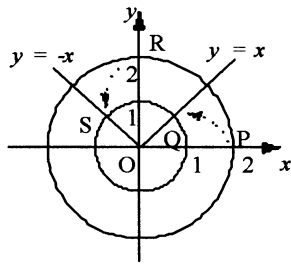


일차 변환

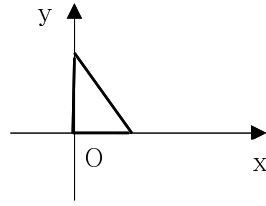
1. 어떤 일차변환은 점 $P(2, 0)$ 을 점 $Q(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ 로, 점 $R(0, 2)$ 를 점 $S(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ 로 옮긴다. 이 일차변환을 나타내는 행렬을 A 라 하자. $A^4 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 일 때, $\frac{a+bi}{1+i}$ 의 값은?
(단, $i=\sqrt{-1}$) [97 - 수능]



- ① $-\frac{1}{16}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{1}{16}i$ ④ $\frac{\sqrt{2}+i}{8}$ ⑤ $\frac{-1+\sqrt{2}}{16}$

2. 좌표평면에서의 회전변환 f 와 대칭변환 g 를 나타내는 행렬이 각각 $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이다.
두 변환 f 와 g 를 유한번 합성하여 얻을 수 있는 합성변환에 의하여 점 $P(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ 가 옮겨질 수 있는 점은 P 를 포함하여 모두 몇 개인가? [99 - 수능]

3. 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형이 일차변환에 의해 옮겨질 수 있는 도형을 <보기>중에서 모두 고른 것은?
[2000학년도 수능]



<보 기>

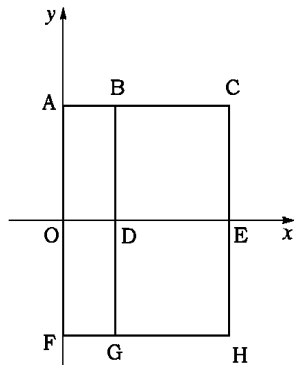
㉠

㉡

㉢

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

4. 다음 그림에서 직사각형 $AODB$ 와 $OFGD$ 는 합동이고, 직사각형 $BDEC$ 와 $DGHE$ 도 합동이다. 어떤 일차변환이 점 B 를 점 E 로, 점 D 를 점 A 로 옮길 때, 점 A 가 옮겨지는 점은?



- ① B ② C ③ F
④ G ⑤ H

12. 행렬 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ 가 나타내는 일차변환을 f 라고 하자. 직선 $y = 3x + b$ 를 f 에 의하여 옮기면 포물선 $y = x^2 + 1$ 의 접선이 될 때, b 의 값을 구하여라.

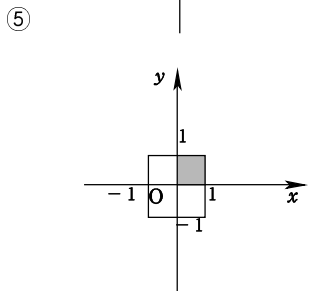
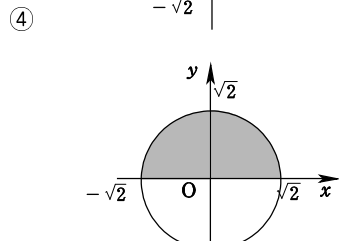
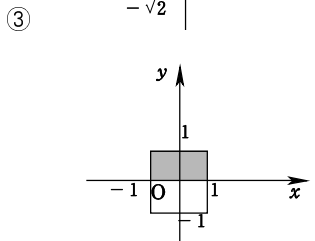
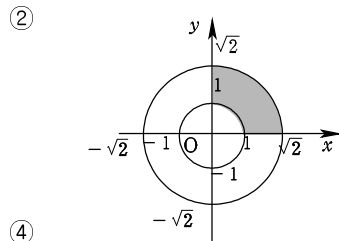
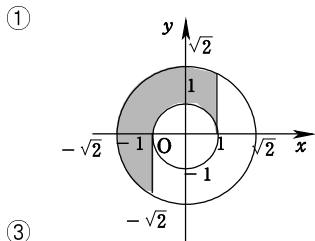
13. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환에 의해 직선 $x + y - 1 = 0$ 이 직선 $x - y - 1 = 0$ 으로 옮겨질 때, a 의 값은? [2점][00-3-종로]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

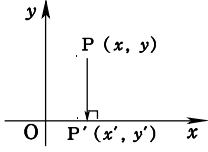
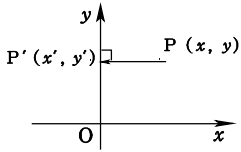
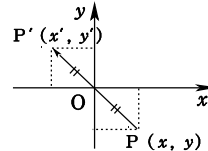
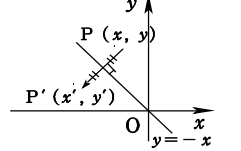
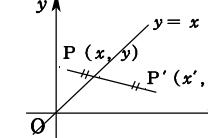
14. 좌표평면 위에서 도형 $P = \{(x, y) \mid x = 1, 0 \leq y \leq 1\}$ 이다.

도형 P 를 행렬 $A = \begin{pmatrix} \cos \pi & -\sin \pi \\ \sin \pi & \cos \pi \end{pmatrix}$ 에 의해 변환시킬 때,

도형 P 가 지나가는 영역의 넓이를 S 라 하자. 다음 중 어두운 부분의 넓이가 S 와 같은 것은? [3점][00-3-종로]14)



15. 점 $P(x, y)$ 를 점 $P'(x', y')$ 으로 옮기는 다음 변환의 그림 중 일차변환이 아닌 것은? [2점][00-3-대성]

- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

16. 일차변환 f 가 다음 <보기>의 조건들을 모두 만족한다.

<보기>

ㄱ. 변환 f 를 나타내는 행렬은 $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이다.

ㄴ. 합성변환 $f \circ f$ 가 항등변환이다.

ㄷ. 직선 $x = 0$ 은 변환 f 에 의하여 직선 $y = 4x$ 로 옮겨진다.

이 때, $a^2 + b$ 의 값은? [3점][00-3-대성]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

17. 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬을 각각 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 라 할 때,

합성변환 $f \circ g$ 에 의하여 점 $(1, 1)$ 이 이동하는 점은?[2점][00-4-대성]

- ① $(3, 7)$ ② $(21, -7)$ ③ $(5, 4)$
④ $(7, -2)$ ⑤ $(4, -5)$

18. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = t^2 \\ cx + dy = 3t + 4 \end{cases}$ 에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ 이라고 한다. t 가 모든 실숫값을 취하면서 변할 때, $x + y$ 의 최댓값을 구하시오. [3점][00-4-대성]

19. 일차변환 f 를 나타내는 행렬이 $A = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ 일 때,

A^6 으로 나타내어지는 일차변환에 의한 점 $P\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ 의 상은

점 $P'(a, b)$ 이다. $a + b$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ -4
④ -8 ⑤ -16

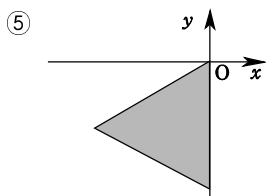
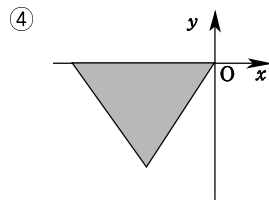
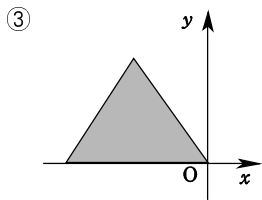
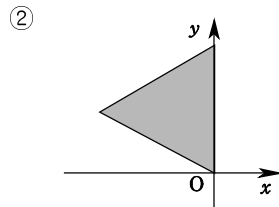
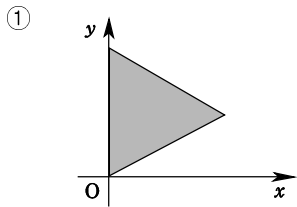
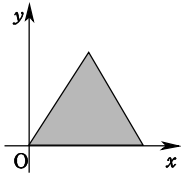
19. 일차변환 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 에 의하여 직선 $y = 2x + 1$ 은

직선 $y = ax + b$ 로 옮겨진다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [3점][00-5-대성]

23. 일차변환

$$f: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \end{pmatrix}$$

에 의한 오른쪽 정삼각형 OAB 의 상은? [3점] [01-3-대성]



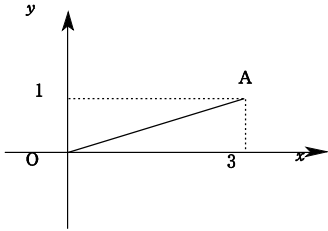
24. 일차변환 $f: \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 3 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 에 의한 점 $(3, 1)$ 은 점 $(2, 7)$ 로 옮겨지고, 점 (c, d) 는 점 $(1, -1)$ 로 옮겨진다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오.

[3점] [01-3-중앙]

25. 일차변환 f 를 나타내는 행렬이

$2 \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\sqrt{3} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -1 \end{pmatrix}$ 이라고 하자. 오른쪽 그림의 선분 OA 를 f 에 의하여 옮긴

선분을 OB 라 할 때, 삼각형 OAB 의 넓이는? [3점][01-4-고려]



- ① 16 ② $10\sqrt{3}$ ③ 20 ④ $16\sqrt{3}$ ⑤ 28

26. 행렬 $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 이 나타내는 일차변환에 의해 직선 $y = kx$ 위의 임의의 점이 다시

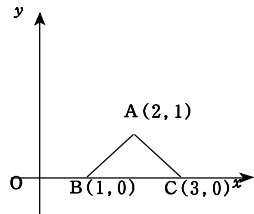
그 직선 위로 옮겨지도록 하는 모든 실수 k 의 값들의 합은? [3점][01-4-대성]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

27. 행렬 $\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 으로 나타내어지는 일차변환을

각각 f , g 라 하자. 곡선 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 위를 움직이는 점 P 가 합성변환 $g \circ f$ 에 의하여 옮겨지는 점을 Q 라 할 때, $\triangle OPQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하시오.
(단, O 는 원점이다.) [3점][01-4-중앙]

28. 두 일차변환 f, g 가 나타내는 행렬이 각각 $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}} & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ 일 때,
 합성변환 $g \circ f$ 에 의하여 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 를 옮긴 도형의 넓이를 구하면? [3점][01-5-고려]



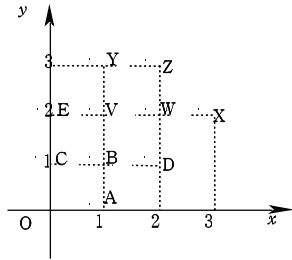
- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

29. 일차변환 $f: \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 에 의하여 옮겨진 도형은 타원이 된다.
 이 타원의 장축의 길이를 p , 단축의 길이를 q 라 할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.
 [3점][01-6-종로]

30. 일차변환 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 의 역행렬 A^{-1} 가 존재할 때, 일차변환 A 의
 성질로 옳지 않은 것은? [3점][01-7-고려]

① 선분을 선분으로 옮기고, 직선을 직선으로 옮긴다.
 ② 선분의 중점을 선분의 중점에 옮긴다.
 ③ 평행한 직선을 평행한 직선에 옮긴다.
 ④ 평행사변형의 상은 평행사변형이다.
 ⑤ 삼각형의 상은 삼각형이고, 두 삼각형은 닮은꼴이다.

31. 오른쪽 그림과 같이 A, B, C, D, E 와 점 V, W, X, Y, Z 를 정하기로 하자.
 일차변환 f 에 의하여 점 A 는 점 D 로, 점 C 는 점 E 로 이동되었을 때,
 점 B 가 일차변환 f 에 의해 옮겨지는 점은? [3점][01-6-중앙]



- ① V ② W ③ X ④ Y ⑤ Z

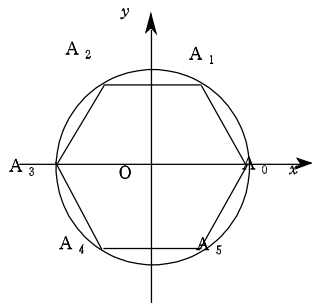
32. 좌표평면 위의 임의의 점 P 를 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점이 Q 이고
 점 Q 를 y 축에 대칭이동시킨 점이 R 이다. 이 때, 점 P 를 R 로 옮기는
 일차변환을 나타내는 행렬은? [3점][01-7-대성]

- ① $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

33. 행렬 $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$ 으로 나타나는 일차변환에 의하여 좌표평면 위의 모든 점이
 직선 $y = mx$ 위로 옮겨질 때, $a + m$ 의 값은? [2점][01-7-중앙]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

34. 오른쪽 그림과 같이 단위원에 내접하는 정육각형 $A_0A_1A_2\cdots A_5$ 가 있다.
일차변환 f 에 의하여 A_0 는 A_4 로, A_1 은 A_3 로 옮겨질 때, 이 일차변환에
의하여 A_2 가 옮겨지는 점은? [3점][01-9-고려]



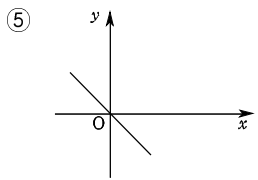
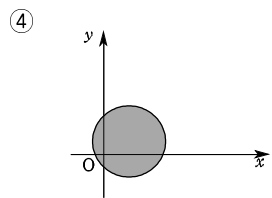
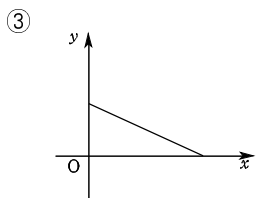
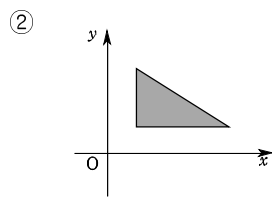
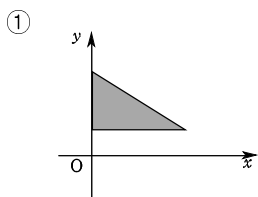
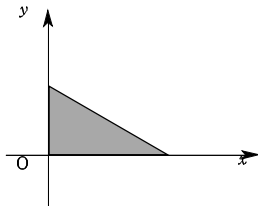
- ① A_1 ② A_2 ③ A_3 ④ A_4 ⑤ A_5

35. 행렬 $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 으로 나타내어지는 일차변환 f 에 의해
 $f(P) = kP$ 를 만족시키는 점 P 가 원점 이외에도 존재하도록 하는
모든 실수 k 의 값을 구하시오. [2점][01-9-대성]

36. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환에 의해 직선
 $x + 2y = 1$ 이 직선 l 로 옮겨진다. 직선 l 이 포물선
 $y = x^2 + 2x + a$ 에 접할 때, 상수 a 의 값은? [2점][01-8-학력평가]
- ① -2 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 8

37. 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형이 일차변환에 의하여 옮겨질 수 있는 조형을 고르면?

[2점][01-8-고려]



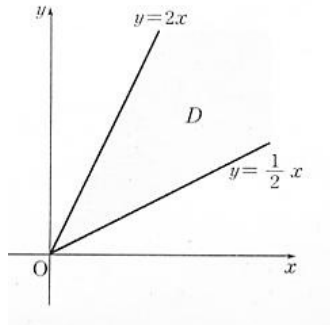
38. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환에 의하여 직선 $x + y = 1$ 이

옮겨지는 직선의 방정식을 $ax + by = 1$ 이라고 할 때, $a + b$ 의 값은? [2점][01-10-대성]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

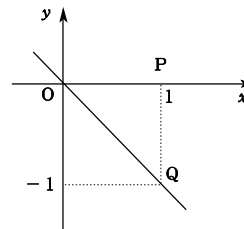
39. 제1사분면에서 두 직선 $y = 2x$ 와 $y = \frac{1}{2}x$ 사이의 영역을 D 라 하자.

행렬 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환에 의하여 영역 D 에 속하는 점들은 어느 사분면 위의 점들로 옮겨지는가? [3점][01-9-평가원]



- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 제5사분면

40. 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 세 점 $O(0, 0)$, $P(1, 0)$, $Q(1, -1)$ 이 있다. 일차변환 f 에 의하여 점 P 는 점 Q 로, 점 Q 는 원점 O 로 옮겨진다고 한다. 이 때, 일차변환 f 에 의한 직선 OQ 의 상은?

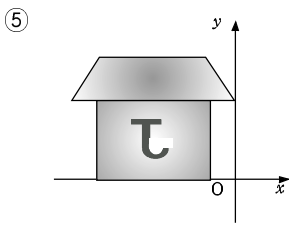
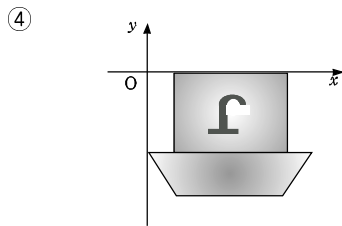
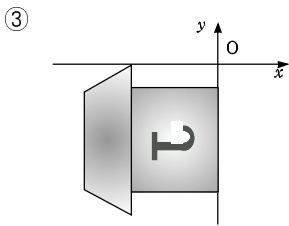
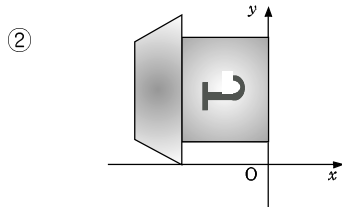
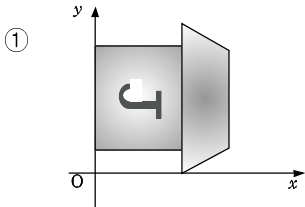
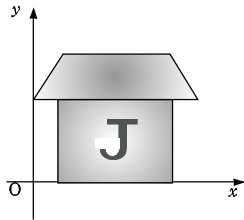


[3점][01-10-중앙]

- ① 원점
- ② 점 $(1, 0)$
- ③ 점 $(0, -1)$
- ④ 직선 $y = x$
- ⑤ 직선 $y = -x$

41. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix}$ 으로

나타내어지는 일차변환을 각각 f, g 라 할 때, 다음 중 오른쪽 도형이 합성변환 $f \circ g$ 에 의하여 옮겨진 도형은? [3점][01-10-종로]



42. 일차변환 f 는 직선 $y = x$ 위의 모든 점을 자기 자신으로 옮기고,

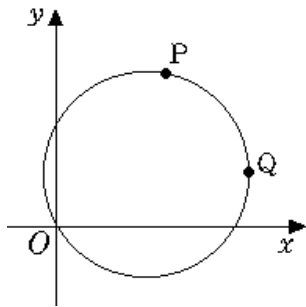
f 의 역변환이 존재하지 않는다. f 를 나타내는 행렬을 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 할 때,

$a + d$ 의 값은? [3점][02-9-평가원]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

43. 행렬 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ 로 나타나는 일차변환 f 에 의해서 직선 $y = 2x + 5$ 는 이 직선과 평행한 직선으로 옮겨진다고 한다. 이 때, 상수 a 의 값은? [02-8-중앙]

44. 오른쪽 그림과 같이 원점을 지나는 원 C 위에 원점이 아닌 서로 다른 두 점 P , Q 가 있다. 일차변환 f 에 의하여 점 P 는 점 Q 로, 점 Q 는 원점 O 로 옮겨질 때, 합성변환 $f \circ f$ 에 의하여 원 C 는 어떤 도형으로 옮겨지는가? [3점][02-6-평가원]



- ① 원점 O ② 선분 OP ③ 선분 OQ
 ④ 호 PQ ⑤ 원 C

45. 좌표평면에서 점 (a, b) , (c, d) 를 각각 점 $(1, -1)$, $(-1, 0)$ 으로 옮기는 일차변환 f 에 의하여 점 $(2a - 3c, 2b - 3d)$ 이 옮겨지는 점을 (e, f) 라 할 때, $e + f$ 의 값을 구하시오. [3점][02-9-대성]

46. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환 f 에 대하여

점 $P_0(1, 0)$ 이 변환 f 에 의하여 옮겨진 점을 P_1 ,

점 P_1 이 변환 f 에 의하여 옮겨진 점을 P_2 ,

점 P_2 가 변환 f 에 의하여 옮겨진 점을 P_3, \dots

이라 하자. 이 때, 점 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 를 차례로 연결하여 만든 오각형의 넓이는? [2점][02-10-교육청]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

47. 일차변환 f 를 나타내는 행렬이 $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ 일 때,

일차변환 f^{2003} 에 의하여 점 $(1, 0)$ 이 옮겨지는 점의 좌표는?

(단, $f^2 = f \circ f, f^3 = f^2 \circ f, \dots, f^{2003} = f^{2002} \circ f$) [3점][02-10-고려]

48. 두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬이 각각 $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때,

합성변환 $g \circ f$ 에 의하여 직선 $3x - 2y - 1 = 0$ 은 어떤 도형으로 옮겨지는가?

[3점][03-4-교육청]

- ① $(0, 0)$ ② $(-2, 4)$ ③ $(1, -2)$
④ $2x + y = 0$ ⑤ $6x + y = 0$
-

49. 두 일차변환 f 와 g 를

나타내는 행렬이 각각

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

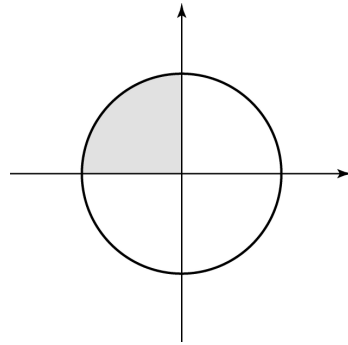
일 때, 합성변환 $g \circ f$ 에 의하여

점 $P_n(x_n, y_n)$ 은 점 $P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1})$ 로 옮겨진다.

점 $P_1(32, 0)$ 일 때, 점 $P_n(x_n, y_n)$ 이 그림의

어두운 부분에 속하게 되는 자연수 n 의 최솟값은? [3점][03-6-평가원]

- ① 15 ② 13 ③ 11
 ④ 9 ⑤ 7



50. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 A^{2004} 으로 나타내어

지는 일차변환을 f 라 할 때, 점 P 는 f 에 의하여 점

$(4, -7)$ 로 옮겨진다고 한다. A^{2003} 으로 나타내어지는 일차변환을 g 라 하면

점 P 는 g 에 의하여 점 (a, b) 로 옮겨진다고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하시오.

[3점][03-8-중앙]

51. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 모든 점을 같은 원 위의 점으로 옮기는 일차변환을 f 라 하자.

그 중 성분이 모두 정수인 이차정사각행렬로 나타내어지는 일차변환 f 의 개수는?

[3점][03-9-평가원]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 무수히 많다

01

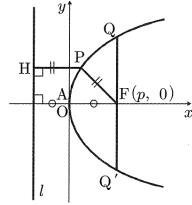
포물선의 정의

1. 포물선의 정의

평면위의 한 정점과 정직선에 이르는 거리가 같은 점의 자취
 초점 준선

- 1) 초점: 정점 F(p, 0)
- 2) 축(주축, 대칭축): 초점 F를 지나고 l에 수직인 직선
- 3) 꼭짓점: 포물선과 축과의 교점 A(0, 0)

※ 합동조건: 통경의 길이가 같다.

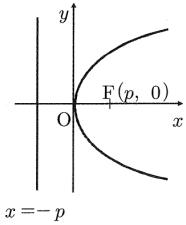


2. 포물선의 방정식

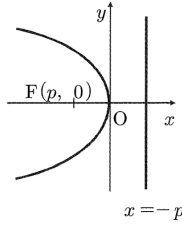
1) $y^2 = 4px$ (초점이 x 축)

- 초점: F(p, 0) · 꼭짓점: (0, 0)
- 준선: $x = -p$ ($p \neq 0$) · 통경의 길이: $|4p|$

$p > 0$



$p < 0$



상 증 하

1. 꼭짓점이 원점에 있고, 준선이 $y = -2$ 인 포물선이 있다. 이 포물선이 점 (a, 2)를 지날 때, 양수 a의 값은?

