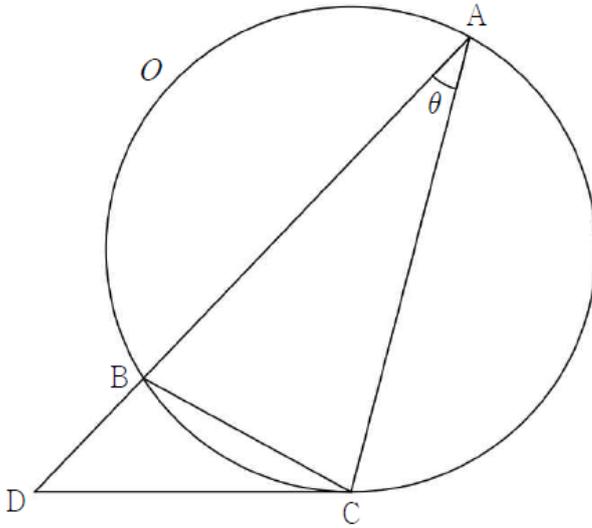
위의 점 P를 지나고 선분 OB와 평행한 직선이 선분 OA와 만나는 점을 Q라 하고 $\angle AOP = \theta$ 라 하자. 점 A를 지름의 한 끝점으로 하고 지름이 선분 AQ 위에 있으며 선분 PQ에 접하는 반원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta} = a + b\sqrt{3}$ 이다.

$a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이고, a, b 는 유리수이다.)

[4점] 2017' 사관학교 - 29(가)

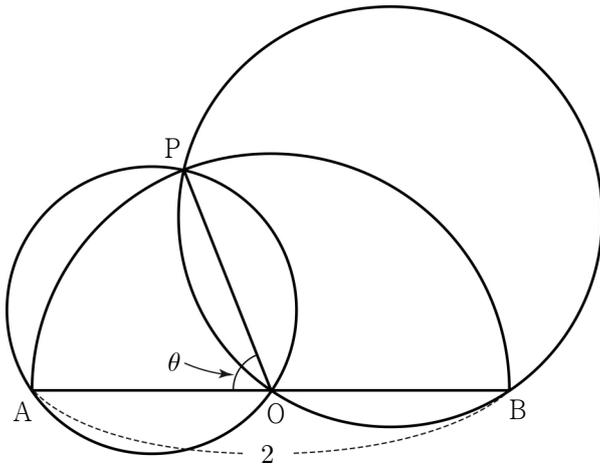


32. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$ 인 이등변삼각형 ABC 에 외접하는 원 O 가 있다. 점 C 를 지나고 원 O 에 접하는 직선과 직선 AB 의 교점을 D 라 하자. $\angle CAB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 BDC 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$)
 [4점] 2021' 사관학교 - 28(가)



33. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle AOP = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)일 때, 세 점 A, O, P를 지나는 원의 넓이를 $f(\theta)$, 세 점 B, O, P를 지나는 원의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

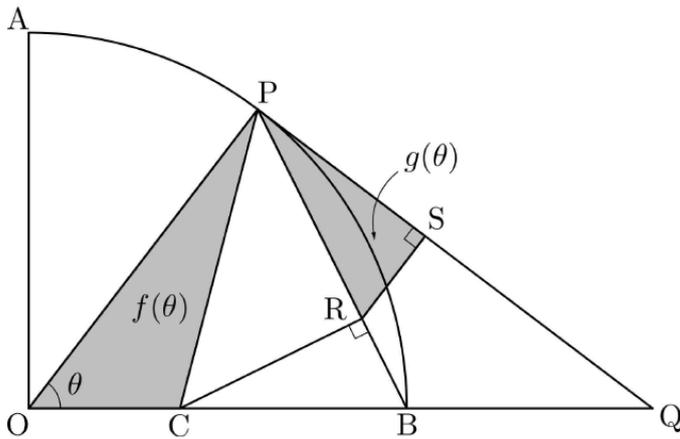
$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{g(\theta) - f(\theta)}{\frac{\pi}{2} - \theta}$ 의 값은? [4점] 2014 4월 전국연합 - 19B