[인터넷수능]

- ① 1 ② 2 ③ 4
- ④ 6 ⑤ 8

상 증 하

2. 포물선 $y^2 = 8x$ 의 초점의 좌표가 (α, 0), 준선의 방정식이 $x = -2$ 일 때, 상수 α, β의 곱 αβ의 값은?

[인터넷수능]

- ① -12 ② -8
- ③ -6 ④ -4
- ⑤ -2

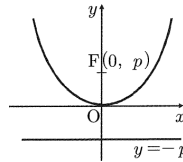
02

포물선의 초점

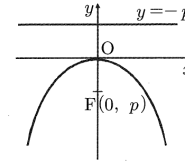
2) $x^2 = 4py$ (초점이 y 축)

- 초점: F(0, p) · 꼭짓점: (0, 0)
- 준선: $y = -p$ ($p \neq 0$) · 통경의 길이: $|4p|$

$p > 0$



$p < 0$



상 증 하

3. 두 포물선 $(x-1)^2 = 4y$, $(y+2)^2 = -8x$ 의 초점을 각각 F_1 , F_2 라 할 때, $\overline{F_1 F_2}^2$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

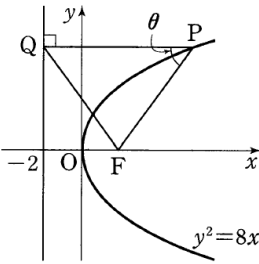
상 증 하

4. 두 포물선 $y^2 = a(x+3)$, $x^2 = -8(y-b)$ 의 초점이 일치할 때, 두 상수 a, b의 합 a+b의 값을 구하시오.

[수능특강]

상 중 하

5. 오른쪽 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 한 점 P에서 직선 $x = -2$ 에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 삼각형 QFP의 넓이가 $\frac{39}{2}$, $\angle QPF = \theta$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?



[고득점 200제]

- ① $\frac{8}{5}$
- ② $\frac{12}{5}$
- ③ $\frac{14}{5}$
- ④ $\frac{7}{3}$
- ⑤ $\frac{10}{3}$

상 중 하

6. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1이고 공차가 $\frac{1}{2}$ 인 등차수열이다. 포물선 $y^2 = 2x$ 의 초점을 F, 제 1사분면에서 직선 $x = a_n$ 과 포물선 $y^2 = 2x$ 가 만나는 점을 P_n ($n = 1, 2, 3, \dots$)이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{20} \overline{FP_n}$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 120
- ② 125
- ③ 130
- ④ 135
- ⑤ 140

03

평행이동, 대칭이동

포물선의 방정식의 평행이동

변환 $f: (x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 에 의하여

1) $y^2 = 4px \rightarrow (y-n)^2 = 4p(x-m)$

	$y^2 = 4px$	$(y-n)^2 = 4p(x-m)$
초점	F(p, 0)	F(p+m, n)
준선	$x = -p$	$x = -p+m$

2) $x^2 = 4py \rightarrow (x-m)^2 = 4p(y-n)$

	$x^2 = 4py$	$(x-m)^2 = 4p(y-n)$
초점	F(0, p)	F(m, p+n)
준선	$y = -p$	$y = -p+n$

상 중 하

7. 직선 $y = 3x + 2$ 를 x축의 방향으로 k만큼 평행이동시킨 직선이 포물선 $y^2 = 4x$ 에 접할 때, k의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{5}{9}$
- ② $\frac{4}{9}$
- ③ $\frac{2}{9}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{1}{3}$

상 중 하

8. 직선 $y = -4x + 3$ 을 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 직선이 포물선 $y^2 = 16x$ 에 접할 때, m의 값은?

[수능특강]

- ① -2
- ② -1
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

상 중 하

9. 두 포물선 $y^2 + 4y + 4x - 4 = 0$, $x^2 + 2ax + by + a^2 = 0$ 의 초점이 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

[인터넷수능]

상 중 하

10. 다음 중 그 그래프가 포물선 $y^2 = \frac{1}{2}x$ 를 평행이동 또는 대칭 이동하여 겹쳐질 수 있는 것을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

ㄱ. $y^2 = 2x$
 ㄴ. $y = 2x^2$
 ㄷ. $y^2 = \frac{1}{2}(x + y)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 하

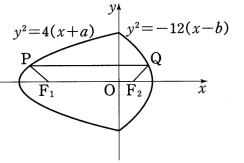
11. 오른쪽 그림과 같이 포물선

$y^2 = 4(x + a)$ 의 초점을 F_1 , 포물선

$y^2 = -12(x - b)$ 의 초점을 F_2 라 할 때, 두

포물선의 교점은 y 축 위에 놓인다. x 축에 평행한 직선이 두 포물선과 만나는 점을

각각 P, Q 라 할 때 $\overline{F_1P} + \overline{PQ} + \overline{QF_2} = 12$ 이다. ab 의 값을 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 하

12. 포물선 $y^2 = 16x$ 와 기울기가 8인 직선 l 이 있다. 직선 l 을 평행이동하면서 포물선과 만나는 점을 양 끝점으로 하는 선분의 중점 P 가 그리는 도형을 D 라 하자. 다음 점들 중 도형 D 위의 점인 것은?

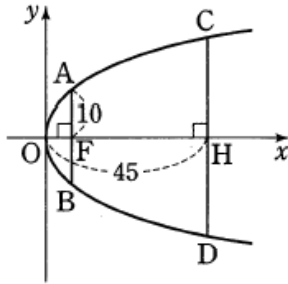
[고득점 200제]

- ① (16, 5) ② (32, 4) ③ (64, 1)
- ④ (64, 32) ⑤ (128, 32)

04 초점과 준선

상 중 아

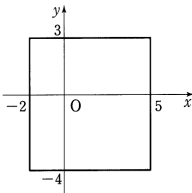
13. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)가 오른쪽 그림과 같다. F 는 이 포물선의 초점이고 $\overline{AF} = 10$, $\overline{OH} = 45$ 이고 변 AB 와 CD 는 각각 x 축에 수직이다. 이 때, 선분 CD 의 길이를 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 아

14. 포물선 $(y+m)^2 = 8(x-n)$ 의 초점이 오른쪽 그림의 정사각형의 내부에 있고, 준선은 이 정사각형과 만나지 않도록 하는 정수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 최댓값을 α , 최솟값을 β 라 하자. 이때, $\alpha - \beta$ 의 값을 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 아

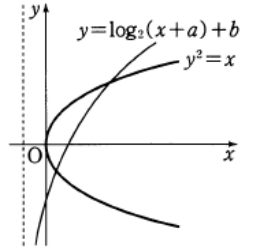
15. 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)의 초점을 지나고 x 축에 수직인 직선이 포물선과 만나는 두 점을 A, B 라 하고, 두 점 A, B 에서 이 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. 사각형 $ACDB$ 의 넓이가 120일 때, 초점의 x 좌표는?

[수능특강]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{15}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

상 중 아

16. 로그함수 $y = \log_2(x+a) + b$ 의 그래프가 포물선 $y^2 = x$ 의 초점을 지나고, 이 로그함수의 그래프의 점근선이 포물선 $y^2 = x$ 의 준선과 일치할 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?



[인터넷수능]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{13}{8}$
 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{21}{8}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

상 중 아

17. 포물선 $x^2 - 4y + 4a = 0$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 상수)

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 $(0, a)$ 이다.
- ㄴ. a 의 값에 관계없이 초점과 준선 사이의 거리는 일정하다.
- ㄷ. 포물선 위의 점 P 에서 초점까지의 거리가 a ($a \geq 1$)일 때, 점 P 에서 직선 $y = -a$ 까지의 거리는 $3a - 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

18. 초점이 $F(2p, 0)$ 이고 준선의 방정식이 $x = -p$ 인 포물선이 직선 $y = 3x - 4$ 와 접할 때, p 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

19. 포물선 $y^2 = -4x$ 위의 점 $A(-4, 4)$ 에서의 접선과 포물선의 준선이 만나는 점을 B , 포물선의 초점을 F 라 할 때, 삼각형 ABF 의 넓이는 $\frac{q}{p}$ 이다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로 소인 자연수이다.)

[수능특강]

상 중 아

20. 좌표평면에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 정수 격자점이라 한다. 분수함수 $y = \frac{4}{x+3}$ 의 한 점근선과 포물선 $y^2 = ax$ ($a > 0$)의 준선이 일치할 때, $y \geq \frac{4}{x+3}$, $y^2 \leq ax$, $x \leq 8$ 을 만족하는 부분의 정수 격자점의 개수는?

- ① 32 ② 52 ③ 88
- ④ 424 ⑤ 512

[고득점 200제]

05

포물선의 정의 활용

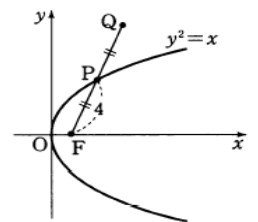
상 중 아

21. 초점의 좌표가 $(0, 0)$ 이고 준선의 방정식이 $x = 6$ 인 포물선이 축과 만나는 두 점을 각각 A, B 라 할 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

22. 초점이 F 인 포물선 $y^2 = x$ 위에 $\overline{FP} = 4$ 인 점 P 가 있다. 그림과 같이 선분 FP 의 연장선 위에 $\overline{FP} = \overline{PQ}$ 가 되도록 점 Q 를 잡을 때, 점 Q 의 x 좌표는?



[인터넷수능]

- ① $\frac{29}{4}$ ② 7
- ③ $\frac{27}{4}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $\frac{25}{4}$

상 증 아

23. 오른쪽 그림과 같이 포물선 m 의 초점 F 를 지나는 직선이 포물선과 만나는 점을 각각 P, Q 라 하고 세 점 P, F, Q 에서 준선 l 에 내린 수선의 발을 각각 A, B, C 라 하자. 점 F 가 선분 PQ 를 2:1로 내분하는 점일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

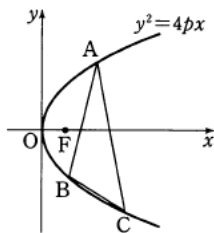
[보 기]

- ㄱ. $\overline{PA} : \overline{QC} = 2 : 1$
- ㄴ. 포물선 m 의 모양에 관계없이(임의의 포물선 m 에 대하여) 직선 PQ 와 직선 l 이 이루는 각은 항상 일정하다.
- ㄷ. $\overline{FB} = 4$ 이면 사각형 $PACQ$ 의 넓이는 $27\sqrt{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

24. 포물선 $y^2 = 4px$ 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 와 초점 F 에 대하여 실수 p 의 값에 관계없이 항상 성립하는 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $\overline{AF} = \overline{BF} = \overline{CF}$ 인 서로 다른 세 점 A, B, C 가 존재한다.
- ㄴ. $\triangle ABC$ 의 무게중심이 F 이면 $\overline{AF} + \overline{BF} + \overline{CF} = 6p$ 이다.
- ㄷ. $\overline{AO} = \overline{OB} = \overline{AB}$ 인 서로 다른 두 점 A, B 가 존재한다. (단, O 는 원점이다.)

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

06

거리의 최솟값

상 증 아

25. 포물선 $x^2 = 4py$ ($p > 0$) 위에 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 가 있다. 다음은 선분 AB 의 길이가 k 일 때, 두 점 A, B 와 포물선의 초점 F 가 한 직선 위에 있기 위한 조건을 구하는 과정이다. (단, $x_1x_2 < 0$)

[인터넷수능]

포물선 $x^2 = 4py$ ($p > 0$)에서 초점 F 의 좌표는 \square 이고 준선의 방정식은 \square (가) 이다.
 포물선 위의 두 점 A, B 에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 각각 H_1, H_2 라 하면 포물선의 정의에 의하여 $\overline{AF} = \square, \overline{BF} = \square$
 세 점 A, B, F 가 한 직선 위에 있으려면 $\overline{AF} + \overline{BF} = \overline{AB}$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = k$ 이므로 $y_1 + y_2 = \square$ (나)

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

- ① $x = -p, k + p$ ② $x = -p, k - p$ ③ $y = -p, k + p$
- ④ $y = -p, k - p$ ⑤ $y = -p, k - 2p$

상 증 아

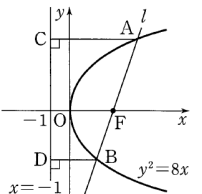
26. 직선 $y = m(x - 1)$ 과 포물선 $y^2 = 4x$ 의 두 교점을 P, Q 라 하자. $\overline{PQ} = 10$ 일 때, 양수 m 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

상 증 아

27. 오른쪽 그림과 같이 포물선 $y^2 = 8x$ 의 초점 F 를 지나는 직선 l 과 포물선이 만나는 두 점을 A, B 라 하자. 두 점 A, B 에서 직선 $x = -1$ 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 할 때, $\overline{AC} + \overline{BD} = 8$ 이다. 이 때, \overline{AB} 의 길이는?

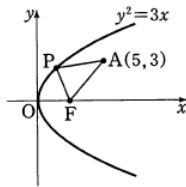


[수능특강]

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

상 중 하

28. 점 $A(5, 3)$, 포물선 $y^2 = 3x$ 의 초점 F , 포물선 위의 한 점 P 로 이루어진 $\triangle APF$ 의 둘레의 길이가 최소일 때, $\triangle APF$ 의 넓이는?

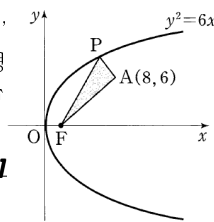


[인터넷수능]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3
- ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4
- ⑤ 5

상 중 하

29. 점 $A(8, 6)$ 과 포물선 $y^2 = 6x$ 의 초점 F , 포물선 위의 임의의 점 P 로 이루어진 삼각형 APF 의 둘레의 길이가 최소일 때, 삼각형 APF 의 넓이는?



[수능특강]

- ① $\frac{11}{2}$ ② 6
- ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7
- ⑤ $\frac{15}{2}$

상 중 하

30. 포물선 $y^2 = 12x$ 위에 네 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2),$

$C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$ 가 있다. 점 F 는 이 포물선의 초점이고 $\overline{AF} + \overline{BF} + \overline{CF} + \overline{DF} = 36$ 일 때, $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 하

31. 포물선 $y^2 + 2y - 2x + 5 = 0$ 의 초점을 F 라 할 때, 포물선 위의 두 점 A, B 에 대하여 $\overline{AF} = \overline{BF} = 4$ 이다. 이 때, 두 점 A, B 에서 y 축에 이르는 거리의 합은?

[수능특강]

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

상 중 하

37. 직선 $x = -1$ 에 접하고 원 $(x-2)^2 + y^2 = 1$ 에 외접하는 원의 중심을 P 라 하면 점 P 가 그리는 도형은 포물선이다. 이 포물선의 준선의 방정식은?

- ① $x = -2$ ② $x = -1$ ③ $x = 0$
 ④ $x = 1$ ⑤ $x = 2$

[고득점 200제]

상 중 하

38. 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 임의의 점 P 에서의 접선과 초점 F 를 지나고 직선 FP 에 수직인 직선과의 교점을 Q 라 한다. 점 P 가 포물선 위를 움직일 때, 점 Q 가 그리는 도형의 방정식은? (단, 점 P 는 원점이 아니다.)

- ① $x = -2$ ② $x = 0$ ③ $y^2 = 6x$
 ④ $y^2 = 10x$ ⑤ $y^2 = 12x$

[고득점 200제]

09

포물선과 직선의 위치관계 : 접할 때,

포물선과 직선의 교점의 개수는 두 식을 연립하여 얻은 이차방정식의 실근의 개수와 같다.

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

- (1) $D > 0 \Leftrightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다.
 (2) $D = 0 \Leftrightarrow$ 한 점에서 만난다. (접한다.)
 (3) $D < 0 \Leftrightarrow$ 만나지 않는다.

상 중 하

39. 포물선 $y^2 = 2x$ 와 직선 $y = -x + k$ 가 만나지 않도록 하는 정수 k 의 최댓값은?

- ① -1 ② 0
 ③ 1 ④ 2
 ⑤ 3

[수능특강]

상 중 하

40. 포물선 $\left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = 8x + 16$ 과 초점을 공유하고 준선이

$y = -\frac{3}{2}$ 인 포물선 P 가 있다. 이 포물선 P 와 직선 $y = -x + k$ 가 접할 때, 상수 k 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{7}{4}$ ③ $-\frac{3}{2}$
 ④ $-\frac{5}{4}$ ⑤ -1

[인터넷수능]

상 중 하

41. 직선 $y = -2x + 5$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 직선이 포물선 $y^2 = 8x$ 에 접할 때, 상수 m 의 값은?

- ① -4 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -3
 ④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ -2

[인터넷수능]

010

포물선과 직선의 위치관계 : 두 번 만날 때

상 중 아

42. 초점의 좌표가 (0, 0)이고 준선의 방정식이 $x=6$ 인 포물선이 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

43. 포물선 $y^2=2x$ 의 초점 F를 지나고 기울기가 양수인 직선 l 과 포물선의 교점을 각각 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하자. $\overline{AF} : \overline{BF} = 2 : 3$ 일 때, 직선 l 의 기울기는?

[수능특강]

- ① 3 ② 4 ③ $3\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

상 중 아

44. 두 집합 $A = \{(x, y) | y^2 = 2x\}$, $B = \{(x, y) | 2x - y = k\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 2$ 가 되도록 하는 실수 k 의 값의 범위는? (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

[인터넷수능]

- ① $k > -1$ ② $k > -\frac{1}{2}$ ③ $k > -\frac{1}{4}$
- ④ $k > -\frac{1}{8}$ ⑤ $k > -\frac{1}{16}$

상 중 아

45. 포물선 $y^2 = 12x$ 와 직선 $y = m(x-3)$ 이 두 점 P, Q에서 만나고 $\overline{PQ} = 11$ 일 때, 선분 PQ의 중점의 x 좌표는?

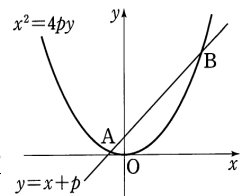
[수능특강]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

상 중 아

46. 포물선 $x^2 = 4py$ 와 직선

$y = x + p$ 의 두 교점을 각각 A, B라 하자. $30 < \overline{AB} < 50$ 을 만족하는 모든 양의 정수 p 의 값의 합을 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 아

47. 오른쪽 그림과 같이 포물선 $y^2 = x$ 와 기울기가 -1 인 직선 l 이 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB} = 5\sqrt{2}$ 일 때, 직선 l 의 y 절편은?

[인터넷수능]

- ① 4 ② 5
- ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

상 중 하

48. 포물선 $y^2 + 6y - k = 4x$ 와 직선 $y = x - 1$ 이 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만날 때 $\overline{PQ} = 6$ 이다. 서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여 $|k| = \frac{m}{n}$ 일 때, $m+n$ 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 9
- ④ 12 ⑤ 13

[고득점 200제]

상 중 하

49. 포물선 $y^2 = 8x$ 의 초점을 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 $P(a, b), Q(c, d)$ 라 하고 점 P 에서 그은 접선을 l , 점 Q 에서 그은 접선을 l' 이라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, $a \neq c$)

[고득점 200제]

[보 기]

- ㄱ. 두 직선 l 과 l' 의 교점의 x 좌표는 항상 -2 이다.
- ㄴ. $bd = -16$ 이다.
- ㄷ. l 과 l' 이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

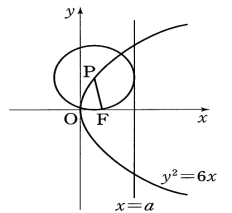
011 포물선과 원

- ① 원의 방정식
좌표평면 위에 있는 원을 x, y 에 대한 이차방정식으로 나타낸 것을 **원의 방정식**이라 한다.
- ② 원의 방정식의 표준형
(i) 중심이 점 $C(a, b)$ 이고, 반지름의 길이가 r 인 원의 방정식 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$
(ii) 중심이 원점이고, 반지름의 길이가 r 인 원의 방정식 $x^2 + y^2 = r^2$
- ③ 원의 방정식의 일반형
원의 방정식의 표준형을 전개한 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ (단, $A^2 + B^2 - 4C > 0$)

상 중 하

50. 오른쪽 그림과 같이 점 F 를 초점으로

하는 포물선 $y^2 = 6x$ 가 있다. 이 포물선 위의 제1사분면의 한 점 P 를 중심으로 하고 \overline{PF} 를 반지름의 길이로 하는 원 C 의 넓이가 $\frac{81}{16}\pi$ 일 때, 원 C 는 직선 $x = a$ ($a > 0$)와 접한다. 이때, a 의 값을 구하시오.



[인티넷수능]

상 중 하

51. 직선 $y = -2x + 10$ 이 포물선 $y^2 = 20x$, 원 $(x-5)^2 + y^2 = 4$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 또, 점 P 에서 직선 $x = -5$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\overline{PH} - \overline{PQ}$ 의 값은?

[인티넷수능]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

상 증 아

52. 점 (0, 3)을 지나는 직선이 포물선 $x^2 = 12y$,

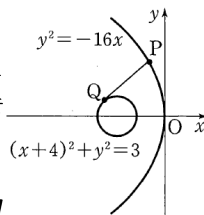
원 $x^2 + (y-3)^2 = 5$ 와 제 2사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 또, 점 P에서 직선 $y = -3$ 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{PH} - \overline{PQ}$ 의 값은?

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

[수능특강]

상 증 아

53. 오른쪽 그림과 같이 포물선 $y^2 = -16x$ 위의 점 P에서 원 $(x+4)^2 + y^2 = 3$ 에 그은 접선의 접점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이의 최솟값은?

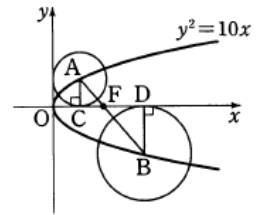


[수능특강]

- ① $\sqrt{13}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{15}$
 ④ 4 ⑤ $\sqrt{17}$

상 증 아

54. 오른쪽 그림과 같이 점 F를 초점으로 하는 포물선 $y^2 = 10x$ 위의 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 중심을 A, 반지름의 길이를 \overline{AC} 로 하는 원의 넓이를 S_1 , 중심을 B, 반지름의 길이를 \overline{BD} 로 하는 원의 넓이를 S_2 라 하자. $\overline{AF} + \overline{BF} = 8$ 일 때, $S_1 + S_2$ 의 값은?

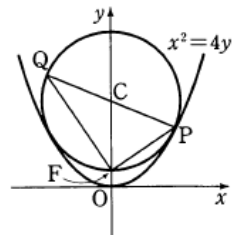


[인터넷수능]

- ① 8π ② 10π ③ 16π
 ④ 24π ⑤ 30π

상 증 아

55. 오른쪽 그림과 같이 포물선 $x^2 = 4y$ 에 접하고, 포물선의 초점 F를 지나는 원이 있다. 원과 포물선이 제 1사분면에서 만나는 점을 P, 원의 중심을 C라 할 때, 직선 CP가 원과 점 P가 아닌 점에서 만나는 점을 Q라 하자. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 반지름의 길이는 1보다 크다.)



[인터넷수능]

[보 기]

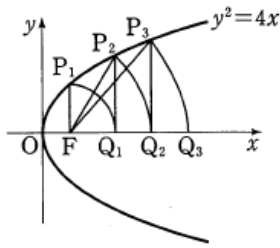
- ㄱ. $C(0, 4)$
 ㄴ. $\overline{PF} = 4$
 ㄷ. $\angle FQP = 30^\circ$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 증 하

56. 오른쪽 그림과 같이 포물선

$y^2 = 4x$ 의 초점 F 에서 x 축에 수직인 직선을 그어 포물선과 만나는 제 1사분면 위의 점을 P_1 이라 하고, 점 F 를 중심으로 하고 $\overline{P_1F}$ 를 반지름으로 하는 원이 x 축의 양의 방향과 만나는 점을 Q_1 이라 하자. 또 점 Q_1 에서 x 축에 수직인 직선을 그어 포물선과 만나는 제 1사분면 위의 점을 P_2 라 하고, 점 F 를 중심으로 하고 $\overline{P_2F}$ 를 반지름으로 하는 원이 x 축의 양의 방향과 만나는 점을 Q_2 라 하자. 이와 같은 방법으로 계속하여 점 $P_3, Q_3, P_4, Q_4, \dots$ 를 만들어 나갈 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\angle P_n F Q_n)$ 의 값은?



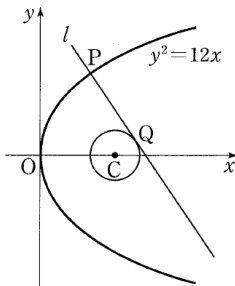
[인터넷수능]

- ① $\frac{\pi}{2}$
- ② $\frac{\pi}{3}$
- ③ $\frac{\pi}{4}$
- ④ $\frac{\pi}{6}$
- ⑤ 0

상 증 하

57. 오른쪽 그림과 같이 포물선

$y^2 = 12x$ 와 중심이 $C(3, 0)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 포물선 위의 한 점 $P(a, b)$ 에서 원 C 에 그은 접선을 l , 접점을 Q 라 하자. 삼각형 PCQ 의 넓이의 최솟값은 점 P 의 x 좌표가 m 일 때, S 이다. $m + S$ 의 값은?



[고득점 200제]

- ① $\sqrt{2}$
- ② $1 + \sqrt{2}$
- ③ $3 + \sqrt{2}$
- ④ 6
- ⑤ 8

012

포물선의 접선의 방정식

1) 접점 (x_1, y_1) 을 알 때의 접선의 기울기

포물선 $y^2 = 4px$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식은
 $\Rightarrow y_1 y = 2p(x + x_1)$

포물선 $x^2 = 4py$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식은
 $\Rightarrow x_1 x = 2p(y + y_1)$

2) 기울기 m 을 알 때의 접선의 방정식

포물선 $y^2 = 4px$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 방정식
 $y = mx + \frac{p}{m} \quad (m \neq 0)$

포물선 $x^2 = 4py$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 방정식
 $y = mx - pm^2 \quad (m \neq 0)$

상 증 하

58. 포물선 $x^2 = \frac{1}{4}y$ 위의 점 $(-1, 4)$ 에서의 접선의 x 절편은?

- ① -1
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ $-\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{4}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

상 증 하

59. 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 $(4, 8)$ 에서 그은 접선에 수직이면서 이 포물선에 접하는 직선의 y 절편은?

[인터넷수능]

- ① -1
- ② -2
- ③ -4
- ④ -6
- ⑤ -8

상 중 하

60. 점 A(-2, 1)에서 포물선 $y^2 = 4x$ 에 그은 두 접선의 접선의 접점을 각각 P, Q라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[수능특강]

[보 기]

- ㄱ. 두 점 P, Q의 중점의 좌표는 $(\frac{5}{2}, 1)$ 이다.
- ㄴ. 직선 PQ의 방정식은 $y = 2x - 4$ 이다.
- ㄷ. 삼각형 APQ의 넓이는 13이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 하

61. 직선 $y = x + 4$ 위의 한 점 P(a, b)에서 포물선 $y^2 = 4x$ 에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 하

62. 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 P(a, b)에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{PQ} = 4\sqrt{5}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

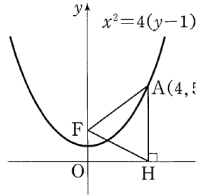
[인터넷수능]

- ① 21 ② 32 ③ 45
- ④ 60 ⑤ 77

상 중 하

63. 오른쪽 그림과 같이 포물선

$x^2 = 4(y-1)$ 의 초점을 F, 포물선 위의 점 A(4, 5)에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 AFH의 외접원의 넓이가 $\frac{b}{a}\pi$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b는 서로소인 자연수이다.)



[수능특강]

상 중 하

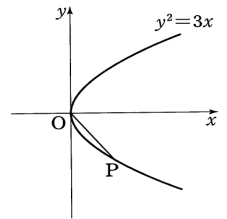
64. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 10x$ 위의 원점이 아닌 점 P(a, b)에서 x축에 내린 수선의 발을 H, 점 P를 지나고 점 P에서의 접선에 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 Q라 할 때, 선분 HQ의 길이는?

[인터넷수능]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 5 ③ 10
- ④ $a + \frac{5}{2}$ ⑤ a + 4

상 중 하

65. 오른쪽 그림과 같이 포물선 $y^2 = 3x$ 위의 제4사분면의 점 P에 대하여 $\overline{OP} = 2$ 이다. 점 P에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, ab의 값은? (단, O는 원점이다.)



[인터넷수능]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{9}{8}$
- ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

상 중 하

66. 포물선 $y^2 = 2x$ 의 꼭짓점과 포물선 위의 한 점 $P(8, 4)$ 를 지나는 직선 l 과 꼭짓점을 지나고 직선 l 과 수직인 직선 l' 이 있다. 직선 l' 과 포물선의 다른 한 교점을 Q 라 할 때, 직선 PQ 와 직선 $y = 0$ 과의 교점의 x 좌표는?

[고득점 200제]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 하

67. 다음은 포물선 $y^2 = x$ 위의 꼭짓점이 아닌 임의의 점 P 에서의 접선과 x 축과의 교점을 T , 포물선의 초점을 F 라고 할 때, $\overline{FP} = \overline{FT}$ 임을 증명한 것이다.

[인터넷수능]

점 P 의 좌표를 (x_1, y_1) 이라고 하면
 접선의 방정식은 $\boxed{\text{(가)}}$
 이 식에 $y = 0$ 을 대입하면 교점 T 의 좌표는 $(-x_1, 0)$ 이다.
 초점 F 의 좌표는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이므로
 $\overline{FT} = \boxed{\text{(다)}}$
 한편, $\overline{FP} = \sqrt{\left(x_1 - \frac{1}{4}\right)^2 + y_1^2} = \boxed{\text{(다)}}$
 따라서 $\overline{FP} = \overline{FT}$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

- ① $y_1 y = \frac{1}{2}(x + x_1), \left(\frac{1}{2}, 0\right), x_1 + \frac{1}{2}$
- ② $y_1 y = \frac{1}{2}(x + x_1), \left(\frac{1}{4}, 0\right), x_1 + \frac{1}{4}$
- ③ $y_1 y = \frac{1}{2}(x + x_1), \left(\frac{1}{4}, 0\right), x_1 + \frac{1}{2}$
- ④ $y_1 y = x + x_1, \left(\frac{1}{4}, 0\right), x_1 + \frac{1}{4}$
- ⑤ $y_1 y = x + x_1, \left(\frac{1}{2}, 0\right), x_1 + \frac{1}{2}$

상 중 하

68. 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 한 점 $P(a, b)$ 에서의 접선 l 이 점 $(-8, 0)$ 을 지난다. 점 P 에서 초점까지의 거리는?

[고득점 200제]

- ① 4 ② 8 ③ 10
- ④ 13 ⑤ 15

상 중 하

69. 포물선 $y = (x - a)^2 + b$ 위의 두 점 $P(s + a, s^2 + b)$ 와 $Q(t + a, t^2 + b)$ 에서 각각 그은 이 포물선의 접선은 서로 수직이다. 이 두 접선과 포물선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 A 라고 하자. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $s < 0 < t$)

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. s 가 증가하면 t 도 증가한다.
 ㄴ. a 가 증가하면 넓이 A 도 증가한다.
 ㄷ. b 가 변하면 넓이 A 도 변한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

013

포물선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이

상 중 아

70. 점 $A(-1, 1)$ 에서 포물선 $y^2 = 8x$ 에 그은 접선을 l_1, l_2 의 2개다. 두 직선 l_1, l_2 가 y 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

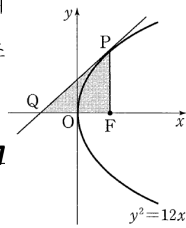
[인터넷수능]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
- ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

상 중 아

71. 포물선 $y^2 = 12x$ 위의 점 $P(3, 6)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q , 이 포물선의 초점을 F 라 할 때, 삼각형 PQF 의 넓이는?

[수능특강]



- ① 14 ② 16
- ③ 18 ④ 20
- ⑤ 22

상 중 아

72. 오른쪽 그림과 같이 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)의 초점을 F 라 하고, 이 포물선 위의 제1사분면의 한 점 P 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\angle FPH = \theta$ 라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

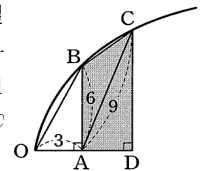
[보 기]

- ㄱ. $\theta = 90^\circ$ 이면 $\triangle FPH$ 의 넓이는 p^2 이다.
- ㄴ. $p < \frac{1}{4}$ 이면 $\triangle FPH$ 는 정삼각형이다.
- ㄷ. $\cos\theta = \frac{1}{3}$ 이면 $\triangle FPH$ 는 이등변 삼각형이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

73. 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 OAB 에서 $\overline{OA} = 3$, $\overline{AB} = 6$, $\angle A = 90^\circ$ 일 때, 점 O 를 꼭짓점으로 하고 점 B 를 지나 는 포물선모양의 곡선을 그린다. 또한 점 A 로부터 9인 거리에 있는 포물선 위의 점 C 를 잡고 점 C 에서 선분 OA 의 연장선 위에 내린 수선의 발을 D 라 하자. 이 때, 사각형 $ABCD$ 의 넓이는?



[인터넷수능]

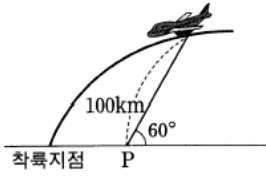
- ① $6 + 6\sqrt{2}$ ② $6 + 6\sqrt{3}$ ③ $6 + 9\sqrt{2}$
- ④ $9 + 9\sqrt{2}$ ⑤ $9 + 9\sqrt{3}$

014

포물선의 실생활에서의 활용

상 중 아

74. 어떤 비행물체는 오른쪽 그림과 같이 점 P 를 초점으로 하고 착륙지점을 꼭짓점으로 하는 포물선 궤도를 그리며 착륙했다. 점 P 에서 다가오는 비행물체를 바라본 각이 60° 일 때, 점 P 에서 비행물체까지의 거리는 100km 였다. 비행물체는 점 P 로부터 몇 km 떨어진 지점에 착륙했는가? (단, 비행물체의 크기는 무시한다.)

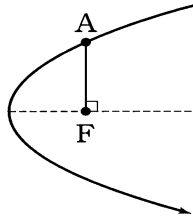


[인터넷수능]

- ① 25km ② 50km ③ 75km
- ④ 100km ⑤ 150km

상 중 아

75. 오른쪽 그림은 어느 혜성 A 가 태양 F 를 초점으로 하는 포물선 궤도를 따라 움직이는 경로를 그린 것이다. 이 혜성과 태양을 이은 선분이 포물선의 축과 수직일 때, 혜성과 태양 사이의 거리가 $6 \times 10^{12}\text{km}$ 였다면 이 혜성과 태양 사이의 거리의 최솟값은?

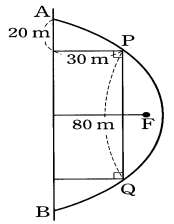


[인터넷수능]

- ① $2 \times 10^6\text{ km}$ ② $3 \times 10^6\text{ km}$ ③ $2 \times 10^{12}\text{ km}$
- ④ $3 \times 10^{12}\text{ km}$ ⑤ $2 \times 10^{24}\text{ km}$

상 중 아

76. 오른쪽 그림과 같은 직선의 해안가에] 모양의 구조물이 해안가와 맞닿으면서 바다 위에 고정되어 있다. 구조물에서 20m 떨어진 지점 A 에서 출발한 배가 포물선 궤도를 그리며 구조물의 두 꼭짓점 P, Q 를 지나며 반대편 지점 B 에 도착했다. 이 포물선의 초점 F 가 해안가에서 떨어져 있는 거리는? (단, 포물선의 축은 해안가와 수직이다.)



[인터넷수능]

- ① $\frac{75}{2}\text{ m}$ ② $\frac{77}{2}\text{ m}$ ③ $\frac{79}{2}\text{ m}$
- ④ $\frac{112}{3}\text{ m}$ ⑤ $\frac{116}{3}\text{ m}$

타원

01 정의

평면 위의 두 정점으로부터의 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라 하고, 두 정점을 타원의 초점, 두 초점을 이은 선분의 중점을 타원의 중심이라 한다.

상 증 하

1. 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 에 외접하고 원 $(x-1)^2 + y^2 = 25$ 에 내접하는 원의 중심을 $P(a, b)$ 라 할 때, 점 P 가 그리는 도형의 방정식은?

[고득점 200제]

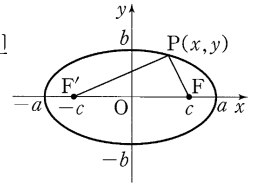
- ① $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{35} = 1$
- ② $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$
- ③ $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1$
- ④ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$
- ⑤ $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$

02 타원의 방정식

(1) 두 정점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 에서의 거리의 합이 $2a$ 인 타원의 방정식

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(단, $a > b > 0$, $c^2 = a^2 - b^2$)

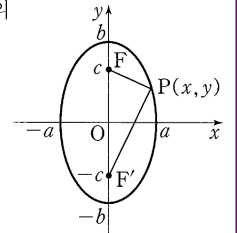


- ① 초점 : $F(\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$, $F'(-\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
- ② 장축의 길이 : $2a$, 단축의 길이 : $2b$

(2) 두 정점 $F(0, c)$, $F'(0, -c)$ 에서의 거리의 합이 $2b$ 인 타원의 방정식

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(단, $b > a > 0$, $c^2 = b^2 - a^2$)



- ① 초점 : $F(\sqrt{b^2 - a^2}, 0)$, $F'(-\sqrt{b^2 - a^2}, 0)$
- ② 장축의 길이 : $2b$, 단축의 길이 : $2a$

상 증 하

2. 두 점 $(\sqrt{5}, 0)$, $(-\sqrt{5}, 0)$ 에서의 거리의 합이 6인 타원에서 단축의 길이는?

[수능특강]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

상 증 하

3. 타원 $3x^2 + 4y^2 - 12x + 8y + 4 = 0$ 의 장축의 길이를 l , 중심의 좌표를 (m, n) 이라 할 때, $l+m+n$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

9. 타원과 쌍곡선

상 중 아

4. 두 점 $F(2, 0)$, $F'(-2, 0)$ 에서의 거리의 합이 6인 점이 나타내는 도형이 있다. 점 F 를 지나고 y 축에 평행한 직선을 그어 이 도형과 제 1사분면에서 만나는 점을 P 라 할 때, 직선 PF' 의 기울기는?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{2}{5}$
- ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{5}{12}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

5. 상 중 아

두 점 $F(2, 0)$, $F'(-2, 0)$ 에서의 거리의 합이 6인 점이 나타내는 도형이 있다. 점 F 를 지나고 y 축에 평행한 직선을 그어 이 도형과 제 1사분면에서 만나는 점을 P 라 할 때, 직선 PF' 의 기울기는?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{2}{5}$
- ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{5}{12}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

상 중 아

6. 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 과 두 초점을 공유하고 장축의 길이가 10인 타원 위의 점 $P(a, b)$ 가 있다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 최댓값을 구하여라.

[수능특강]

03 타원의 정의의 활용

타원의 정의(거리의 합이 일정한 자취)를 이용하여 문제 접근한다. 삼각형의 둘레 등

상 중 아

7. 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 의 두 초점을 F , F' 이라 하자. 점 F 를 지나는 임의의 직선이 이 타원과 만나는 두 점을 각각 A , B 라 할 때, 삼각형 ABF' 의 둘레의 길이는?

[수능특강]

- ① 10
- ② 12
- ③ 14
- ④ 16
- ⑤ 18

상 중 아

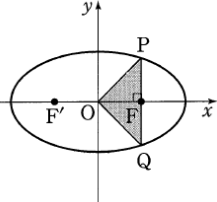
8. 점 $P(2, 3)$ 을 지나고 두 초점이 $F(2, 0)$, $F'(-2, 0)$ 인 타원이 y 축과 만나는 두 점을 A , B 라 할 때, 선분 AB 의 길이는?

[인티넷수능]

- ① 4
- ② $4\sqrt{2}$
- ③ $4\sqrt{3}$
- ④ $6\sqrt{2}$
- ⑤ $6\sqrt{3}$

상 중 아

9. 오른쪽 그림과 같이 장축의 길이가 4, 단축의 길이가 2인 타원에서 한 초점 F 를 지나고 y 축에 평행한 직선을 그어 이 타원과 만나는 두 점을 각각 P , Q 라고 할 때, 삼각형 OPQ 의 넓이는? (단, O 는 원점이다.)



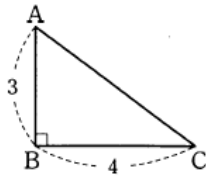
[인티넷수능]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

상 중 아

10. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=4$ 인 직각삼각형 ABC 에서 두 점 A , C 를 초점으로 하고 점 B 를 지나는 타원의 단축의 길이는?

[인터넷수능]



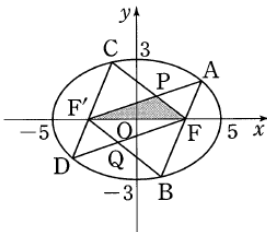
- ① $2\sqrt{5}$
- ② $2\sqrt{6}$
- ③ 5
- ④ $2\sqrt{7}$
- ⑤ 6

상 중 아

11. 오른쪽 그림과 같이 타원

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점 F, F' 을 지나

는 평행한 두 직선이 타원과 만나는 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 두 선분 AF 과 CF , 두 선분 BF 과 DF 의 교점을 각각 P, Q 라 하자. 삼각형 PEF 의 둘레의 길이가 14일 때, 도형 $ABQDCP$ 의 둘레의 길이는? (단, 점 C 는 제2사분면에 있다.)



[인터넷수능]

- ① 24
- ② 26
- ③ 28
- ④ 30
- ⑤ 32

상 중 아

12. 두 타원이 점 F 를 한 초점으로 공유하고 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만난다. 두 타원의 장축의 길이가 각각 16, 24이고, 두 타원의 나머지 초점을 각각 F_1, F_2 라 할 때, $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| + |\overline{QF_1} - \overline{QF_2}|$ 의 값은?

[04 대수능 인터넷수능]

- ① 16
- ② 14
- ③ 12
- ④ 10
- ⑤ 8

상 중 아

13. 타원 $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$ 위의 점을 P 라 할 때, 좌표평면 위의 두 점 $A(-3, 0), B(3, 0)$ 에 대하여 $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 의 최댓값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

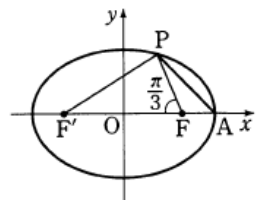
14. 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 에 대하여 $x > 0$ 인 부분에 있는 초점을 F , $x < 0$ 인 부분에 있는 타원위의 서로 다른 두 점을 P, Q 라 하자. 삼각형 FPQ 의 무게중심이 원점 O 일 때, 선분 PQ 의 길이는? [4점]

[수능특강]

- ① $2\sqrt{5}$
- ② $3\sqrt{5}$
- ③ $4\sqrt{5}$
- ④ $5\sqrt{5}$
- ⑤ $6\sqrt{5}$

상 중 아

15. 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 의 두 초점을 F 와 F' 이라 하고, 초점 F 에 가장 가까운 꼭짓점을 A 라 하자. 이 타원 위의 한 점 P 에 대하여 $\angle PFF' = \frac{\pi}{3}$ 일 때, \overline{PA}^2 의 값을 구하시오.

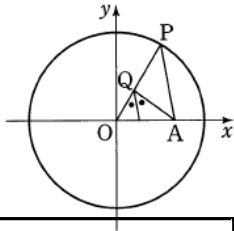


[05 대수능 인터넷수능]

9. 타원과 쌍곡선

상 증 하

16. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 36$ 위를 움직이는 점 $P(a, b)$ 와 점 $A(4, 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 Q 전체의 집합을 X 라 하자. (단, $b \neq 0$)



- (가) 점 Q 는 선분 OP 위에 있다.
- (나) 점 Q 를 지나고 직선 AP 에 평행한 직선이 $\angle OQA$ 를 이등분한다.

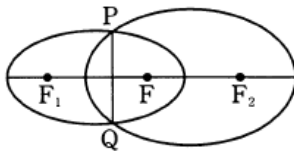
집합의 포함 관계로 옳은 것은?

[인터벡수능]

- ① $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{5} = 1 \right\}$
- ② $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{5} = 1 \right\}$
- ③ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$
- ④ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$
- ⑤ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$

상 증 하

17. 오른쪽 그림과 같이 두 타원이 점 F 를 한 초점으로 공유하고 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만난다. 두 타원의 나머지 초점을 각각 F_1, F_2 라 할 때, 세 점 F, F_1, F_2 는 동일 직선 위에 놓인다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[인터벡수능]

[보 기]

- ㄱ. $\overline{PF_1} = \overline{PF_2}$ 이면 두 타원의 장축의 길이는 서로 같다.
- ㄴ. $\overline{FF_1} = \overline{FF_2}$ 이면 세 점 P, F, Q 는 한 직선 위에 있다.
- ㄷ. 선분 PQ 와 선분 FF_1 이 만나면 $\overline{FF_1} \leq \overline{FF_2}$ 이다.

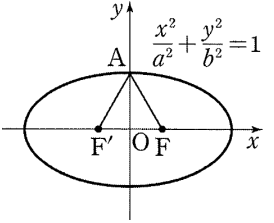
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

04 타원의 방정식의 활용

타원의 방정식을 통해 다른 도형에 관한 값(길이, 넓이)을 찾아 낼 수 있다.

상 증 하

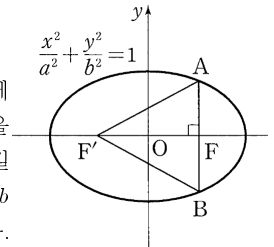
18. 오른쪽 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 꼭짓점 A 에 대하여 삼각형 AFF' 은 한 변의 길이가 8인 정삼각형이다. 이때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b > 0$)



[수능특강]

상 증 하

19. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 이라 할 때, 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 이 타원과 만나는 두 점을 A, B 라 하자. 삼각형 $AF'B$ 가 한 변의 길이가 12인 정삼각형이 되도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.



[수능특강]

9. 타원과 쌍곡선

상 중 아

20. 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 위의 한 점 P와 이 타원의 두 초점 F, F'에 대하여 $\overline{PF} : \overline{PF'} = 3 : 2$ 일 때, 삼각형 PFF'의 넓이는?

- ① $4\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{10}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{15}$

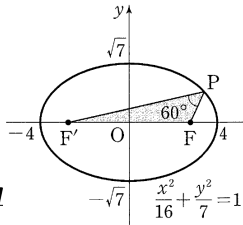
[수능특강]

상 중 아

21. 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자. 이 타원 위의 점 P에 대하여 $\angle FPF' = 60^\circ$ 일 때, 삼각형 FPF'의 넓이는?

- ① $\frac{7\sqrt{3}}{4}$ ② $2\sqrt{3}$
 ③ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

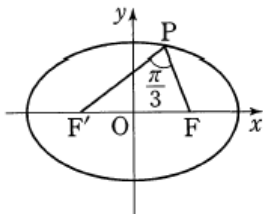
[수능특강]



상 중 아

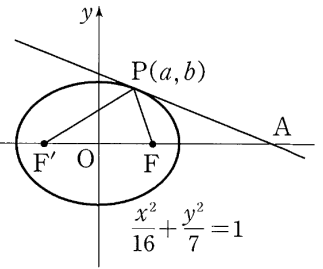
22. 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자. $\angle FPF' = \frac{\pi}{3}$ 를 만족하는 타원 위의 점 P에 대하여 $3\overline{PF} \cdot \overline{PF'}$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]



상 중 아

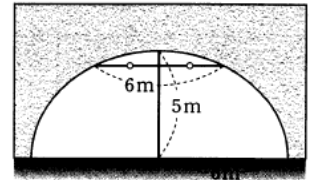
23. 오른쪽 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 의 제 1사분면 위의 점 P(a, b)에서의 접선이 x축과 만나는 점을 A라 하고, 타원의 두 초점을 F, F'이라 하자. 삼각형 PFF'와 삼각형 PFA의 넓이의 비가 2:3일 때, $9(a^2 + b^2)$ 의 값을 구하여라.