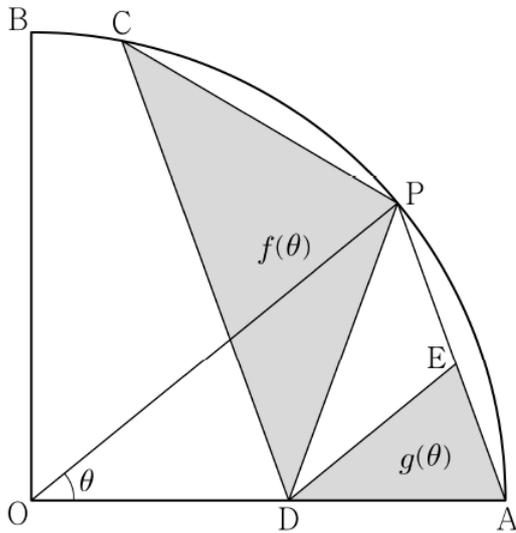
- ① π ② $\frac{2\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{4}$

5. 삼도극 트렌드

- 34.** 그림과 같이 반지름의 길이가 5이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB에서 선분 OB를 2:3으로 내분하는 점을 C라 하자. 점 P에서 호 AB에 접하는 직선과 직선 OB의 교점을 Q라 하고, 점 C에서 선분 PB에 내린 수선의 발을 R, 점 R에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 S라 하자. $\angle POB = \theta$ 일 때, 삼각형 OCP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PRS의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $80 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값을 구하시오.
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점] 2023' 사관학교 - 29



35. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{PA} = \overline{PC} = \overline{PD}$ 가 되도록 호 PB 위에 점 C와 선분 OA 위에 점 D를 잡는다. 점 D를 지나고 선분 OP와 평행한 직선이 선분 PA와 만나는 점을 E라 하자. $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 CDP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 EDA의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점] 2023' 9월 평가원 - 28

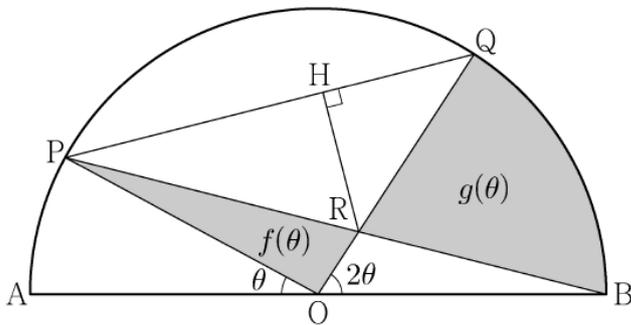


- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

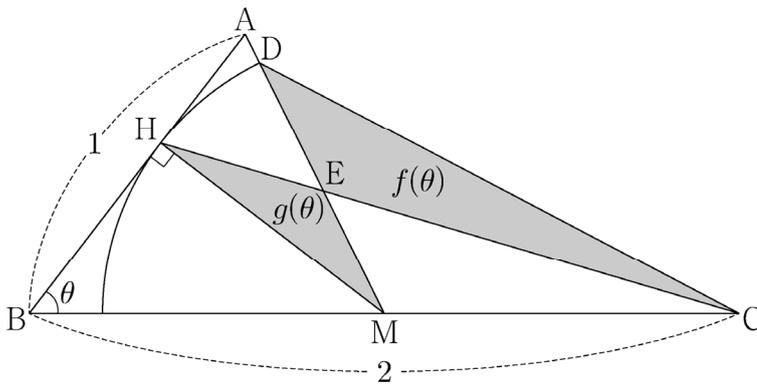
36. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB 의 중점을 O 라 할 때, 호 AB 위에 두 점 P, Q 를 $\angle POA = \theta$, $\angle QOB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 PB, OQ 의 교점을 R 라 하고, 점 R 에서 선분 PQ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 삼각형 POR 의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 RQ, RB 와 호 QB 로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{RH} = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점] 2021' 9월 평가원 - 28(가)