[수능특강]

상 중 아

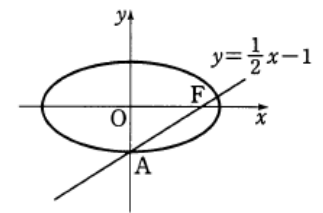
24. 그림과 같이 폭이 12m이고 높이가 5m인 어떤 터널의 단면은 도로 면을 장축으로 하는 타원의 반과 같은 모양이다. 이 터널의 위쪽에 길이가 6m인 철재빔이 수평으로 양쪽 벽에 고정되어 있고, 그 위에 환풍기가 설치되어 있다. 이 때, 도로 면에서 철재빔까지의 높이가 몇 m인지 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. (단, 철재빔의 두께는 생각하지 않고, $\sqrt{3} = 1.7$ 로 계산한다.)



[02 교육청 인터넷수능]

상 중 아

25. 그림과 같이 원점을 중심으로 하는 타원의 한 초점을 F라 하고, 이 타원이 y축과 만나는 한 점을 A라 하고 하자. 직선 AF의 방정식이 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이는?



[03 대수능 인터넷수능]

- ① $4\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ 5
 ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

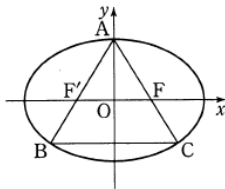
상 중 아

26. 타원 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 의 네 꼭짓점을 연결하여 만든 사각형에 내접하는 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점이 $F(b, 0), F'(-b, 0)$ 일 때, $a^2b^2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[09 대수능 인터넷수능]

상 중 아

27. 오른쪽 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$)에 내접하는 정삼각형 ABC 가 있다. 타원의 두 초점 F, F' 이 각각 선분 AC, AB 위에 있을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, 점 A 는 y 축 위에 있다.)



[인터넷수능]

- ① $\frac{3}{5}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

상 중 아

28. 타원 $4x^2 + 16y^2 - 24x - 64y + 99 = 0$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

- ㄱ. 장축은 y 축에 평행하다.
- ㄴ. 두 초점 사이의 거리는 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.
- ㄷ. 타원의 내부에 있는 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 것은 3개다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 아

29. 좌표평면에서 도형 $4|x| + 3|y| = 12$ 가 x 축 및 y 축과 만나는 네 점을 꼭짓점으로 갖는 타원의 두 초점의 좌표는?

[인터넷수능]

- ① $(-2, 0), (2, 0)$
- ② $(-\sqrt{5}, 0), (\sqrt{5}, 0)$
- ③ $(-\sqrt{7}, 0), (\sqrt{7}, 0)$
- ④ $(0, -2), (0, 2)$
- ⑤ $(0, -\sqrt{7}), (0, \sqrt{7})$

상 중 아

30. 단축이 y 축과 평행한 타원이 두 점 $A(2, 0), B(-3, 3)$ 을 두 꼭짓점으로 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[보기]

- ㄱ. 타원은 2개 존재한다.
- ㄴ. 장축의 길이와 단축의 길이의 합은 18이다.
- ㄷ. 어떤 타원의 초점도 제 2사분면에는 존재하지 않는다.

[인터넷수능]

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 아

31. 좌표평면에서 $|x| + 3|y| = 3$ 이 나타내는 도형에 내접하고, 초점이 x 축 위에 있는 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 이 타원의 장축의 길이가 단축의 길이의 $\sqrt{3}$ 배일 때, 장축의 길이는? [3점]

[수능특강]

- ① $\frac{5}{2}$
- ② $2\sqrt{2}$
- ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ 4

상 중 아

32. 초점이 같은 두 타원의 개형으로 볼 수 있는 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 초점은 x 축 위에 놓여 있고 타원의 중심은 모두 원점이다.)

[보기]

ㄱ. 한 타원이 다른 타원보다 장축의 길이는 더 길고, 단축의 길이는 더 짧다.

ㄴ. 두 타원의 단축의 길이의 차가 장축의 길이의 차보다 크다.

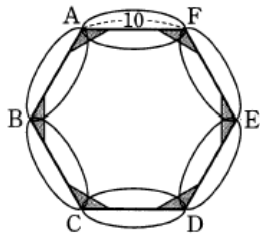
ㄷ. 두 타원의 장축의 길이의 차가 단축의 길이의 차보다 크다.

[인터넷수능]

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 아

33. 오른쪽 그림은 한 변의 길이가 10인 정육각형 $ABCDEF$ 의 각 변을 장축으로 하고, 단축의 길이가 같은 타원 6개를 그린 것이다. 그림과 같이 정육각형의 꼭짓점과 이웃하는 두 타원의 초점으로 이루어진 삼각형 6개의 넓이의 합이 $6\sqrt{3}$ 일 때, 타원의 단축의 길이는?



[06 대수능 인터넷수능]

- ① $4\sqrt{2}$ ② 6 ③ $4\sqrt{3}$
- ④ 8 ⑤ $6\sqrt{2}$

상 중 아

34. 이차곡선 $y^2 - \frac{4^a - 2}{2}x^2 = 8a - 1$ 의 두 초점이 모두 x 축 위에 있는 타원이 되기 위한 양수 a 의 값의 범위는?

[인터넷수능]

- ① $0 < a < \frac{1}{8}$ ② $0 < a < \frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{8} < a < \frac{1}{2}$
- ④ $a > \frac{1}{8}$ ⑤ $a > \frac{1}{2}$

05 최대와 최소

부등식의 영역에서의 최대/최소, 내접사각형의 최대 넓이 등

상 > 중 > 아

35. 타원 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 위의 점 $P(x, y)$ 에 대하여 $2x + y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 > 중 > 아

36. 타원 $x^2 + 2y^2 = 6$ 위의 점에서 직선 $x - y + 7 = 0$ 에 이르는 거리의 최댓값은?

- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

[수능특강]

상 > 중 > 아

37. 점 $(0, 1)$ 을 지나고 초점이 $F(\sqrt{3}, 0)$ 과 $F'(-\sqrt{3}, 0)$ 인 타원이 있다. 이 타원 위의 점 (x, y) 에 대하여 $x + y$ 의 최댓값은?

[06 평가원 인터넷수능]

- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
- ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

상 > 중 > 아

38. 타원 $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{10} = 1$ 위의 임의의 점 $P(x, y)$ 에 대하여 $x + y$ 의 최솟값은?

[인터넷수능]

- ① -6 ② $-\frac{11}{2}$ ③ -5
- ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ -4

상 > 중 > 아

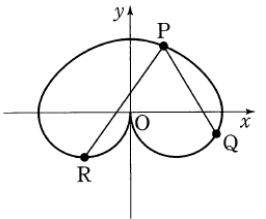
39. 타원 $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$ 위의 두 점 $A(-1, 0)$, $B(0, 3)$ 과 이 타원 위의 한 점을 잡아 이들 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형이 있다. 이들 중 넓이가 최대인 삼각형의 A , B 가 아닌 다른 한 꼭짓점을 P 라 하자. 이때, 점 P 에서의 타원의 접선의 방정식은?

[인터넷수능]

- ① $y = 3x - \sqrt{13}$ ② $y = 3x - 2\sqrt{3}$
- ③ $y = 3x - 3\sqrt{2}$ ④ $y = 2x - 3\sqrt{2}$
- ⑤ $y = 2x - 2\sqrt{2}$

상 > 중 > 아

40. 오른쪽 그림에서 점 P 는 타원의 일 부인 $y = \sqrt{27\left(1 - \frac{x^2}{36}\right)}$ 위를 움직이고 있고, 두 점 Q 와 R 는 각각 반원 $y = -\sqrt{6x - x^2}$ 과 $y = -\sqrt{-6x - x^2}$ 위를 움직인다. 이때, $\overline{PQ} + \overline{PR}$ 의 최댓값은?



[인터넷수능]

- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18

상 증 아

41. 장축의 길이가 8, 단축의 길이가 6인 타원의 장축의 한 끝점을 A, 단축의 한 끝점을 B라 하자. 타원 위를 움직이는 점 P에 대하여 삼각형 PAB의 넓이의 최댓값이 $a+b\sqrt{2}$ 일 때, 두 유리수 a, b의 곱 ab의 값을 구하여라. [4점]

[수능특강]

상 증 아

42. 타원 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 에 네 변이 모두 접하는 직사각형 중에서 넓이가 가장 큰 직사각형의 넓이는?

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

[인터넷수능]

상 증 아

43. 좌표평면 위에 두 점 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ 과 직선 AB 위에 있지 않은 점 C에 대하여 세 선분의 길이인 \overline{AC} , \overline{AB} , \overline{BC} 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 꼭짓점 C가 나타내는 도형의 방정식을 $f(x, y) = 0$ 이라 하자. 제 1사분면에 있는 곡선 $f(x, y) = 0$ 위의 점 P에서 x축, y축에 평행한 직선을 그어 곡선과 만나는 점을 각각 Q, R라 할 때, 직각삼각형 PQR의 넓이의 최댓값은?

- ① $4\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$
- ④ $7\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

[인터넷수능]

06 타원과 직선의 위치 관계

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 직선 $y = mx + n$ ($m \neq 0$)을 연결한 이차방정식 $(a^2m^2 + b^2)x^2 + 2a^2mnx + a^2(n^2 - b^2) = 0$ 의 판별식을 D라 할 때,

- (1) $D > 0 \Leftrightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다.
- (2) $D = 0 \Leftrightarrow$ 한 점에서 만난다. (접한다.)
- (3) $D < 0 \Leftrightarrow$ 만나지 않는다.

상 증 아

44. 타원 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 정수 k의 개수를 구하여라.

[수능특강]

상 증 아

45. 직선 $y = 2x + a$ 와 타원 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 이 만나지 않도록 하는 음의 정수 a의 최댓값은?

- ① -2 ② -3 ③ -4
- ④ -5 ⑤ -6

[인터넷수능]

07 타원의 접선의 방정식-기울기가 주어진 경우

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 직선 $y = mx + n$ ($m \neq 0$) 을 연립한 이차방정식 $(a^2m^2 + b^2)x^2 + 2a^2mnx + a^2(n^2 - b^2) = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때, $D = 0 \Leftrightarrow$ 한 점에서 만난다. (접한다.)

상 증 아

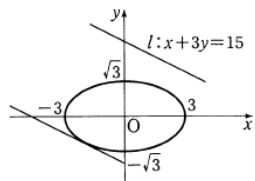
46. 타원 $3x^2 + 2y^2 = 6$ 에 접하고 기울기가 $\sqrt{3}$ 인 두 직선이 y 축과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이는?

[수능특강]

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 4
- ④ 6 ⑤ 8

상 증 아

47. 오른쪽 그림과 같이 직선 $x + 3y = 15$ 를 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ 과 제 3사분면에서 접한다. 이때, 상수 n 의 값은?

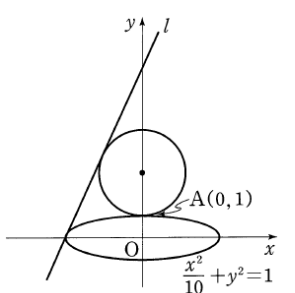


[인턴넷수능]

- ① -10 ② -9 ③ -8
- ④ -7 ⑤ -6

상 증 아

48. 오른쪽 그림과 같이 기울기가 $2\sqrt{2}$ 이며 y 절편이 양수인 직선 l 이 타원 $\frac{x^2}{10} + y^2 = 1$ 과 접하고 있다. 이 직선 l 에 접하고 타원의 한 꼭짓점 $A(1, 0)$ 에서 외접하는 원의 넓이를 S 라 할 때, $\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하시오.



[인턴넷수능]

08 타원의 접선의 방정식-타원 위의 점

(1) 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 방정식 $y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$
 (2) 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식 $\frac{x_1x}{a^2} + \frac{y_1y}{b^2} = 1$

상 증 아

49. 타원 $2x^2 + y^2 = 6$ 위의 점 $(1, -2)$ 에서의 접선에 수직이고 점 $(-3, 5)$ 를 지나는 직선이 x 축과 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

상 증 아

50. 타원 $4x^2 + y^2 = 8$ 위의 점 $(1, -2)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 점 $(-4, 3)$ 을 지나고 직선 l 에 수직인 직선이 x 축과 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

[인턴넷수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
- ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

9. 타원과 쌍곡선

상 증 아

51. 타원 $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ 위의 한 점 P 에서의 접선을 l 이라 하자.

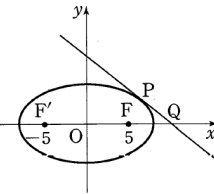
점 P 와 타원의 초점 $F(8, 0)$ 을 지나는 직선에 수직이고 점 F 를 지나는 직선과 직선 l 과의 교점의 좌표를 (a, b) 라 하자. 이때, $8a$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P 의 x 좌표는 ± 10 이 아니다.)

[고득점 200제]

상 증 아

52. 오른쪽 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{2} = 1$

위의 한 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 또, 타원의 두 초점을 F, F' 이라 하자. 타원과 접선에 대한 설명 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[고득점 200제]

[보 기]

- ㄱ. 점 Q 의 좌표는 $Q\left(\frac{27}{x_1}, 0\right)$ 이다.
- ㄴ. $\overline{FQ} : \overline{F'Q} = |\sqrt{27} - 5x_1| : |\sqrt{27} + 5x_1|$ 이다.
- ㄷ. $\overline{FQ} : \overline{F'Q} = \overline{FP} : \overline{F'P}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

09 타원의 접선의 방정식-밖의 점에서의 접선

타원 밖의 점 (p, q) 에서의 접선의 방정식은 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선이 (p, q) 를 지남을 이용하여 (x_1, y_1) 을 구한다.

상 증 아

53. 타원 $x^2 + 4y^2 = 4$ 밖의 한 점 $(8, 2)$ 에서 이 타원에 접선을 그을 때, 두 접점을 P, Q 라 하자. 삼각형 OPQ 의 무게중심의 x 좌표는? (단, O 는 원점이다.)

[인턴벳수능]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$
- ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

상 증 아

54. 타원 $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 밖의 한 점 $P(0, k)$ 에서 그은 접선의 접점을 Q 라 하자. $\overline{PQ} = \overline{OP}$ 가 성립하도록 k 의 값을 정할 때, 서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여 $k^2 = \frac{m}{n}$ 이다. 이때, $m+n$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

9. 타원과 쌍곡선

상 중 아

55. 점 $P(0, p)$ 에서 타원 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 기울기가 양수인 접선의 접점을 Q 라 할 때, $\overline{PQ} \geq \overline{OP}$ 가 성립하도록 하는 자연수 p 의 최솟값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

[인터넷수능]

상 중 아

56. 타원 $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ 밖의 한 점 $P(a, b)$ 로부터 이 타원에 접선을 그었더니 두 접선이 서로 수직으로 만나고 있다. 보기에서 점 $P(a, b)$ 가 될 수 있는 것의 개수는?

[보기] $(10, 4), (8, 6), (2\sqrt{6}, \sqrt{46}), (5, 5\sqrt{3}), (\sqrt{35}, \sqrt{65})$

[고득점 200제]

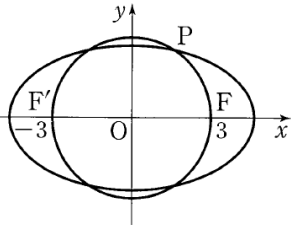
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

010 통합유형

포물선, 쌍곡선 등과의 연관 문제는 각각의 성질을 먼저 찾아내고 이들 사이의 연관성을 파악한다. 특히 직선과 관계된 문제일 경우 직선이 초점을 지나는지 확인해 본다.

상 중 아

57. 오른쪽 그림과 같이 장축의 길이가 8이고 $F(3, 0), F'(-3, 0)$ 을 초점으로 가지는 타원을 T 라 하고, 선분 FF' 을 지름으로 가지는 원을 C 라 하자. 타원 T 와 원 C 가 만나는 한 점을 P 라 할 때, 삼각형 PPF' 의 넓이는?



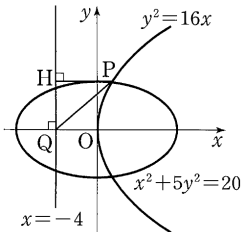
[고득점 200제]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

상 중 아

58. 오른쪽 그림과 같은 타원

$x^2 + 5y^2 = 20$ 과 포물선 $y^2 = 16x$ 의 한 교점을 P 라 하자. 또, 점 P 에서 직선 $x = -4$ 에 내린 수선의 발을 H , 직선 $x = -4$ 가 x 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\overline{PQ} + \overline{PH}$ 의 값은?



[수능특강]

- ① $4\sqrt{3}$
- ② 8
- ③ $6\sqrt{2}$
- ④ $4\sqrt{5}$
- ⑤ $6\sqrt{3}$

9. 타원과 쌍곡선

상 > 중 > 아

59. 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 과 원 $(x-4)^2 + y^2 = 9$ 의 한 교점을 P 라 할 때, 점 P 와 점 $(-4, 0)$ 사이의 거리는?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

[수능특강]

상 > 중 > 아

60. 이차곡선 $x^2 - 6x + 4y^2 + 8y - 3 = 0$ 과 중심이 $(3, -1)$ 이고 반지름의 길이가 a 인 원이 만나는 점의 개수를 f(a) 라 정의할 때, 옳은

[보기]

- ㄱ. $f(1) = 0$
- ㄴ. $f(a) = 2$ 를 만족하는 모든 a 의 값의 합은 6이다.
- ㄷ. $f(a) = 4$ 를 만족하는 a 의 값의 범위는 $1 < a < 4$ 이다.

것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[수능특강]

상 > 중 > 아

61. 좌표평면 위에 두 점 $A(-5, 0), B(5, 0)$ 이 있다. 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ 위의 점을 P 라 할 때, $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 69 ② 71 ③ 73
 ④ 75 ⑤ 77

[인티넷수능]

상 > 중 > 아

62. 점 $(-3, 0)$ 을 지나고, 기울기가 2 인 직선이 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 과 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하자. 두 점 A, B 와 점 $C(3, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하시오.

[인티넷수능]

상 > 중 > 아

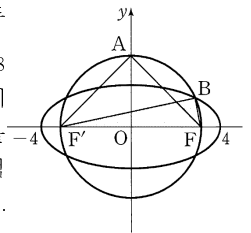
63. 양의 실수 a 에 대하여 타원 $x^2 + ay^2 = 1$ 과 포물선 $y^2 = 8x$ 가 만나는 제1사분면 위의 점에서 두 곡선에 각각 그은 접선이 서로 수직으로 만날 때, a 의 값은?

[고득점 200점]

- ① $-\frac{7}{4}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

상 > 중 > 아

64. 오른쪽 그림과 같이 원점을 중심, 두 점 F, F' 을 초점으로 하고 장축의 길이가 8 인 타원과 선분 FF' 을 지름으로 하는 원이 있다. 이 원이 y 축의 양 부분과 만나는 점을 A, 원과 타원이 제 1사분면에서 만나는 점을 B 라 하면 삼각형 AFF' 의 넓이가 9 이다. 이 때, 삼각형 BFF' 의 넓이는?



[수능특강]

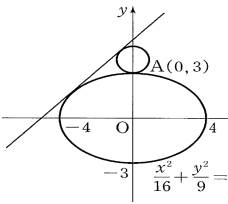
- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

9. 타원과 쌍곡선

상 중 아

65. 오른쪽 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

에 접하고 기울기가 1인 직선 l 이 있다. 이 직선 l 에 접하면서 타원 위의 점 $A(0, 3)$ 에 외접하는 원의 반지름의 길이는?



[수능특강]

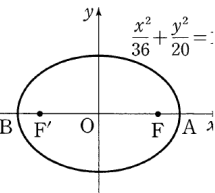
- ① $\sqrt{2}-1$ ② $2\sqrt{2}-2$ ③ $2\sqrt{2}-1$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}+1$

상 중 아

66. 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 타원

$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 이 x 축과 만나는 두 점을

A, B 라 하자. 또, 점 F' 이 초점이고 점 B 가 꼭짓점인 포물선과 점 F 가 초점이고 점 A 가 꼭짓점인 포물선이 서로 만나는 두 점을 각각 C, D 라 하자. 이 때, 사각형 $CF'DF$ 의 넓이는? [4점]



[수능특강]

- ① $16\sqrt{3}$ ② $24\sqrt{3}$ ③ $32\sqrt{3}$
- ④ $48\sqrt{3}$ ⑤ $64\sqrt{3}$

상 중 아

67. 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하고, 이 타원과 곡

선 $y = \sqrt{8x-x^2}$ 의 교점을 P 라 하자. 이 때, $\overline{PF} \cdot \overline{PF'}$ 의 값은?

[인티넷수능]

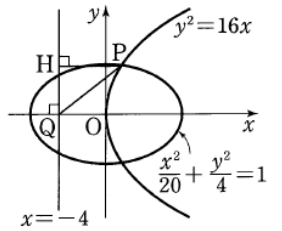
- ① 26 ② 28 ③ 30
- ④ 32 ⑤ 34

상 중 아

68. 오른쪽 그림과 같이

타원 $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$ 과 포물선 $y^2 = 16x$ 가

제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하자. 또, 점 P 에서 직선 $x=-4$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 직선 $x=-4$ 가 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 이때, $(\overline{PQ} + \overline{PH})^2$ 의 값을 구하시오.



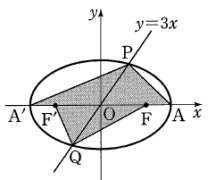
[인티넷수능]

상 중 아

69. 오른쪽 그림과 같이 초점이 F, F' 이고,

x 축 위의 두 꼭짓점이 A, A' 인

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)이 직선 $y = 3x$ 와 두 점 P, Q 와 만나고 있다. 삼각형 APA' 과 삼각형 $FF'Q$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.



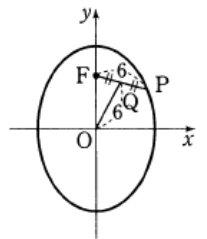
[인티넷수능]

- (가) 삼각형 $AA'P$ 의 넓이는 삼각형 $\triangle FQF'$ 의 넓이의 3배이다.
- (나) 삼각형 FQF' 의 둘레의 길이는 16이다.

상 중 아

70. 오른쪽 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{A} + \frac{y^2}{4A} = 1$

($A > 0$)의 y 축의 양의 부분에 있는 초점 F 와 타원 위의 한 점 P 를 잇는 선분 PF 의 중점을 Q 라 하자. $\overline{PF} = \overline{OQ} = 6$ 일 때, 이 타원의 단축의 길이는? (단, O 는 원점이다.)



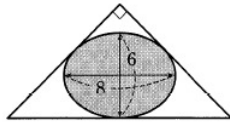
[인티넷수능]

- ① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{9}{2}$
- ③ 9 ④ 12 ⑤ 18

9. 타원과 쌍곡선

상 중 아

71. 오른쪽 그림과 같이 장축과 단축의 길이가 각각 8, 6인 타원에 외접하는 직각이등변삼각형의 넓이를 구하시오. (단, 타원의 단축의 한 꼭짓점과 삼각형이 접한다.)