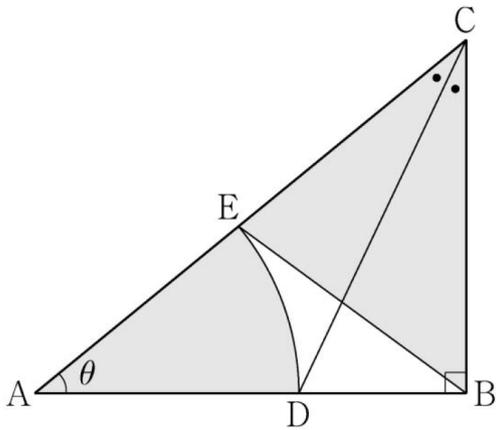
37. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$ 인 두 선분 AB , BC 에 대하여 선분 BC 의 중점을 M , 점 M 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 중심이 M 이고 반지름의 길이가 \overline{MH} 인 원이 선분 AM 과 만나는 점을 D , 선분 HC 가 선분 DM 과 만나는 점을 E 라 하자. $\angle ABC = \theta$ 라 할 때, 삼각형 CDE 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 MEH 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) - g(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때, $80a$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)
- [4점] 2021' 6월 평가원 - 28(가)



38. 그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle C$ 를 이등분하는 직선과 선분

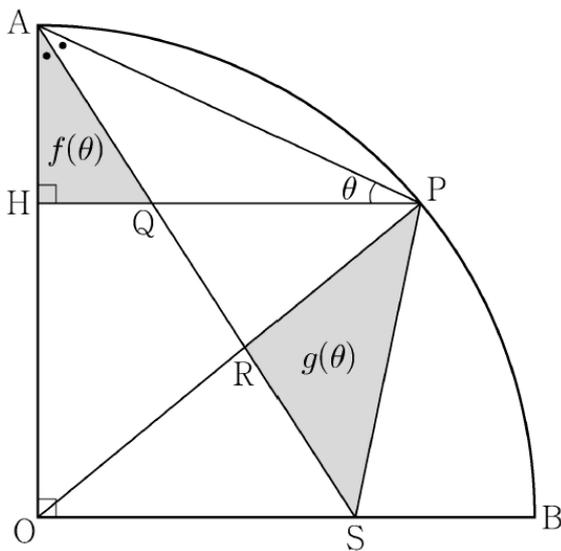
AB의 교점을 D, 중심이 A이고 반지름의 길이가 \overline{AD} 인 원과 선분 AC의 교점을 E라 하자. $\angle A = \theta$ 일 때, 부채꼴 ADE의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 BCE의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)}$ 의 값은? [4점] 2019' 수능 - 18(가)

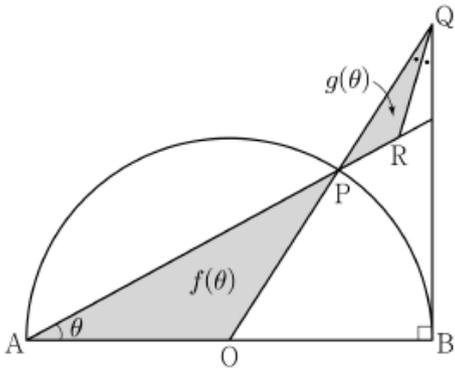


- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

39. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle OAP$ 를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle APH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$ 일 때, $100k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점] 2023' 6월 평가원 - 29