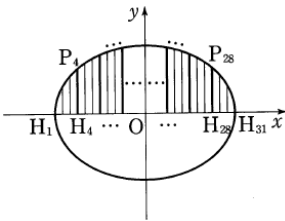
[인터넷수능]

상 중 아

72. 오른쪽 그림과 같이

타원 $\frac{x^2}{15^2} + \frac{y^2}{9^2} = 1$ 의 장축을 30등분한

다음, 장축의 양 끝점과 등분점을 차례로 $H_1, H_2, H_3, \dots, H_{31}$ 이라 하자. 양 끝에서 각각 3개의 점을 제외한 25개의 점 $H_4, H_5, H_6, \dots, H_{28}$ 에서 장축에 수직인 직선을 그어 x 축 윗쪽



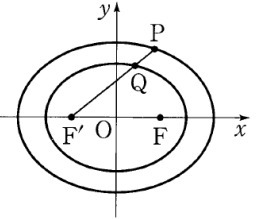
부분에 있는 타원과의 교점을 차례로 $P_4, P_5, P_6, \dots, P_{28}$ 이라 할 때, $\sum_{k=4}^{28} \overline{H_k P_k}$ 의 값은?

- ① 195 ② 225 ③ 275
- ④ 325 ⑤ 375

[인터넷수능]

상 중 아

73. 오른쪽 그림과 같이 장축의 길이가 10이고 초점이 $F(3, 0), F'(-3, 0)$ 인 타원 위의 점 Q 와 점 F' 을 연결한 선분 $F'Q$ 의 길이는 6이다. 이 선분을 연장한 직선이 타원 $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{55} = 1$ 과 만나는 점을



$P(a, b)$ ($b > 0$)라 하자. 이때, $\left(\frac{b}{a+3}\right)^2$ 의 값은?

- ① $\frac{275}{64}$ ② $\frac{275}{49}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{32}{49}$ ⑤ $\frac{15}{64}$

[고득점 200제]

상 중 아

74. 타원 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 위의 한 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선을 l , 원점 O 로부터 l 에 내린 수선의 발을 Q 라 한다. $\overline{OP}^2 = t$, 삼각형 OPQ 의 넓이를 S 라 할 때, S^2 을 t 를 이용하여 바르게 나타낸 것은? (단, $1 < t < 2$)

- ① $\frac{-t^2 + 3t - 2}{2(t-3)^2}$ ② $\frac{-t^2 + 3t - 2}{(t-3)^2}$
- ③ $\frac{3t + 2}{2(t-3)^2}$ ④ $\frac{t^2 - 3t + 2}{2(t-3)^2}$
- ⑤ $\frac{t^2 - 3t + 2}{(t-3)^2}$

[고득점 200제]

011 자취문제

조건을 만족하는 점을 $P(x, y)$ 라 두고 식을 세운다.

상 중 아

75. 원 $x^2 + y^2 = 25$ 위를 움직이는 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 PH 를 2 : 3으로 내분하는 점 Q 가 나타내는 자취의 방정식은? (단, 점 P 는 x 축 위의 점이 아니다.)

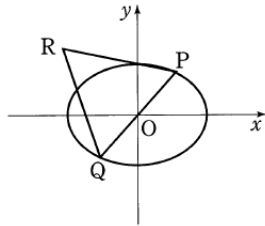
[인터넷수능]

- ① $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1 (y \neq 0)$
- ② $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1 (y \neq 0)$
- ③ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 (y \neq 0)$
- ④ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 (y \neq 0)$
- ⑤ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1 (y \neq 0)$

상 중 아

76. 오른쪽 그림과 같이

타원 $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$ 에 대하여 두 점 P, Q 는 원점에 대하여 대칭인 타원 위의 점이다. 점 P, Q 가 타원 위를 움직일 때 선분 PQ 를 한 변으로 하는 정삼각형 PQR 의 꼭짓점 R 가 그리는 도형도 타원이 된다. 이 타원의 방정식의 두 초점의 좌표는?



[인터넷수능]

- ① $(\pm 2\sqrt{3}, 0)$
- ② $(\pm 3\sqrt{2}, 0)$
- ③ $(\pm 3\sqrt{3}, 0)$
- ④ $(0, \pm 2\sqrt{3})$
- ⑤ $(0, \pm 3\sqrt{2})$

상 중 아

77. 원 $x^2 + y^2 = 25$ 위의 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 PH 를 1 : 4로 내분하는 점을 Q 라 하자. 점 P 가 원 위를 움직일 때, 점 Q 가 그리는 도형을 S 라 하자. 도형 S 를 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피는?

[고득점 200제]

- ① $\frac{160}{3}\pi$
- ② 80π
- ③ $\frac{320}{3}\pi$
- ④ 160π
- ⑤ 320π

쌍곡선

012 쌍곡선의 정의

평면 위의 두 정점으로부터의 거리의 차가 일정한 점들의 집합을 쌍곡선이라 하고, 두 정점을 쌍곡선의 초점, 두 초점을 이은 선분의 중점을 쌍곡선의 중심이라 한다.

상 중 아

78. 좌표평면 위에 점 $F(4, 0)$ 과 직선 $l: x = \frac{9}{4}$ 에서 거리의 비가 4 : 3이 되는 점의 자취는 쌍곡선을 나타낸다. 이 쌍곡선에 대한 보기의 설명에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

- ㄱ. 점근선의 방정식은 $y = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}x$ 이다.
- ㄴ. 주축의 길이는 8이다.
- ㄷ. 점 $(-4, 0)$ 과 쌍곡선 위의 점 $(4, a)$ 사이의 거리는 $\frac{25}{3}$ 이다.

[인터넷수능]

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

79. 두 점 $A(-6, 0), B(6, 0)$ 으로부터 거리의 차가 8인 곡선의 제 1사분면 위의 점 $P(p, q)$ 에 대하여 두 점 A, P 를 지나는 직선이 y 축과 점 C 에서 만난다. 점 C 가 선분 AP 를 1 : 2로 내분하는 점일 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라. [3점]

[수능특강]

상 중 아

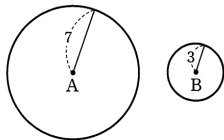
80. 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC의 둘레를 한 점 P가 꼭짓점 A를 출발하여 시계 반대 방향으로 돌아 다시 점 A로 돌아온다. 점 P가 움직인 거리를 x 라 하고 선분 AP의 길이를 $f(x)$ 라 하자. 점 P가 선분 BC 위에 있을 때, $y=f(x)$ 의 그래프의 모양은?

- ① 직선의 일부 ② 포물선의 일부 ③ 원의 일부
- ④ 타원의 일부 ⑤ 쌍곡선의 일부

[인터넷수능]

상 중 아

81. 오른쪽 그림과 같이 만나지 않는 두 원 A, B의 반지름의 길이가 각각 7, 3이라 할 때, 두 원 중 한 원과 내접하고 다른 한 원과 외접하는 원의 중심 P가 나타내는 도형에 대한 설명으로 옳은 것은?



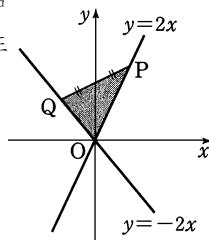
[인터넷수능]

- ① 단축의 길이가 4인 타원이다.
- ② 장축의 길이가 10인 타원이다.
- ③ 주축의 길이가 4인 쌍곡선이다.
- ④ 주축의 길이가 5인 쌍곡선이다.
- ⑤ 주축의 길이가 10인 쌍곡선이다.

상 중 아

82. 다음 조건을 모두 만족하는 두 동점 P, Q에 대하여 선분 PQ의 중점이 나타내는 도형의 방정식은?

- (가) 두 점 P, Q의 x 좌표는 부호가 반대이다.
- (나) 두 점 P, Q는 각각 직선 $y=2x, y=-2x$ 위를 움직인다.
- (다) $\triangle OPQ$ 의 넓이가 항상 12이다.



[인터넷수능]

- ① $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{12} = -1$ ② $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{18} = -1$ ③ $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{24} = -1$
- ④ $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{30} = -1$ ⑤ $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{36} = -1$

013

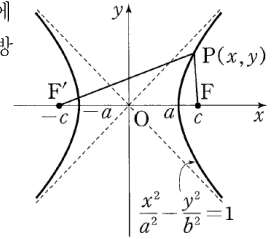
쌍곡선의 방정식

(1) 두 정점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 에서의 거리의 차이가 $2a$ 인 쌍곡선의 방정식

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(단, $c > a > 0, c^2 = a^2 + b^2$)

- ① 초점 : $F(\sqrt{a^2 + b^2}, 0), F'(-\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$
- ② 주축의 길이 : $2a$
- ③ 점근선의 방정식 : $y = \pm \frac{b}{a}x$

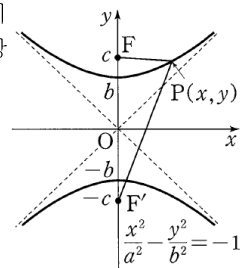


(2) 두 정점 $F(0, c), F'(0, -c)$ 에서의 거리의 차이가 $2b$ 인 쌍곡선의 방정식

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

(단, $c > b > 0, c^2 = a^2 + b^2$)

- ① 초점 : $F(0, \sqrt{a^2 + b^2}), F'(0, -\sqrt{a^2 + b^2})$
- ② 주축의 길이 : $2b$
- ③ 점근선의 방정식 : $y = \pm \frac{b}{a}x$



상 중 아

83. 두 정점 $F(\sqrt{6}, 0), F'(-\sqrt{6}, 0)$ 에서의 거리의 차이가 4인 점 $P(x, y)$ 가 나타내는 도형의 방정식이 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0, b > 0$)

[수능특강]

상 중 아

84. 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$ 의 두 꼭짓점 사이의 거리를 a , 기울기가 양인 점근선의 방정식을 $y = \frac{b}{2}x$ 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

9. 타원과 쌍곡선

상 중 아

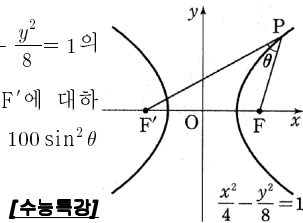
85. 타원 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{15} = 1$ 과 두 초점을 공유하고, 주축의 길이가 4인 쌍곡선의 방정식은?

- ① $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$
- ② $x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$
- ③ $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = -1$
- ④ $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = -1$
- ⑤ $\frac{x^2}{8} - y^2 = -1$

[수능특강]

상 중 아

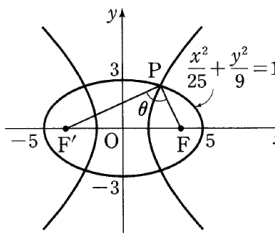
86. 오른쪽 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$ 의 제 1사분면 위의 점 P와 두 초점 F, F'에 대하여 $\angle F'PF = \theta$ 라 하자. $\overline{PF'} = 8$ 일 때, $100 \sin^2 \theta$ 의 값을 구하여라.



[수능특강]

상 중 아

87. 오른쪽 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 과 두 초점 F, F'을 공유하고 주축의 길이가 2인 쌍곡선이 있다. 타원과 쌍곡선의 한 교점을 P, $\angle FPF' = \theta$ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?



[수능특강]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $-\frac{1}{3}$
- ⑤ $-\frac{1}{4}$

상 중 아

88. 타원 $\frac{x^2}{26} + \frac{y^2}{16} = 1$ 과 두 초점을 공유하는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선의 한 점근선의 방정식이 $y = \sqrt{3}x$ 일 때, 이 쌍곡선의 두 꼭짓점 사이의 길이는?

- ① $2\sqrt{3}$
- ② 4
- ③ $3\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{5}$
- ⑤ $2\sqrt{6}$

[수능특강]

상 중 아

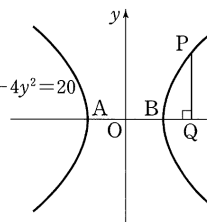
89. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 한 점 P와 두 초점 F, F'에 대하여 $|\overline{PF} - \overline{PF'}| = 8$ 이고 점근선의 방정식이 $y = \pm \sqrt{3}x$ 일 때, 두 초점 사이의 거리는? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

[수능특강]

상 중 아

90. 오른쪽 그림과 같이 쌍곡선 $5x^2 - 4y^2 = 20$ 위의 점 중 제 1사분면에 있는 임의의 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라 하고, 이 쌍곡선의 두 꼭짓점을 각각 A, B라 할 때, $\frac{\overline{AQ} \cdot \overline{BQ}}{\overline{PQ}^2}$ 의 값은?



[수능특강]

- ① $\frac{3}{7}$
- ② $\frac{5}{8}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{4}{5}$
- ⑤ $\frac{6}{5}$

9. 타원과 쌍곡선

상 중 아

91. 두 직선 $y = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}x$ 를 점근선으로 하고 점 $P(4, -2)$ 를 지나는 쌍곡선의 주축의 길이를 l 이라 할 때, l^2 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

92. 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$ 위의 한 점 P 와 두 초점 F, F' 에 대하여 $\angle F'PF = \theta$ 라 한다. $\overline{PF'} : \overline{PF} = 2 : 1$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{11}{16}$
- ④ $\frac{13}{16}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

상 중 아

93. 쌍곡선 $9x^2 - 4y^2 - 16y - 52 = 0$ 의 두 초점의 좌표를 $(a, b), (c, d)$ 라 할 때, 두 실수 $a+b, c+d$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?

[인터넷수능]

- ① $t^2 + 4t - 9 = 0$ ② $t^2 + 4t - 4 = 0$
- ③ $t^2 - 2\sqrt{13}t - 4 = 0$ ④ $t^2 + 2\sqrt{13}t - 4 = 0$
- ⑤ $t^2 - 2\sqrt{13}t - 9 = 0$

상 중 아

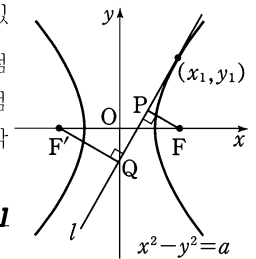
94. 점근선의 방정식이 $y = \sqrt{2}x, y = -\sqrt{2}x$ 이고 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6인 쌍곡선이 있다. 원점 O 와 이 쌍곡선 위의 한 점 P 를 잇는 선분 OP 의 길이를 d 라 할 때, $\overline{PF'} \cdot \overline{PF}$ 의 값을 d 를 이용하여 나타내면? (단, F, F' 은 이 쌍곡선의 초점이다.)

[인터넷수능]

- ① $3 + d^2$ ② $9 + d^2$ ③ $3d$
- ④ $6d$ ⑤ $9d$

상 중 아

95. 오른쪽 그림과 같이 제 1사분면에 있는 쌍곡선 $x^2 - y^2 = a (a > 0)$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선을 l 이라 하고 두 초점 F, F' 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 하자. 이때, $\overline{FP} \cdot \overline{F'Q}$ 의 값은?



[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{a}$ ② $\frac{2}{a}$ ③ 1
- ④ a ⑤ $2a$

9. 타원과 쌍곡선

상 중 아

96. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 의 두 초점을 F, F'이라 할 때, F의 x좌표는 양수이다. 제 1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 선분 F'P 위의 점 A가 $\overline{PF} = \overline{PA}$ 를 만족할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[보기]

- ㄱ. 쌍곡선의 점근선의 방정식은 $y = \pm \frac{b}{a}x$ 이다.
- ㄴ. $\overline{AF'} = 2a$ 이다.
- ㄷ. 점 A가 y축 위에 존재하면 $a < b$ 이다.

[인터넷수능]

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

014 쌍곡선과 직선의 위치관계

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 직선 $y = mx + n (m \neq 0)$ 을 연결한 이차방정식 $(a^2m^2 - b^2)x^2 + 2a^2mnx + a^2(n^2 + b^2) = 0$ 의 판별식을 D라 할 때,
 (1) $D > 0 \Leftrightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다.
 (2) $D = 0 \Leftrightarrow$ 한 점에서 만난다. (접한다.)
 상 중 아 (3) $D < 0 \Leftrightarrow$ 만나지 않는다.

97. 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ 과 직선 $y = x + k$ 가 서로 만나지 않도록 k의 값을 정할 때, 정수 k의 최댓값은?

[수능특강]

- ① -2 ② -1
- ③ 0 ④ 1
- ⑤ 2

상 중 아

98. 쌍곡선 $2x^2 - y^2 + 4y = 0$ 에 대하여 옳은 것만 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[수능특강]

[보기]

- ㄱ. 점근선의 방정식은 $y = \sqrt{2}x + 2, y = -\sqrt{2}x + 2$ 이다.
- ㄴ. 직선 $y = \sqrt{2}x$ 와 이 쌍곡선의 교점의 개수는 2이다.
- ㄷ. 직선 $y = mx + 2$ 가 이 쌍곡선과 만나지 않도록 하는 정수 m의 개수는 3이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

99. 두 직선 $y = 3x - 2, y = -3x + 4$ 를 점근선으로 하고 원점 $O(0, 0)$ 을 지나는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선과 x축의 두 교점 중에서 원점이 아닌 점에서 이 쌍곡선에 접하는 접선의 방정식은?

[인터넷수능]

- ① $6x + y = 12$ ② $6x + y = 20$
- ③ $9x + y = 12$ ④ $9x + y = 16$
- ⑤ $9x + y = 24$

015 쌍곡선의 접선의 방정식-기울기를 알 때

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 방정식 $y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 - b^2}$ (단, $a^2m^2 - b^2 > 0$)

상 증 아

100. 쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{18} = 1$ 과 직선 $y = ax + b$ (a, b 는 상수)의 교점의 개수에 대한 설명 중 옳은 내용을 보기에서 모두 고른 것은?

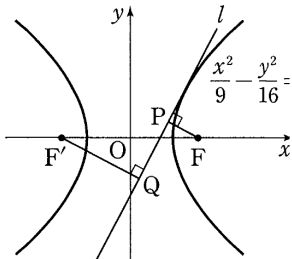
[06 교육청 인터넷수능]

[보기]
 ㄱ. $a = -4$ 이고 $b = 0$ 일 때 교점은 없다.
 ㄴ. $a = 3$ 이고 $b > 0$ 일 때 교점은 1개다.
 ㄷ. $a = \frac{1}{3}$ 이고 $b < 0$ 일 때 교점은 2개다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

101. 오른쪽 그림과 같이 기울기가 2인 직선 l 이 제 1사분면에서 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 과 접하고 있다. 이 쌍곡선의 두 초점 F, F' 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{FP} + \overline{F'Q}$ 의 값은?



[수능특강]

- ① 4 ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$
- ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ 8

상 증 아

102. 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$ 에 대한 옳은 설명을 보기에서 모두 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]
 ㄱ. 점근선의 방정식은 $y = x, y = -x$ 이다.
 ㄴ. 쌍곡선 위의 점에서 그은 접선 중 점근선과 평행한 접선이 존재한다.
 ㄷ. 포물선 $y^2 = 4px$ ($p \neq 0$)는 쌍곡선과 항상 두 점에서 만난다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

103. 쌍곡선 $4x^2 - 9y^2 = -36$ 이 다음 세 직선 $y = f(x), y = g(x), y = h(x)$ 와 만나는 점의 개수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + 2b + 3c$ 의 값은?

$f(x) = \frac{2}{3}x - 2, g(x) = -\frac{1}{3}x, h(x) = \frac{3}{2}x + 2$

[인터넷수능]

- ① 3 ② 5 ③ 7
- ④ 9 ⑤ 11

상 증 아

104. 좌표평면 위의 모든 점들의 집합 S 의 두 부분집합

$M = \{(x, y) \mid y = 3x + k\}, N = \{(x, y) \mid x^2 - \frac{y^2}{6} = 1\}$

에 대하여 $M \cap N$ 에 속하는 원소가 적어도 한 개 존재할 때, 양수 k 의 값의 범위는?

[인터넷수능]

- ① $k > \sqrt{3}$ ② $k \geq \sqrt{3}$ ③ $k > 2$
- ④ $k \geq 2$ ⑤ $\sqrt{3} \leq k \leq 2$

016

쌍곡선의 접선의 방정식-접점을 알 때

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식

상 > 증 > 아 $\frac{x_1x}{a^2} - \frac{y_1y}{b^2} = 1$

105. 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

상 > 증 > 아

106. 쌍곡선 $2x^2 - y^2 = 1$ 위의 두 점 $A(5, 7)$, $B(-1, 1)$ 에서의 두 접선의 교점을 $P(a, b)$ 라 할 때, $\frac{1}{ab}$ 의 값을 구하라.

[수능특강]

상 > 증 > 아

107. 쌍곡선 $3x^2 - 4y^2 = -1$ 위의 점 $(-1, 1)$ 에서의 접선에 수직이고 y 절편이 -4 인 직선을 l 이라 하자. 직선 l 위의 임의의 점 (a, b) 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 최솟값을 $\frac{n}{m}$ 이라 할 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.)

[인티넷수능]

상 > 증 > 아

108. 쌍곡선 $xy = 8$ 위의 한 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식에 대한 설명 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $x_1 = \frac{8}{y_1}$ 이다.

ㄴ. 점 P 에서 접선의 기울기는 $\frac{y_1}{x_1}$ 이다.

ㄷ. 접선의 방정식은 $y_1x + x_1y = 16$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

017

쌍곡선의 접선의 방정식-밖의 점일 때

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식

$$\frac{x_1x}{a^2} - \frac{y_1y}{b^2} = 1 \text{ 이라 하고 이 직선이 밖의 점 } (p, q) \text{를 지}$$

남 **상** **증** **하** 을 이용한다.

109. 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 4$ 밖의 한 점 $(2, 1)$ 에서 이 쌍곡선에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q라 할 때, 직선 PQ와 x축 y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

[수능특강]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

상 **증** **하**

110. 쌍곡선 $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{4} = 1$ 에 있지 않은 점 $P(a, b)$ 에서 이 쌍곡선에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 점 P가 나타내는 도형의 길이는?

[수능특강]

- ① 4π ② 5π ③ 6π ④ 7π ⑤ 8π

상 **증** **하**

111. 좌표평면에서 두 정점 $F(\sqrt{5}, 0)$, $F'(-\sqrt{5}, 0)$ 으로부터의 거리의 차가 2인 점이 나타내는 곡선을 S라 하자. 점 $P(0, 2)$ 에서 이 곡선에 그은 두 접선의 접점을 A, B라 할 때, 삼각형 PAB의 넓이는?

[인티넷수능]

- ① $4\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

상 **증** **하**

112. 점 $P(a, b)$ 에서 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 에 그은 두 접선이 직교할 때, 점 P가 나타내는 도형의 길이는? (단, $a \neq \pm 2b$)

[인티넷수능]

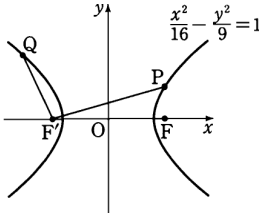
- ① $2\sqrt{2}\pi$ ② $\sqrt{5}\pi$ ③ $2\sqrt{3}\pi$
 ④ $4\sqrt{2}\pi$ ⑤ $2\sqrt{5}\pi$

018 쌍곡선의 정의의 활용

쌍곡선에서 출제된 문제들은 정의를 정확하게 알고 있는가를 묻는 문제가 대부분을 차지한다. 특히 쌍곡선 위에 직선, 사각형 등의 기본도형을 그려 놓고, 기본도형의 길이와 관련된 문제가 출제된다.

상 중 아

113. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하자. 제 1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P 와 제 2사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{PF} - \overline{QF'} = 3$ 일 때, $\overline{QF} - \overline{PF}$ 의 값을 구하시오.



[08 대수능 인터넷수능]

상 중 아

114. 쌍곡선 $4x^2 - 5y^2 = 20$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하고, 쌍곡선 위의 한 점 $P(5, -4)$ 에 대하여 $\overline{PF} \cdot \overline{PF'}$ 의 값은?

- ① 28 ② 32 ③ 36
- ④ 40 ⑤ 44

[인터넷수능]

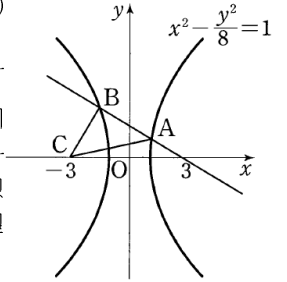
상 중 아

115. 직선 $y = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 를 점근선으로 하고 점 $(-2\sqrt{3}, 3)$ 을 지나는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위의 한 점 P 와 두 초점 F, F' 에 대하여 $\triangle PFF'$ 의 둘레의 길이가 $10\sqrt{5}$ 일 때, $|\overline{PF}^2 - \overline{PF'}^2|$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

116. 오른쪽 그림과 같이 점 $(3, 0)$ 을 지나는 직선이 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$ 과 제1사분면에서 만나고 있는 점을 A , 제2사분면에서 만나고 있는 점을 B 라 하자. 두 점 A, B 와 점 $C(-3, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 둘레의 길이가 20일 때, 선분 BC 의 길이는?



[고득점 200제]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

상 중 아

117. 쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - \frac{(y-4)^2}{18} = 1$ 의 두 점근선과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{b}{a}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

[수능특강]

상 중 아

118. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$ 의 두 초점 $(2\sqrt{3}, 0), (-2\sqrt{3}, 0)$ 을 각각 F, F' 이라하자. 이 쌍곡선 위를 움직이는 점 $P(x, y)(x > 0)$ 에 대하여 선분 $F'P$ 위의 점 Q 가 $\overline{FP} = \overline{PQ}$ 를 만족시킬 때, 점 Q 가 나타내는 도형 전체의 길이는?

[06 평가원 인터넷수능]

- ① π ② $\sqrt{3}\pi$ ③ 2π
- ④ 3π ⑤ $2\sqrt{3}\pi$

9. 타원과 쌍곡선

상 중 아

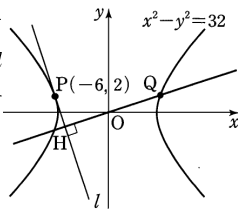
119. 쌍곡선 $9x^2 - 16y^2 = 144$ 의 초점을 지나고 점근선과 평행한 4개의 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

- ① $\frac{75}{16}$ ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{25}{2}$
- ④ $\frac{75}{4}$ ⑤ $\frac{75}{2}$

[인터넷수능]

상 중 아

120. 오른쪽 그림과 같이 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 32$ 위의 점 $P(-6, 2)$ 에서의 접선 l 에 대하여 원점 O 에서 l 에 내린 수선의 발을 H , 직선 OH 와 이 쌍곡선이 제 1사분면에서 만나는 점을 Q 라 하자. 두 선분 OH 와 OQ 의 길이의 곱 $OH \cdot OQ$ 를 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 아

121. 쌍곡선 $3x^2 - 4y^2 = 48$ 위의 한 점 P 에서 쌍곡선의 두 점근선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 하자. 이때, $\overline{PQ} \cdot \overline{PR}$ 의 값은?

- ① $\frac{24}{7}$ ② $\frac{24\sqrt{7}}{7}$ ③ $\frac{48}{7}$
- ④ $\frac{48\sqrt{7}}{7}$ ⑤ $\frac{196}{7}$

[고득점 200제]

상 중 아

122. 쌍곡선 $x^2 - 8y^2 = 8$ 위의 한 점을 P 라 하고 이 쌍곡선의 두 초점을 F, F' 이라 할 때, $\overline{PF}^2 + \overline{PF'}^2$ 의 최솟값은?

- ① 16 ② 22 ③ 28
- ④ 34 ⑤ 38

[고득점 200제]

상 중 아

123. 점 $(5, 0)$ 을 지나는 직선이 쌍곡선 $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$ 의 $x \geq 0$ 인 부분과 두 점 A, B 에서 만난다. 두 점 A, B 와 점 $C(-5, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 둘레의 길이가 28일 때, 선분 AB 의 길이는?

- ① 6 ② 7 ③ 8

[수능특강]

상 중 아

124. 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 0), B(-2, 0)$ 에 대하여 $|\overline{PA} - \overline{PB}| = 2$ 를 만족하는 점 P 가 나타내는 도형은 직선 $x = k$ 와 서로 두 점 Q_1, Q_2 에서 만나고 있다. 선분 Q_1Q_2 의 길이가 $4\sqrt{3}$ 일 때, 양수 k 의 값은?

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

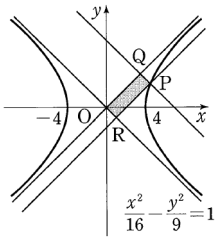
[인터넷수능]

상 증 하

125. 오른쪽 그림과 같이

쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 위의 점 P 를 지나고 두 개의 점근선에 평행한 직선을 그어 각 직선이 점근선과 만나는 점을 Q, R 라 하자. 이때, 평행사변형 $ORPQ$ 의 넓이는?

[고득점 200제]



- ① 6 ② 8
- ③ 12 ④ $6\sqrt{3}$
- ⑤ $8\sqrt{2}$

019 쌍곡선 통합유형

도형 등과의 연관 문제는 각각의 성질을 먼저 찾아내고 이들 사이의 연관성을 파악한다.

상 증 하

126. 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

상 증 하

127. 쌍곡선 $9x^2 - 16y^2 = 144$ 의 x 축의 양의 부분에 있는 초점에서 점근선까지의 거리는?

[수능특강]

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

상 증 하

128. 쌍곡선 $2x^2 - y^2 = 4$ 의 제 1사분면 위의 점 $P(a, b)$ 와 두 초점 F, F' 에 대하여 삼각형 $PF'F$ 의 넓이가 12일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

9. 타원과 쌍곡선

상 중 아

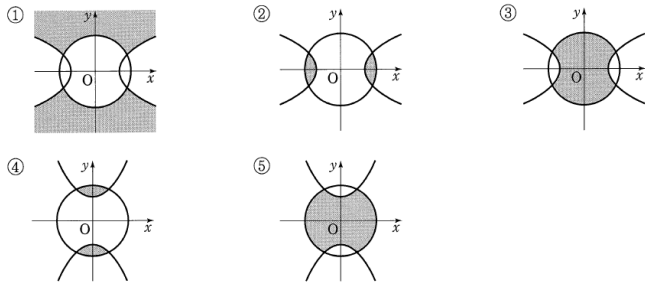
129. 쌍곡선 $3x^2 - y^2 = 27$ 의 제 1사분면 위의 점 P와 두 초점 F, F'에 대하여 삼각형 PFF'의 넓이가 $6\sqrt{21}$ 일 때, 점 P의 x좌표는?

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ 3
 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

[인터넷수능]

상 중 아

130. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 8 \\ \frac{x^2}{6} - y^2 \geq 1 \end{cases}$ 을 나타내는 영역을 옳게 나타낸 것은? (단, 경계선을 모두 포함한다.)



[인터넷수능]

상 중 아

131. 쌍곡선 $2x^2 - 2y^2 = 1$ 의 두 점근선과 쌍곡선 $2(x-3)^2 - 2(y-1)^2 = 1$ 의 두 점근선으로 둘러싸인 사각형의 넓이를 S라 할 때, S²의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

132. 곡선 $3x^2 - y^2 = 3$ ($x \geq 0$) 위의 점에서 직선 $y = 2x + 9$ 까지의 거리의 최솟값은?

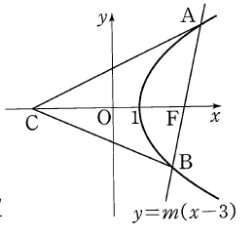
- ① 4 ② $\sqrt{17}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{19}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

[인터넷수능]

상 중 아

133. 오른쪽 그림과 같이

직선 $y = m(x-3)$ 이 곡선 $x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$ ($x \geq 0$)과 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{AB} = 12$ 이다. 점 $C(-3, 0)$ 에 대하여 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 값은?



[인터넷수능]

- ① 16 ② 17
 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

상 중 아

134. 쌍곡선 $4x^2 - y^2 = 3$ 위의 점 P(-1, 1)에서의 접선에 수직이고 점 P를 지나는 직선 위의 임의의 점을 (a, b)라 하자. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{22}{17}$ ② $\frac{23}{17}$ ③ $\frac{24}{17}$
 ④ $\frac{25}{17}$ ⑤ $\frac{26}{17}$

[수능특강]

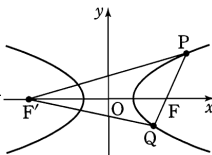
상 증 아

135. 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 과 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$ 의 교점 중 하나를 P 라고 하자. 타원의 두 초점을 A, B 라 할 때, $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 증 아

136. 오른쪽 그림과 같이 주축이 길이가 5 인 쌍곡선의 두 초점을 F, F' 이라 할 때, 점 F 를 지나는 직선이 쌍곡선과 두 점 P, Q 에서 만난다. 삼각형 PF'Q 의 둘레의 길이가 32 일 때, 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오.



[인터넷수능]

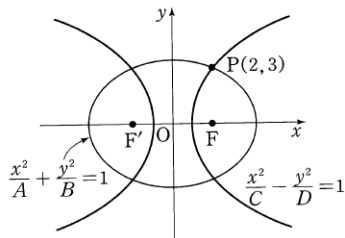
상 증 아

137. 오른쪽 그림과 같이 두 점 $F(2, 0)$, $F'(-2, 0)$ 을 초점으로 공유하는

타원 $\frac{x^2}{A} + \frac{y^2}{B} = 1$ 과

쌍곡선 $\frac{x^2}{C} - \frac{y^2}{D} = 1$ 은 제1사

분면의 점 $P(2, 3)$ 에서 만날 때, $AD - BC$ 의 값은? (단, A, B, C, D 는 양수이다.)



[인터넷수능]

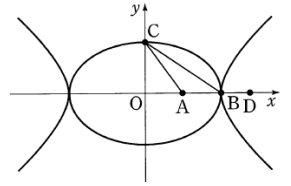
- ① 12 ② 16 ③ 20
- ④ 24 ⑤ 36

상 증 아

138. 오른쪽 그림과 같은 타원

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

에서 점 A 는 타원의 초점이고 두 점 B, C 는 타원의 꼭짓점이며 점 D 는 쌍곡선의 초점이다.



$\overline{AC} = 2\sqrt{5}$, $\overline{BC} = 6$ 일 때, 선분 AD 의 길이는?

[인터넷수능]

- ① $2\sqrt{5}$ ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ $4\sqrt{5}$

상 증 아

139. 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$ 의 초점 $F(c, 0)$ ($c > 0$) 과 쌍곡선 위의 점 $P(s, t)$ ($s > 0, t > 0$) 를 지나는 직선의 기울기를 $a(s)$ 라고 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, $s \neq c$ 이다.)

[보기]

ㄱ. $\lim_{s \rightarrow 1+0} a(s) = 0$

ㄴ. $\lim_{s \rightarrow \infty} a(s) = 2\sqrt{2}$

ㄷ. $\lim_{s \rightarrow 3} \frac{1}{a(s)} = 0$

[인터넷수능]

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

140. 두 점 $F(5, 5)$, $F'(-5, -5)$ 를 초점으로 하는 타원과 쌍곡선이 모두 점 $A(0, 8)$ 을 지난다고 한다. 직선 FF' 이 타원, 쌍곡선과 만나는 점 중에서 제1사분면 위에 있는 점을 각각 P, Q 라 할 때, \overline{PQ}^2 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

9. 타원과 쌍곡선

상 중 아

141. 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 임의의 한 점 P에 대하여 초점 F(2, 0)을 지나고 직선 PF에 수직인 직선과 점 P에서 그은 접선과의 교점을 Q라 하자. 점 P가 쌍곡선 위를 움직일 때, 점 Q가 그리는 도형은 어떤 도형의 일부인가? (단, 점 P는 쌍곡선의 꼭짓점이 될 수 없다.)

[고득점 200제]

- ① $x = \frac{1}{2}$ ② $x = 1$ ③ $x = 2$
- ④ $x^2 + y^2 = 1$ ⑤ $x^2 + y^2 = 3$

상 중 아

142. 주축의 길이가 2이고 점근선의 방정식이 $y = \pm 2x$ 인 쌍곡선이 있다. 점 A(10, 0)에서 이 쌍곡선 위의 점 P(x, y)에 이르는 거리가 최소일 때, 점 P의 x좌표는? (단, 주축은 x축 위에 놓인다.)

[인터넷수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

143. 집합 $S = \{(x, y) \mid Ax^2 + y^2 + 2Bx + 2y + 1 = 0\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

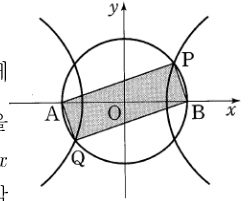
- ㄱ. $A = 0, B > 0$ 이면 제 1사분면과 제 2사분면을 지나는 포물선을 나타낸다.
- ㄴ. $-1 < A < B < 0$ 이면 주축이 x축과 평행한 쌍곡선을 나타낸다.
- ㄷ. $A > B > 1$ 이면 장축이 x축과 평행한 타원을 나타낸다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

144. 오른쪽 그림과 같이

원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 의 제 1사분면과 제3사분면 위에서 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 또, 원 $x^2 + y^2 = 9$ 가 x축과 만나는 두 점을 A, B라 할 때, 사각형 APBQ의 넓이는?



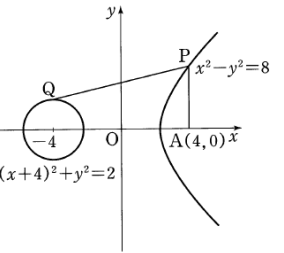
[인터넷수능]

- ① 6 ② $2\sqrt{14}$ ③ 8
- ④ 10 ⑤ $4\sqrt{14}$

상 중 아

145. 오른쪽 그림과 같이

곡선 $x^2 - y^2 = 8$ ($x \geq 0$) 위에 동점 P와 원 $(x+4)^2 + y^2 = 2$ 위에 동점 Q가 있다. 점 A(4, 0)에 대하여 $\frac{PQ}{PA} - \frac{PA}{QA}$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $(x+4)^2 + y^2 = 2$ 의 값을 구하시오.

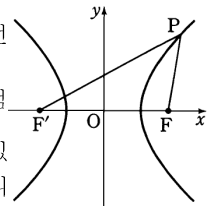


[인터넷수능]

상 중 아

146. 오른쪽 그림과 같이 쌍곡선

$\frac{x^2}{3a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ ($a > 0$) 위의 한 점 P와 두 초점 F, F'을 꼭짓점으로 하는 삼각형 FPF'이 있다. 이 삼각형 FPF'에 내접하는 원의 중심의 x좌표는?



[인터넷수능]

- ① a ② $\frac{4}{3}a$ ③ $\sqrt{2}a$
- ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$ ⑤ $\sqrt{3}a$

9. 타원과 쌍곡선

상 중 하

147. 기울기가 m 이고 점 $P(1, 2)$ 를 지나는 직선이 쌍곡선 $9x^2 - 16y^2 = 1$ 과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 선분 AB 의 중점을 $Q(a, b)$ 라 할 때, $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{a}{mb}$ 의 값은?

- ① $\frac{16}{9}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ 0
- ④ $-\frac{9}{16}$ ⑤ $-\frac{16}{9}$

[고득점 200제]

상 중 하

148. 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ 위의 점 P 에서의 접선에 초점 $(\sqrt{3}, 0)$ 에서 수선의 발을 내려 이 점을 Q 라 하자. 점 P 가 쌍곡선 위를 움직일 때, 점 Q 가 그리는 도형은 어떤 도형의 일부인가?

- ① $2x^2 - y^2 = 1$ ② $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$
- ③ $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ ④ $x^2 + y^2 = 1$
- ⑤ $x^2 + y^2 = 3$

[고득점 200제]

상 중 하

149. 쌍곡선 $x^2 - 2y^2 = 1$ 위의 한 점 P 에 대하여 점 P 에서의 접선과 두 점근선의 교점을 각각 A, B 라 하자. 이때, 옳은 것만을 보

[보 기]

- ㄱ. 두 점근선의 기울기는 $\pm \frac{1}{2}$ 이다.
- ㄴ. $\overline{OA} \cdot \overline{OB} = \frac{3}{2}$ 이다.
- ㄷ. 선분 AB 의 중점의 x 좌표는 항상 P 의 x 좌표와 같다.

기에서 있는 대로 고른 것은?

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[고득점 200제]

10. 공간도형 

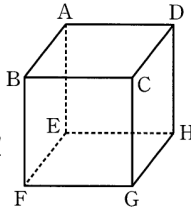
01 입체도형에서의 위치관계

상 중 아

1. 오른쪽 그림과 같은 정육면체

ABCD-EFGH에 대하여 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]



[보기]

- ㄱ. 직선 AC와 \overline{EH} 의 위치 관계는 6개이다.
- ㄴ. \overline{BD} 와 \overline{CH} 가 이루는 각의 크기는 45° 이다.
- ㄷ. 평면 ADG와 \overline{CH} 는 서로 수직이다.

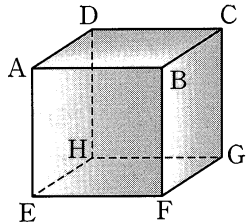
- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 아

2. 그림과 같은 직육면체

ABCD-EFGH에서 모서리 AB와 \overline{EH} 의 위치 관계에 있는 모서리의 개수는?

[인터넷수능]

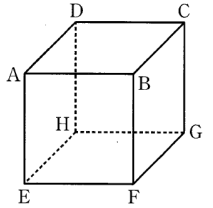


- ① 1개 ② 2개
- ③ 3개 ④ 4개
- ⑤ 5개

상 중 아

3. 오른쪽 그림과 같은 정육면체

ABCD-EFGH가 있다. 정육면체의 모서리 12개 중에서 한 개를 선택하고, 6개의 면에 각각 그은 12개의 대각선 중에서 한 개를 선택하였을 때, 두 선분이 서로 \perp 인 위치에 있을 확률은?



[고득점 200제]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

상 중 아

4. 사면체 ABCD의 면 ABC, ACD의 무게중심을 각각 P, Q라고 하자. 보기 중 두 직선이 \perp 인 위치에 있는 것을 모두 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

- ㄱ. 직선 CD와 직선 BQ
- ㄴ. 직선 AD와 직선 BC
- ㄷ. 직선 PQ와 직선 BD

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

02 평면의 결정조건

상 중 아

5.

한 평면 α 위에 있는 네 점 A, B, C, D 는 어느 세 점도 같은 직선 위에 있지 않으며 두 선분 AC, BD 는 한 점 P 에서 만난다. 점 P 를 지나고 평면 α 와 평행이 아닌 직선 위의 임의의 서로 다른 두 점을 E, F 라 할 때, 공간의 서로 다른 여섯 개의 점 A, B, C, D, E, F 는 몇 개의 평면을 결정하는가? (단, 점 P 는 점 A, B, C, D, E, F 와 다른 점이다.)

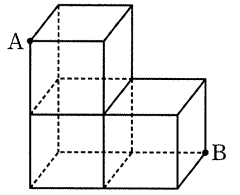
- [고득점 200제]**
- ① 9
 - ② 10
 - ③ 11
 - ④ 12
 - ⑤ 13

03 직선과 평면이 이루는 각

상 중 아

6.

오른쪽 입체는 한 모서리의 길이가 1인 정육면체를 3개 쌓아 놓은 것이다. 꼭짓점 A, B 에 대하여 직선 AB 가 이 입체의 밑면과 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?



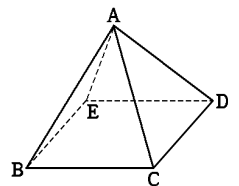
[수능특강]

- ① $\frac{2}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{7}}{3}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

상 중 아

7.

오른쪽 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 1인 정사각뿔 $A-BCDE$ 가 있다. \overline{BD} 와 \overline{CE} 가 만나는 점을 F , \overline{AB} 와 \overline{AF} 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?



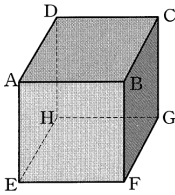
[수능특강]

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 공간도형과 공간좌표

상 중 아

8. 다음은 직육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 \overline{AF} 와 \overline{BG} 가 이루는 각의 크기를 α , \overline{BD} 와 \overline{CF} 가 이루는 각의 크기를 β , \overline{BD} 와 \overline{CH} 가 이루는 각의 크기를 γ 라고 하면 $\alpha + \beta + \gamma =$ (가) 임을 보이는 과정이다.



\overline{AF} 와 \overline{BG} 가 이루는 각은 (나) 와 \overline{BG} 가 이루는 각과 같다.
 $\therefore \alpha =$ (다) $= \angle HCF \dots\dots \textcircled{1}$

\overline{BD} 와 \overline{CF} 가 이루는 각은 (라) 와 \overline{CF} 가 이루는 각과 같다.
 $\therefore \beta =$ (마) $\dots\dots \textcircled{2}$

\overline{BD} 와 \overline{CH} 가 이루는 각은 (바) 와 \overline{CH} 가 이루는 각과 같다.
 $\therefore \gamma =$ (사) $\dots\dots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에 의하여
 $\alpha + \beta + \gamma =$ (가)

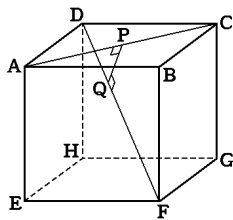
(가), (다), (마), (사) 에 알맞은 것을 차례대로 나열한 것은?

[인터넷수능]

- ① π , $\angle BGD$, $\angle CFH$, $\angle CHF$
- ② π , $\angle BGA$, $\angle CFH$, $\angle CHF$
- ③ π , $\angle BGD$, $\angle CHF$, $\angle CHF$
- ④ $\frac{\pi}{2}$, $\angle BGA$, $\angle CHF$, $\angle CFH$
- ⑤ $\frac{\pi}{2}$, $\angle BGD$, $\angle CHF$, $\angle CFH$

상 중 아

9. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 a 인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 점 P는 선분 AC 위에, 점 Q는 선분 DF 위에 있고 $PQ \perp AC$, $PQ \perp DF$ 이다. 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?



[수능특강]

[보 기]

- ㄱ. 직선 AC와 직선 DF는 수직이다.
- ㄴ. 삼각형 DPF의 넓이는 $\frac{\sqrt{2}}{4}a^2$ 이다.
- ㄷ. 선분 PQ의 길이가 $4\sqrt{6}$ 이상이 되기 위한 a 의 최솟값은 16이다.

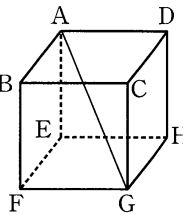
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

04

고인 위치에 있는 두 직선이 이루는 각

상 중 아

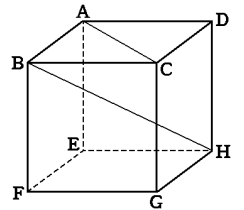
10. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 1인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 \overline{AG} 와 \overline{EH} 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $60\cos^2\theta$ 의 값을 구하여라.



[수능특강]

상 중 아

11. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 1인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 선분 AC와 선분 BH가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값은?



[수능특강]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2}{3}$
- ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$
- ⑤ 1

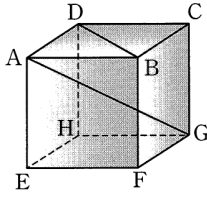
10. 공간도형과 공간좌표

상 중 아

12. 그림과 같은 정육면체

ABCD-EFGH에서 두 선분 AG, BD가 이루는 각의 크기는?

[인턴벡수능]

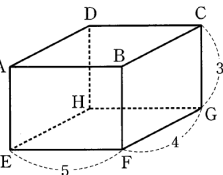


- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{5}$
- ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

상 중 아

13. 오른쪽 그림과 같은 정육면체

ABCD-EFGH에서 두 선분 AF, BG가 이루는 예각의 크기를 α , 두 선분 AC, BG가 이루는 예각의 크기를 β , 두 선분 CH, EG가 이루는 예각의 크기를 γ 라 할 때, 다음은 $\cos(\alpha + \beta + \gamma)$ 의 값을 구하는 과정이다.