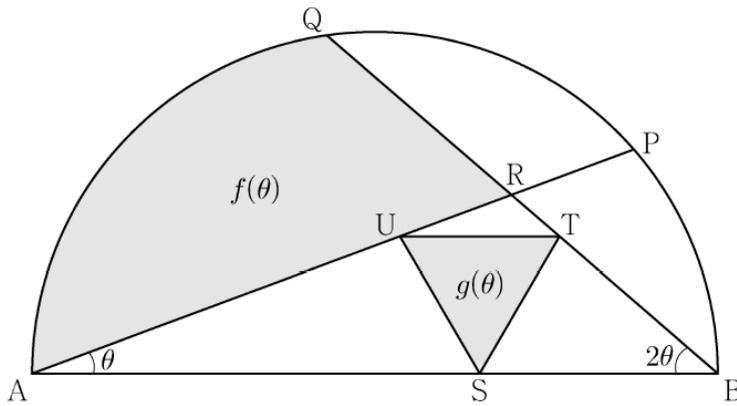


40. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하고, $\angle OQB$ 의 이등분선이 직선 AP와 만나는 점을 R라 하자. $\angle OAP = \theta$ 일 때, 삼각형 OAP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.
- $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점] 2022' 6월 평가원 - 28

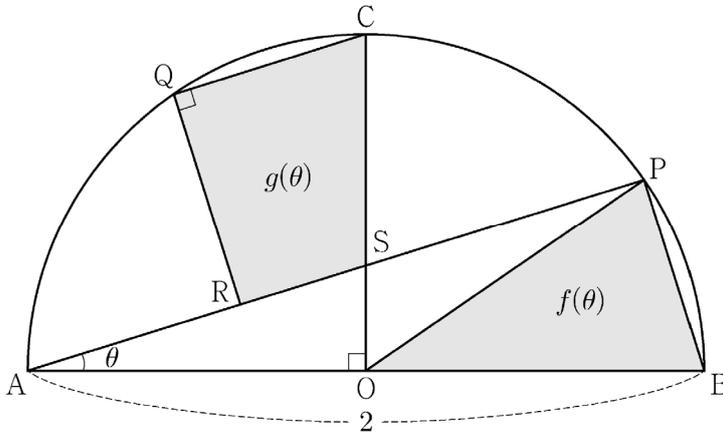


- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

41. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QBA = 2\theta$ 가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R라 하자. 선분 AB 위의 점 S, 선분 BR 위의 점 T, 선분 AR 위의 점 U를 선분 UT가 선분 AB에 평행하고 삼각형 STU가 정삼각형이 되도록 잡는다. 두 선분 AR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STU의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,
 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)} = \frac{q}{p} \sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2022' 수능 - 29



42. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 $\angle AOC = \frac{\pi}{2}$ 인 점 C가 있다. 호 BC 위에 점 P와 호 CA 위에 점 Q를 $\overline{PB} = \overline{QC}$ 가 되도록 잡고, 선분 AP 위에 점 R를 $\angle CQR = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡는다. 선분 AP와 선분 CO의 교점을 S라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 POB의 넓이를 $f(\theta)$, 사각형 CQRS의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{3f(\theta) - 2g(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)
 [4점] 2023' 수능 - 28



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

1. 삼도극 - 교과과정

- | | |
|---------|--------|
| 1) ④ | 26) 14 |
| 2) ② | 27) 6 |
| 3) ③ | 28) 16 |
| 4) 17 | 29) ④ |
| 5) 4 | 30) ⑤ |
| 6) 65 | 31) 5 |
| 7) ③ | 32) 8 |
| 8) ① | 33) ① |
| 9) 20 | 34) 49 |
| 10) ④ | 35) ④ |
| 11) 65 | 36) 23 |
| 12) ④ | 37) 15 |
| 13) ② | 38) ② |
| 14) 36 | 39) 50 |
| 15) ④ | 40) ① |
| 16) ④ | 41) 11 |
| 17) ④ | 42) ② |
| 18) ② | |
| 19) 17 | |
| 20) 50 | |
| 21) ③ | |
| 22) 8 | |
| 23) 80 | |
| 24) 100 | |
| 25) ③ | |