삼각형 BEG에서
 각 BEG의 크기는 (가), 각 EGB의 크기는 (나),
 각 GBE의 크기는 (다)이므로 $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ 이다.
 $\therefore \cos(\alpha + \beta + \gamma) = -1$

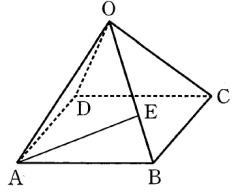
위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

- ① α, β, γ ② β, α, γ ③ β, γ, α
- ④ γ, α, β ⑤ γ, β, α

[고득점 200제]

상 중 아

14. 오른쪽 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 3인 정사각뿔 O-ABCD가 있다. 모서리 OB를 2:1로 내분하는 점을 E라 할 때, 선분 AE와 선분 BC가 이루는 각의 크기를 θ 라 한다. 이때, $\cos\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

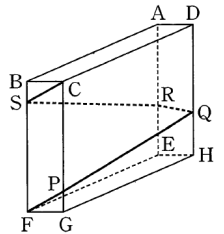


[고득점 200제]

- ① $\frac{2}{11}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{12}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{13}$
- ④ $\frac{\sqrt{7}}{14}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{15}$

상 중 아

15. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = 12$, $\overline{AD} = 3$, $\overline{AE} = 11$ 인 직육면체 ABCD-EFGH가 있다. 꼭짓점 F에서 네 모서리 CG, DH, AE, BF를 지나 꼭짓점 C까지 실로 팽팽하게 연결하였다. 실이 모서리와 만나는 점을 각각 P, Q, R, S라 할 때, 선분 PQ와 선분 RS가 이루는 각의 크기를 θ 라 한다. 이때, $\sin\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



[고득점 200제]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

05 직선과 평면의 위치관계

상 증 아

16. 서로 꼬인 위치에 있는 두 직선 l, m 에 대하여 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. 두 직선 l, m 에 모두 평행한 서로 다른 두 평면은 서로 평행하다.
- ㄴ. 직선 l 에 수직인 직선은 직선 m 과도 수직이다.
- ㄷ. 직선 l 에 수직인 평면은 직선 m 과도 수직이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

17. 공간에서 서로 다른 두 직선 l, m 과 두 평면 α, β 에 대하여 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

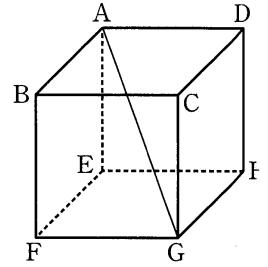
- ㄱ. $l \perp \alpha, m \perp \alpha$ 이면 $l // m$
- ㄴ. $l // \alpha, m // \alpha$ 이면 $l // m$
- ㄷ. $l // \alpha, l \perp \beta$ 이면 $\alpha \perp \beta$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

06 공통 수선의 길이

상 증 아

18. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에 대하여 점 B에서 선분 AG에 내린 수선의 길이는?



[수능특강]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{6}}{5}$
- ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

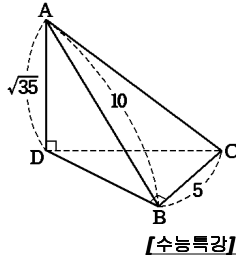
07 삼수선 정리 (1)

상 증 아

19. 오른쪽 그림과 같은 사면체

ABCD에서 $\overline{AD} \perp$ (평면 BCD),
 $\overline{BC} \perp \overline{BD}$, $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 5$,
 $\overline{AD} = \sqrt{35}$ 이다.

평면 ABD와 평면 ACD가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값은?



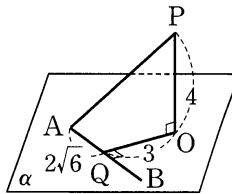
[수능특강]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{\sqrt{10}}{6}$ ④ $\frac{\sqrt{11}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

상 증 아

20. 그림과 같이 평면 α 밖의 한 점

P에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 O라 하고, 점 O에서 α 위의 선분 AB에 그은 수선의 발을 Q라 한다. $\overline{OP} = 4$, $\overline{OQ} = 3$, $\overline{AQ} = 2\sqrt{6}$ 일 때, 선분 AP의 길이를 구하여라.



[수능특강]

상 증 아

21. 평면 α 위에 $\angle A = 90^\circ$ 이고, $\overline{BC} = 6$ 인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 평면 α 밖의 한 점 P에서 이 평면까지의 거리가 4이고, 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발이 점 A일 때, 점 P에서 직선 BC까지의 거리는?

[인터넷수능]

- ① $3\sqrt{2}$ ② 5 ③ $3\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 6

08 삼수선 정리 (2)

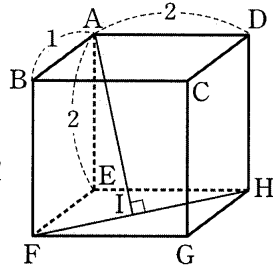
상 증 아

22. 오른쪽 그림과 같은 직육면체

ABCD-EFGH에서 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$, $\overline{AE}=2$ 일 때, 점 A에서 \overline{FH} 에 내린 수선 AI의 길이는?

[수능특강]

- ① $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
- ② $\frac{3\sqrt{10}}{5}$
- ③ $\frac{6\sqrt{3}}{5}$
- ④ $\frac{2\sqrt{30}}{5}$
- ⑤ $\frac{8\sqrt{2}}{5}$

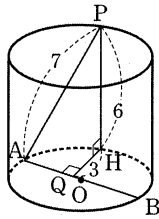


상 증 아

23. 오른쪽 그림과 같이 원기둥의 밑면으로부터 높이가 6인 점 P에서 밑면에 내린 수선의 발을 H, 점 H에서 밑면의 지름 AB에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, $\overline{HQ}=3$, $\overline{AP}=7$ 이다. 이때, \overline{AB} 의 길이는?

[수능특강]

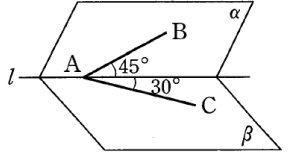
- ① $\frac{13}{2}$
- ② 7
- ③ $\frac{15}{2}$
- ④ 8
- ⑤ $\frac{17}{2}$



상 증 아

24. 오른쪽 그림과 같이 두 평면

α, β 는 직선 l 에서 만난다. 점 A는 직선 l 위의 점이고, 점 B, C는 각각 α, β 위의 점이다. 선분 AB, AC와 직선 l 이 이루는 각의 크기가 각각 $45^\circ, 30^\circ$ 이고, 두 평면 α, β 가 이루는 각의 크기가 30° 일 때, 두 선분 AB, AC가 이루는 각의 크기를 θ 라 한다. $\cos^2\theta$ 의 값을 기약분수로 나타내면 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.



[고득점 200제]

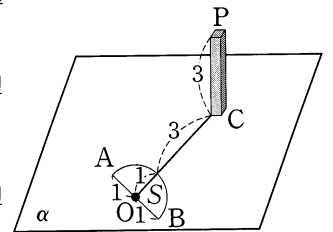
상 증 아

25. 그림과 같이 평면 α 위에 중심이 O인 반원과 지름으로 이루어진 도형 S가 있다. 지름 AB의 길이는 2이고, 평면 α 위에 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 인 점C에 대하여 $\overline{OC}=4$ 이다. 점C에서 길이가 3인 막대를 평면 α 에

수직이 되도록 세울 때, 막대의 끝점 P에서 도형 S위의 점까지의 거리의 최댓값은? (단, 막대의 두께는 생각하지 않는다.)

[인터넷수능]

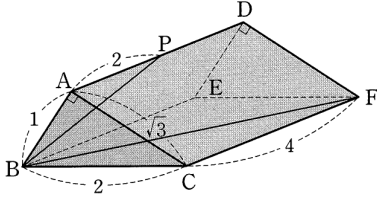
- ① $\sqrt{26}$
- ② $3\sqrt{3}$
- ③ $2\sqrt{7}$
- ④ $\sqrt{29}$
- ⑤ $\sqrt{30}$



상 증 하

26. 그림과 같이 삼각기둥 $ABC-DEF$ 의 밑면은 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$, $\overline{CA}=\sqrt{3}$ 인 직삼각형이다. $\overline{CF}=4$ 이고, 선분 AD 위의 점 P 에서 선분 BF 까지의 거리는?

[인터넷수능]

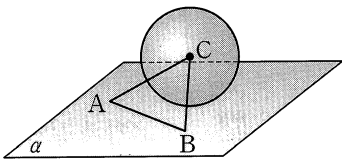


- ① $\frac{\sqrt{91}}{10}$
- ② $\frac{\sqrt{23}}{5}$
- ③ $\frac{\sqrt{93}}{10}$
- ④ $\frac{\sqrt{94}}{10}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{95}}{10}$

상 증 하

27. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 구가 평면 α 위에 놓여 있다. 평면 α 위의 두 점 A, B 와 구의 중심 C 에 대하여 $\triangle CAB$ 는 한 변의 길이가 2인 정삼각형일 때, 평면 CAB 와 α 가 이루는 각의 크기 θ 에 대하여 $\cos \theta$ 의 값은?

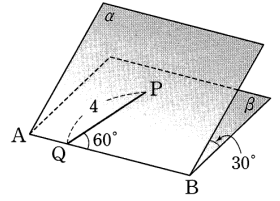
[인터넷수능]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{3}$

상 증 하

28. 그림에서 두 평면 α, β 는 교선이 AB 이고 두 평면이 이루는 각은 30° 이다. 평면 α 위에 점 P 이 교선 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{PQ}=4$, $\angle PQB=60^\circ$ 일 때, 점 P 와 평면 β 사이의 거리는?

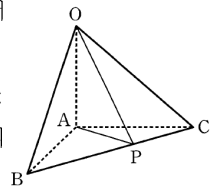


[인터넷수능]

- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{3}$
- ④ 2
- ⑤ $\sqrt{5}$

상 증 하

29. 오른쪽 그림과 같은 사면체 $OABC$ 에서 $\overline{OA} \perp \overline{AB}$, $\overline{OA} \perp \overline{AC}$, $\overline{AB} \perp \overline{AC}$ 이고, $\overline{OA}=3$, $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=2\sqrt{3}$ 이다. 선분 BC 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{OP} + \overline{AP}$ 의 최솟값은?



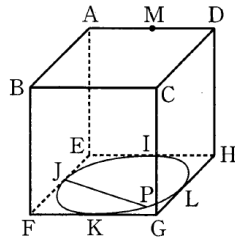
[고득점 200제]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ $3\sqrt{3}$
- ⑤ $4\sqrt{3}$

상 증 하

30.

오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 정사각형 $EFGH$ 와 네 점 I, J, K, L 에서 접하는 원을 그렸다. 선분 AD 의 중점 M 에서 현 JP 까지의 거리가 $\frac{5}{2}$ 일 때, 선분 IP 의 길이는? (단, 점 P 는 호 KL 위의 점이다.)



[고득점 200제]

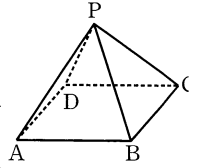
- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- ② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
- ③ $\frac{5\sqrt{2}}{3}$
- ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

09

두 평면이 이루는 각

상 증 하

31. 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 2인 정사각뿔이 있다. 면 PAB 와 면 $ABCD$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하여라.



[수능특강]

상 증 하

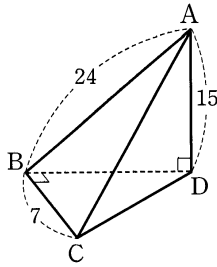
32. 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 평면 AFG 와 평면 AGH 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos^2\theta$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{5}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

상 중 아

33. 그림과 같은 사면체 ABCD에서 $\overline{AD} \perp$ (평면BCD), $\overline{BC} \perp \overline{BD}$, $\overline{BC}=7$, $\overline{AB}=24$, $\overline{AD}=15$ 이다. 평면 ABD와 평면 ACD가 이루는 각의 크기가 θ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은?

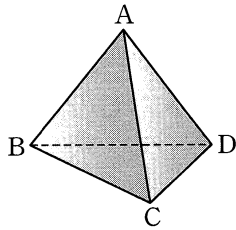


[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{20}$
- ② $\frac{3}{20}$
- ③ $\frac{5}{20}$
- ④ $\frac{7}{20}$
- ⑤ $\frac{9}{20}$

상 중 아

34. 그림과 같은 정사면체 ABCD에서 모서리 AB와 평면BCD가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?

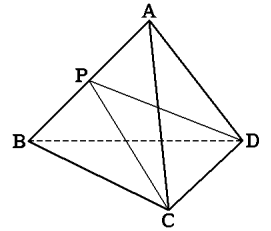


[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

상 중 아

35. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정사면체 ABCD에서 모서리 AB의 중점을 P라 하자. $\triangle PCD$ 와 $\triangle BCD$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?

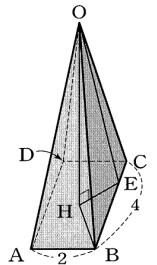


[수능특강]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

상 중 아

36. 그림과 같이 밑면이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$ 인 직각사각형 이고, 옆면은 이등변삼각형으로 이루어진 사각뿔 OABCD가 있다. 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H, 선분BC를 3:1로 내분하는 점을 E라 할 때, 두 평면 OBH와 OEH가 이루는 각 θ 에 대하여 $|\cos \theta|$ 의 값은?

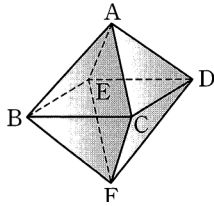


[인터넷수능]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- ② $\frac{\sqrt{7}}{7}$
- ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- ④ $\frac{\sqrt{1}}{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{10}$

상 증 아

37. 그림과 같은 정팔면체에서 평면ABC와 평면FBC가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

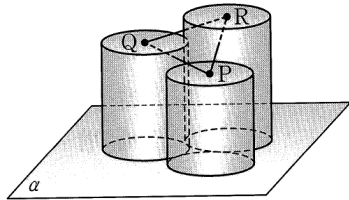


[인터넷수능]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

상 증 아

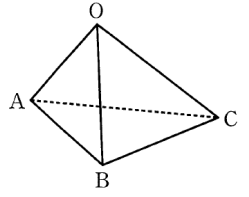
38. 그림과 같이 반지름의 길이가 모두 $\sqrt{3}$ 이고, 높이가 서로 다른 세 원기둥이 서로 외접하며 한 평면 α 위에 놓여있다. 평면 α 와 만나지 않는 세 원기둥의 밑면의 중심을 각각 P, Q, R라 할 때, 삼각형QPR는 이등변삼각형이고, 평면 QPR와 평면 α 가 이루는 각의 크기는 60° 이다. 세 원기둥의 높이를 각각 s, a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $s < a < b$)



[인터넷수능]

상 증 아

39. 오른쪽 그림과 같은 사면체 OABC가 있다. $\angle AOB = 45^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$, $\angle AOC = 90^\circ$ 일 때, 평면 AOB와 평면 BOC가 이루는 각의 크기는 θ 이다. 이때, $\cos\theta$ 의 값은? (단, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$)

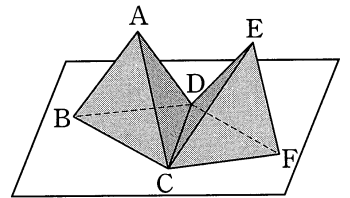


[고득점 200제]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

상 증 아

40. 그림과 같이 한 평면 위에 같은 크기의 정사면체가 모서리 CD를 공유하며 놓여 있다. 두 평면 ACD와 ECD가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?



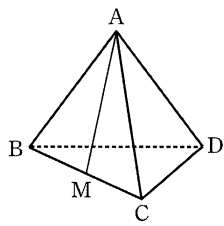
[인터넷수능]

010 정사영의 길이

상 중 아

41. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6인 정사면체 ABCD에서 \overline{BC} 의 중점을 M이라 할 때, 선분 AM의 평면 BCD 위로의 정사영의 길이는?

[수능특강]

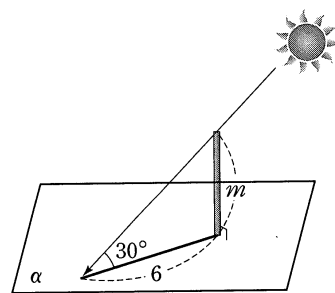


- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$
- ③ 2 ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

상 중 아

42. 그림과 같이 길이가 m 인 막대를 평면 α 위에 수직이 되게 놓은 후 평면 α 와 30° 의 각도를 이루는 빛으로 비춘 그림자의 길이가 6이었다. 이 막대를 그림자의 길이가 0이 되도록 기울였을 때, 평면 α 위로의 정사영의 길이는?

[인턴넷수능]

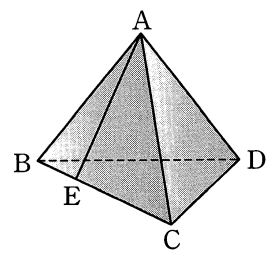


- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

상 중 아

43. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사면체 ABCD에서 변 BC를 1:2로 내분하는 점을 E라 할 때, 선분 AE의 평면 BCD 위로의 정사영의 길이는?

[인턴넷수능]

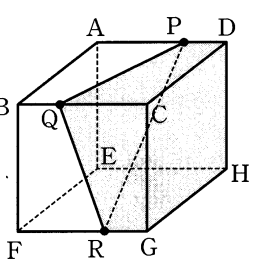


- ① 1 ② $\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{3}$ ④ 2
- ⑤ 3

상 중 아

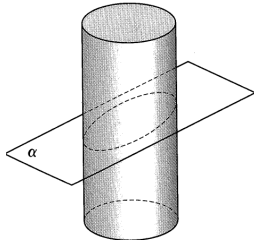
44. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3인 정육면체 ABCD-EFGH의 세 모서리 AD, BC, FG 위에 $\overline{DP} = \overline{BQ} = \overline{GR} = 1$ 인 세 점 P, Q, R가 있다. 평면 PQR와 평면 BCGH가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[인턴넷수능]



상 증 하

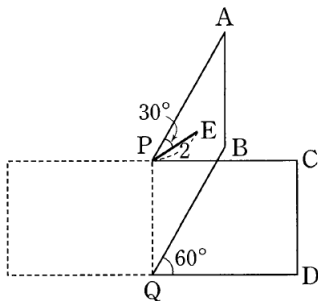
45. 그림과 같이 원기둥의 밑면과 θ 의 각을 이루는 평면 α 로 잘라 생긴 단면 S 는 장축의 길이가 $4\sqrt{2}$, 단축의 길이가 4인 타원이다. 이때, $100\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오.



[인터넷수능]

상 증 하

46. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이띠를 선분 PQ를 접는 선으로 두 면이 이루는 각의 크기가 60° 가 되도록 접었다. $\angle APE = 30^\circ$, $\overline{PE} = 2$ 일 때, 선분 PE의 평면 PCDQ 위로의 정사영의 길이는? (단, 점 E는 평면 ABQP 위의 점이고, $\overline{PQ} \perp \overline{QD}$ 이다.)

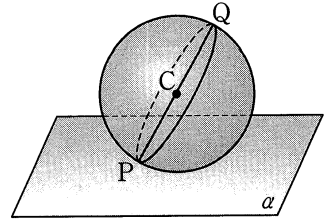


[고득점 200제]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{7}}{3}$
- ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{7}}{2}$
- ⑤ $\frac{3}{2}$

상 증 하

47. 그림은 평면 α 위에 중심이 C이고, 반지름의 길이가 2인 구를 놓은 것이다. 평면 α 와 60° 의 각을 이루며 구의 중심을 지나는 평면으로 잘라 생기는 원 위의 두 점 P, Q에 대하여 선분 PQ가 이 원의 지름이 되도록 잡을 때, 선분 PQ의 평면 α 위로의 정사영의 길이의 최댓값과 최솟값의 합은?



[인터넷수능]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

상 증 하

48. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3인 정사면체 OABC의 네 삼각형 OAB, OBC, OCA, ABC의 무게중심을 각각 G_1, G_2, G_3, G_4 라 할 때, 보기 중 옳은 것만 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

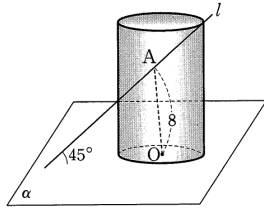
[보 기]

- ㄱ. $\overline{OA} \perp \overline{G_1G_2G_3}$
- ㄴ. $\overline{G_1G_3}$ 의 평면 ABC로의 정사영의 길이는 1이다.
- ㄷ. 삼각형 $G_1G_2G_3$ 의 무게중심을 G_5 라 하면 세 점 O, G_4, G_5 는 한 직선위에 있다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

49. 그림과 같은 평면 α 위에 밑면의 반지름의 길이가 4인 원기둥이 놓여 있다. 원기둥의 옆면의 한 점 A 에 접하면서 평면 α 와 이루는 각의 크기가 45° 인 직선을 l 이라 하자. 원기둥의 밑면의 중심 O 에서 점 A 까지의 거리가 8일 때, 중심 O 에서 직선 l 까지의 거리는?

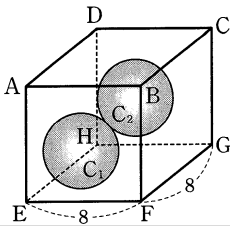


[인터넷수능]

- ① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{10}$
- ④ $4\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{10}$

상 증 아

50. 그림과 같이 직육면체 $ABCD-EFGH$ 의 밑면은 한 변의 길이가 8인 정사각형이다. 이 직육면체 안에서 반지름의 길이가 3인 두 개의 공 C_1, C_2 가 다음 조건을 만족하면서 외접해 있다.



- (가) 구 C_1 은 세 평면 $AEHD, EFGH, AEFB$ 에 접해 있다.
- (나) 구 C_2 는 세 평면 $ABCD, DHGC, BFGC$ 에 접해 있다.

두 구 C_1, C_2 의 중심을 지나는 직선이 평면 $EFGH$ 와 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

011 정사영의 넓이

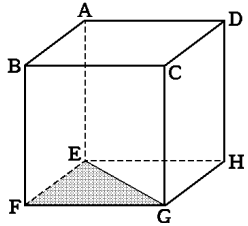
상 증 아

51. 두 평면 α, β 가 이루는 각의 크기가 60° 이고, 평면 α 위에 반지름의 길이가 8인 원이 있다. 이 원의 평면 β 위로의 정사영의 넓이가 $a\pi$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 증 아

52. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 삼각형 EFG 의 평면 ADG 위로의 정사영의 넓이는?

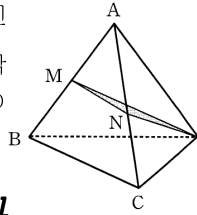


[수능특강]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{3}$ ④ 2
- ⑤ $\sqrt{5}$

상 증 아

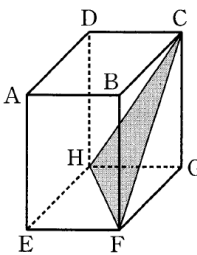
53. 오른쪽 그림과 같이 한 면이 넓이가 48인 정사면체 ABCD에서 \overline{AB} , \overline{AC} 의 중점을 각각 M, N이라 할 때, 삼각형 MND의 밑면 BCD 위로의 정사영의 넓이를 구하여라.



[수능특강]

상 증 아

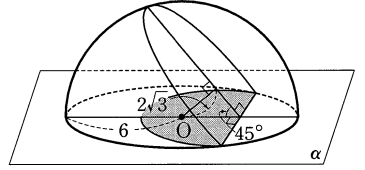
54. 오른쪽 그림과 같은 부피가 160인 직육면체 ABCD-EFGH에서 삼각형 CHF의 평면 ABCD, 평면 ABFE 위로의 정사영의 넓이가 각각 10, 20일 때, 삼각형 CHF의 평면 ADHE 위로의 정사영의 넓이를 구하시오.



[고득점 200제]

상 증 아

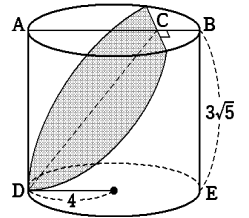
55. 반지름의 길이가 6인 반구가 평면 α 위에 놓여있다. 반구와 평면 α 가 만나서 생기는 원의 중심을 O라 하자. 그림과 같이 중심 O로부터 거리가 $2\sqrt{3}$ 이고, 평면 α 와 45° 의 각을 이루는 평면으로 반구를 자를 때, 반구에 나타나는 단면의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 $\sqrt{2}(a - \pi)$ 이다. 이때, $a + b\pi$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 자연수이다.)



[인터넷수능]

상 증 아

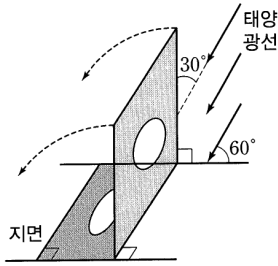
56. 오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4이고 높이가 $3\sqrt{5}$ 인 원기둥이 지면에 수직으로 세워져 있다. 지름 AB를 3:1로 내분하는 점 C를 지나면서 지름 AB와 수직인 직선을 포함하고 점 A를 원기둥의 밑면에 정사영한 점 D를 지나는 평면으로 원기둥을 자른 단면의 넓이가 $a\pi + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, 두 유리수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.



[수능특강]

상 중 아

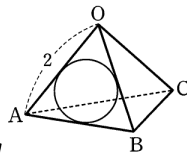
57. 그림과 같이 태양광선이 지면과 60° 의 각을 이루면서 비추고 있다. 한 변의 길이가 4인 정사각형의 중앙에 반지름의 길이가 1인 원 모양의 구멍이 뚫려 있는 판이 있다. 이 판은 지면과 수직으로 서 있고, 태양광선과 30° 의 각을 이루고 있다. 판의 밑변을 지면에 고정하고 판을 그림자 쪽으로 기울일 때, 생기는 그림자의 최대 넓이를 S 라 하자. S 의 값을 $\frac{\sqrt{3}(a+b\pi)}{3}$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이고, 판의 두께는 무시한다.)



[인터넷수능]

상 중 아

58. 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 2인 정사면체 $OABC$ 가 있다. 삼각형 OAB 에 내접하는 원을 평면 ABC 에 정사영한 도형의 넓이는?

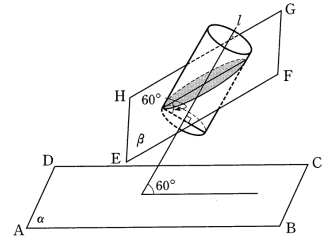


[인터넷수능]

- ① $\frac{\pi}{6}$
- ② $\frac{\pi}{7}$
- ③ $\frac{\pi}{8}$
- ④ $\frac{\pi}{9}$
- ⑤ $\frac{\pi}{10}$

상 중 아

59. 그림과 같이 반지름의 길이가 2, 높이가 10인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 밑면에 수직인 직선 l 은 밑면의 중심을 지나고 직사각형 $ABCD$ 와 60° 를 이루는 직사각형 $EFGH$ 로 원기둥을 자른 단면과 그 내부의 도형을 S 라 할 때, 도형 S 의 직사각형 $ABCD$ 위로의 정사영의 넓이는? (단, $\overline{AB} \parallel \overline{EH}$ 이고, 정사영은 직사각형 $ABCD$ 위에 있다.)

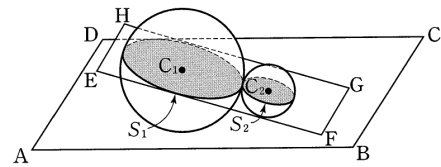


[인터넷수능]

- ① $\sqrt{3}\pi$
- ② $2\sqrt{3}\pi$
- ③ $3\sqrt{3}\pi$
- ④ $4\sqrt{3}\pi$
- ⑤ $5\sqrt{3}\pi$

상 중 아

60. 반지름의 길이가 각각 4, 1이고, 중심이 각각 C_1, C_2 인 구가 그림과 같이 직사각형 $ABCD$ 위에 서로 외접하면서 놓여 있다. 두 구의 중심을 지나는 직사각형 $EFGH$ 에 의하여 잘려 생기는 두 원 S_1, S_2 와 그 내부로 이루어진 도형의 직사각형 $ABCD$ 위로의 정사영의 넓이의 합은? (단, $\overline{FG} \parallel \overline{BC}$, $\overline{C_1C_2} \parallel \overline{AB}$ 이고, 선분 FG 는 직사각형 $ABCD$ 위에 놓여 있다.)

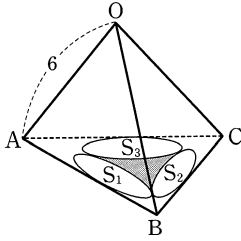


[인터넷수능]

- ① $\frac{62}{5}\pi$
- ② $\frac{64}{5}\pi$
- ③ $\frac{66}{5}\pi$
- ④ $\frac{67}{5}\pi$
- ⑤ $\frac{68}{5}\pi$

상 중 하

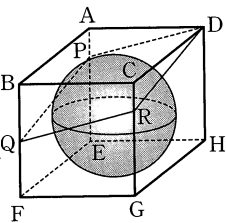
61. 한 모서리의 길이가 6인 정사면체 $OABC$ 가 있다. 세 삼각형 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 에 각각 내접하는 세 원의 평면 ABC 위로의 정사영을 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하자. 그림과 같이 세 도형 S_1, S_2, S_3 으로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S 라 할 때, $(S+\pi)^2$ 의 값을 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 하

62. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 에 내접하는 구가 있다. 모서리 AE, CG 를 1:3으로 내분하는 점을 각각 P, R 라 하고 모서리 BF 의 중점을 Q 라 한다. 네 점 D, P, Q 를 지나는 평면으로 내접하는 구를 자를 때, 생기는 원의 넓이는?

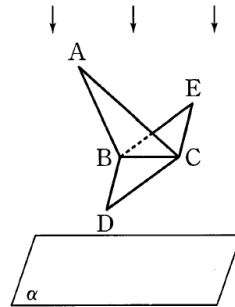


[인터넷수능]

- ① 26π
- ② 28π
- ③ 30π
- ④ 32π
- ⑤ 34π

상 중 하

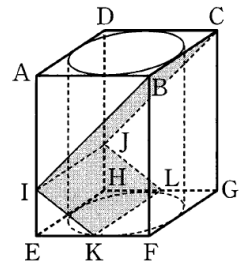
63. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\sqrt{7}$ 인 이등변삼각형이고, 사각형 $BDCE$ 는 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형이며, 이등변삼각형과 정사각형이 수직으로 만나고 있다. 평면 α 는 직선 BC 와 평행하고, 평면 $BDCE$ 와 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 이다. 햇볕이 평면 α 에 수직으로 비추고 있을 때, 평면 α 위에 그려지는 이등변삼각형과 정사각형의 그림자의 넓이를 구하시오. (단, 햇볕은 항상 평행하게 나아간다.)



[고득점 200제]

상 중 하

64. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 12$, $\overline{AE} = 17$ 인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 와 이 직육면체 안에 지름의 길이가 12이고 높이가 17인 원기둥이 있다. 수직으로 만나는 두 평면 $BCJI$ 와 $IJKL$ 로 원기둥을 자를 때 생기는 두 단면의 넓이의 합은? (단, 선분 LK 는 원의 지름이고, $\overline{IE} < \overline{AI}$ 이다.)



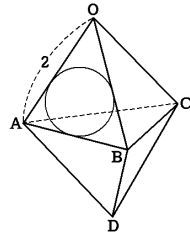
[고득점 200제]

- ① 60π
- ② 65π
- ③ 70π
- ④ 75π
- ⑤ 80π

상 증 하

65. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정사면체 두 개를 포개어 놓은 입체도형 OABCD에 대하여 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[수능특강]



[보 기]

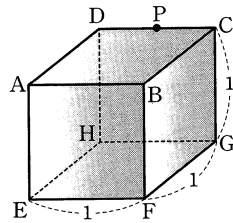
- ㄱ. 삼각형 OAD의 넓이는 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 이다.
- ㄴ. 두 평면 OAB와 ABD가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta = -\frac{2}{3}$ 이다.
- ㄷ. 삼각형 OAB에 내접하는 원을 평면 ABC에 정사영한 도형의 넓이는 $\frac{\pi}{9}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

66. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 1인 정육면체 ABCD-EFGH의 모서리 CD위에 동점 P가 있다. 세 점 P, A, G를 지나는 평면으로 정육면체를 자를 때 생기는 단면의 넓이의 최솟값은?

[인터넷수능]

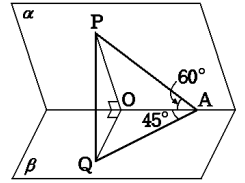


- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ③ 2 ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

상 증 하

67. 오른쪽 그림과 같이 $\angle PAO = 60^\circ$, $\angle QAO = 45^\circ$, $\overline{PA} = 4\sqrt{3}$, $\overline{PQ} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PO} \perp \overline{AO}$, $\overline{QO} \perp \overline{AO}$ 일 때, 평면 α 위의 삼각형 APO의 평면 β 위로의 정사영의 넓이를 구하여라.

[수능특강]

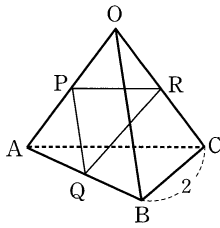


012

정사형의 넓이의 활용

상 중 아

68. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정사면체 OABC에서 \overline{OA} , \overline{AB} , \overline{OC} 의 중점을 각각 P, Q, R라 하자. 평면 PQR와 평면 ABC가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

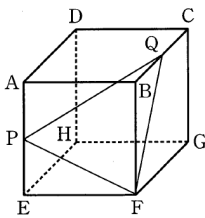


[수능특강]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

상 중 아

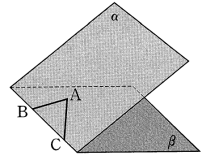
69. 오른쪽 그림과 같은 정육면체 ABCD-EFGH가 있다. 모서리 AE의 중점을 P, 모서리 BC의 중점을 Q라 하자. 평면 PQF와 평면 EFGH가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos^2\theta = \frac{n}{m}$ 이다. 서로소인 두 자연수 m, n의 합 $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



[고득점 200제]

상 중 아

70. 그림과 같이 두 평면 α, β 가 이루는 각의 크기가 θ 이고 평면 α 위에 있는 삼각형 ABC의 변 BC는 두 평면의 교선 위에 있다. 삼각형 ABC의 평면 β 로의 정사영을 A'BC라 할 때, 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



[인터넷수능]

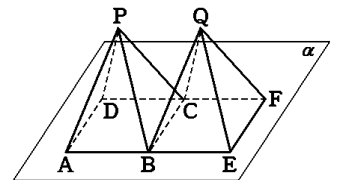
[보 기]

- ㄱ. $\overline{AB} \cos\theta = \overline{A'B}$ 이면 삼각형 A'BC는 직각삼각형이다.
- ㄴ. ABC의 무게중심의 정사영은 삼각형 A'BC의 무게중심이다.
- ㄷ. 삼각형 ABC가 정삼각형이고, 삼각형 A'BC가 둔각삼각형이면, $\cos^2\theta < \frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

71. 오른쪽 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 4인 정사각뿔 P-ABCD, Q-BEFC의 밑면이 평면 α 위에 놓여 있다. 삼각형 PBC의 내접원의 평면 ABCD 위로의 정사영을 T_1 , T_1 의 평면 PBC 위로의 정사영을 T_2 , T_2 의 평면 QBC 위로의 정사영을 T_3 이라 하자. T_1, T_2, T_3 의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 할 때, $\frac{S_2 + S_3}{S_1}$ 의 값은?



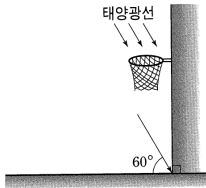
[수능특강]

- ① $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{7\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{3}}{9}$

013 실생활에서의 정사형의 넓이의 활용

상 증 아

72. 그림과 같이 지면과 수직으로 놓인 벽에 설치된 농구 골대는 반지름의 길이가 40cm 인 원형 모양이다. 태양광선이 지면과 60° 의 각을 이루면서 비출 때, 농구골대의 원형부분으로 둘러싸인 도형이 벽면에 비추어진 그림자의 넓이는?(단, 그물망은 제외하고, 원형부분의 그림자는 벽면에 있다.)



[인터넷수능]

- ① $1600\sqrt{3}\pi\text{cm}^2$ ② $1600\pi\text{cm}^2$ ③ $800\sqrt{3}\pi\text{cm}^2$
- ④ $800\pi\text{cm}^2$ ⑤ $400\sqrt{3}\pi\text{cm}^2$

공간좌표

014

좌표축에 대한 대칭이동

상 중 아

73. 점 $A(-3, 1, -3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P 라 하고, 점 $B(1, 4, -6)$ 을 zx 평면에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 한다. 선분 PQ 를 2 : 1 로 외분하는 점의 좌표를 $R(a, b, c)$ 라 할 때, abc 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

74. 좌표공간에서 점 P 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P_1 , 점 P_1 을 yz 평면에 대하여 대칭이동한 점을 P_2 , 점 P_2 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 P_3 이라 하자. 세 점 P, P_1, P_2 에 대하여 $\overline{PP_1} = 6, \overline{P_1P_2} = 8$ 을 만족할 때, $\overline{P_2P_3}$ 의 길이는?

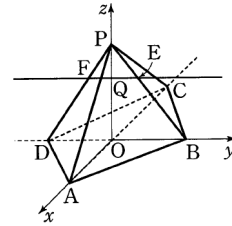
- ① $6\sqrt{2}$ ② 10 ③ $8\sqrt{2}$
- ④ 12 ⑤ $10\sqrt{2}$

[수능특강]

상 중 아

75. 좌표공간 위의 다섯 개의 점 $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0)$

$C(-1, 0, 0), D(0, -1, 0), P(0, 0, 3\sqrt{3})$ 으로 이루어진 입체도형 $P-ABCD$ 에 대하여 z 축 위의 점 $Q(0, 0, \sqrt{3}t) (0 \leq t < 3)$ 를 지나면서 xy 평면에 평행한 직선이 두 모서리 PB, PD 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, 다음은 삼각형 AEF 의 넓이를 구하는 과정이다.



yz 평면에서 두 점 P, B 를 지나는 직선의 방정식은

$$y + \frac{z}{\text{㉠}} = 1$$

따라서 점 E 의 좌표는 $E(0, \text{㉡}, \sqrt{3}t)$ 이고, 점 F 는 점 E 와 z 축에 대하여 대칭이므로

$$F(0, \text{㉢}, \sqrt{3}t)$$

또한 $\overline{AQ} \perp \overline{EF}$ 이므로 $\overline{AQ} = \sqrt{1+3t^2}$ 에서 삼각형 AEF 의 넓이를 $S(t)$ 라 하면

$$S(t) = \frac{1}{2} \times \overline{EF} \times \overline{AQ} = \text{㉣} \times \sqrt{1+3t^2}$$

위의 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

[인터넷수능]

- ① $3\sqrt{3}, 1 - \frac{t}{3}, -1 + \frac{t}{3}, \frac{3-t}{3}$ ② $3\sqrt{3}, 1 + \frac{t}{3}, -1 + \frac{t}{3}, \frac{3+t}{3}$
- ③ $3\sqrt{3}, 1 - \frac{t}{3}, -1 + \frac{t}{3}, \frac{3+t}{3}$ ④ $\sqrt{3}, 1 + \frac{t}{3}, -1 - \frac{t}{3}, \frac{3+t}{3}$
- ⑤ $\sqrt{3}, 1 - \frac{t}{3}, -1 - \frac{t}{3}, \frac{3-t}{3}$

015 좌표평면에 대한 대칭이동

상 중 아

76. xy 평면 위에 있지 않은 좌표공간 위의 점 P 를 xy 평면에 대하여 대칭이동한 점을 P_1 , z 축에 대하여 대칭이동한 점을 P_2 라 할 때, 다음 중 원점과 점 P 사이의 거리와 같은 것은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{3}P_1P_2$
- ② $\frac{1}{2}P_1P_2$
- ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}P_1P_2$
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}P_1P_2$
- ⑤ $\frac{2}{3}P_1P_2$

016 두 점 사이의 거리

상 중 아

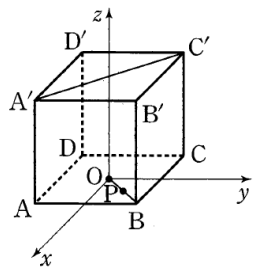
77. 좌표공간의 점 $P(0, 2, 1)$ 에서 xy 평면 위의 직선 $y=x$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, \overline{PH} 의 길이는?

[고득점 200제]

- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{3}$
- ④ 2
- ⑤ $\sqrt{5}$

상 중 아

78. 좌표공간에 8개의 점 $A(1, -1, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(-1, 1, 0)$, $D(-1, -1, 0)$, $A'(1, -1, 2)$, $B'(1, 1, 2)$, $C'(-1, 1, 2)$, $D'(-1, -1, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 정육면체가 있다. xy 평면 위의 점 $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ 과 직선

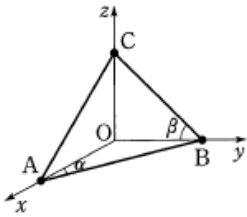


$A'C'$ 을 포함하는 평면으로 정육면체를 자른 단면의 넓이를 S 라 할 때, $10S$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 증 아

79. 좌표공간 위의 세 점 A, B, C가 그림과 같이 각각 x축, y축, z축 위에 놓여 있고, $\angle OAB = \alpha$, $\angle OBC = \beta$ 라 할 때, $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$, $\cos \beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 이다. 삼각형 ABC와 xy평면이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?

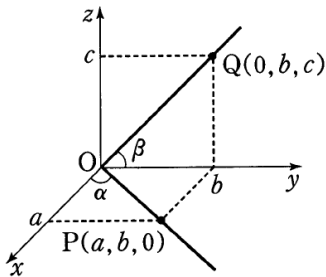


- ① $\frac{2}{7}$
- ② $\frac{3}{7}$
- ③ $\frac{4}{7}$
- ④ $\frac{5}{7}$
- ⑤ $\frac{6}{7}$

[인터넷수능]

상 증 아

80. 그림과 같이 xy평면 위의 점 $P(a, b, 0)$, yz평면 위의 점 $Q(0, b, c)$ 에 대하여 직선 OP와 직선 OQ가 x축, y축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 각각 α, β 라 할 때, 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a > 0, b > 0, c > 0$)



[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $\alpha = 60^\circ$ 이면 $b = \sqrt{3}a$ 이다.

ㄴ. $\overline{OP} = \overline{OQ} = 2$ 이고 $\beta = 30^\circ$ 이면 $\alpha = 60^\circ$ 이다.

ㄷ. $\angle QOP = 30^\circ$ 이면 $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

017 두 점 사이의 거리 활용

상 증 아

81. 좌표공간의 점 $P(a, b, c)$ 에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하면 $\overline{PQ} = 3\sqrt{5}$, $\overline{PR} = 5$ 이다. 점 P에서 z축에 내린 수선의 발 H의 좌표가 $H(0, 0, -3)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0, b < 0$)

[수능특강]

상 증 아

82. 두 점 $A(-3, 2, 1)$, $B(3, -1, 4)$ 에 대하여 선분 AB가 zx평면과 만나는 점을 P라 할 때, 선분 OP의 길이는? (단, O는 원점이다.)

[수능특강]

- ① $2\sqrt{2}$
- ② 3
- ③ $\sqrt{10}$
- ④ $\sqrt{11}$
- ⑤ $2\sqrt{3}$

상 증 아

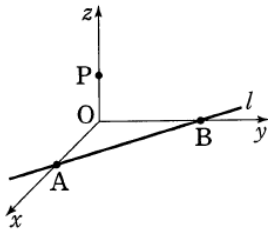
83. 좌표공간에서 네 점 $A(0, 3, -3)$, $B(3, -3, 0)$, $C(-3, 0, 3)$, $D(a, b, c)$ 를 꼭짓점으로 하는 사면체 $ABCD$ 가 정사면체가 될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 증 아

84. 좌표공간에서 두 점 $A(1, 0, 0)$, $B(0, \sqrt{3}, 0)$ 을 지나는 직선 l 이 있다. 점 $P(0, 0, \frac{1}{2})$ 로부터 직선 l 에 이르는 거리는?

[수능특강]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
- ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

상 증 아

85. 좌표공간의 세 점 $A(a, 0, b)$, $B(b, a, 0)$, $C(0, b, a)$ 에 대하여 $a^2 + b^2 = 4$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이의 최솟값은? (단, $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.)

[수능특강]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

상 증 아

86. 좌표공간 위의 점 P 의 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 내린 수선의 발을 각각 A , B , C 라 하자. 삼각형 ABC 는 넓이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형일 때, 선분 AP 의 길이는?

[인터넷수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

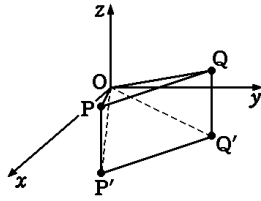
87. 한 모서리의 길이가 각각 2와 3인 두 정육면체를 그림과 같이 꼭짓점 O 와 두 모서리가 겹치도록 붙여 놓았다. 두 정육면체의 대각선 OA 와 OB 에 대하여 $\angle AOB$ 의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

상 중 아

88. 좌표공간에 두 점 $P(5, 3, 4)$, $Q(3, 5, 5)$ 가 있다. 두 점 P, Q 의 xy 평면 위로의 정사영을 각각 P', Q' 이라 할 때, 점 O, P, P', Q', Q 를 꼭짓점으로 하는 사각뿔의 부피는? (단, O 는 원점이다.)



[수능특강]

- ① 20 ② 22 ③ 24
- ④ 26 ⑤ 28

상 중 아

89. 좌표공간에서 x 축 위의 한 점 P 와 yz 평면 위의 한 점 Q 가 있다. 선분 PQ 의 xy 평면, yz 평면, zx 평면 위로의 정사영의 길이가 각각 8, 9, 7일 때, \overline{PQ}^2 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

90. 좌표공간에 두 점 $O(0, 0, 0)$, $A(0, 2, 0)$ 이 있고, 점 $P(x, y, z)$ 는 $\triangle OAP$ 의 넓이가 5가 되도록 움직이고 $0 \leq y \leq 2$ 이다. 점 P 가 움직이면서 만드는 도형을 평면 위에 펼쳤을 때의 넓이는?

[고득점 200제]

- ① 16π ② 20π ③ 24π
- ④ 28π ⑤ 32π

상 증 아

91. 좌표공간에 원점 O와 세 점 A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c)를 꼭짓점으로 하는 사면체 OABC가 있다. O에서 모서리 AB에 내린 수선의 발을 D라 하고, 사면체의 한 면인 $\triangle ABC$ 의 넓이를 S, 다른 세 면의 넓이를 S_1, S_2, S_3 이라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]

[보 기]

ㄱ. $\overline{OD} = \frac{|abl|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

ㄴ. $\overline{CD} = \sqrt{\frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{a^2 + b^2}}$

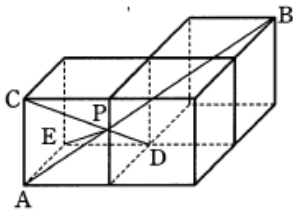
ㄷ. $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

92. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6인 세 개의 정육면체를 붙여서 만든 입체도형이 있다. 두 점 A, B를 잇는 선분과 두 점 C, D를 잇는 선분의 교점을 P라 할 때, 선분 EP의 길이는?

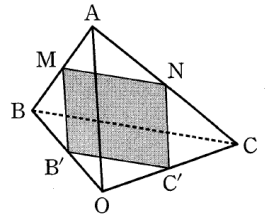
[인터넷수능]



- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $3\sqrt{7}$
 ④ $4\sqrt{7}$ ⑤ $6\sqrt{7}$

상 증 아

93. 오른쪽 그림의 사면체 OABC에서 M, N은 각각 모서리 AB, AC의 중점이고, B', C'은 각각 모서리 OB, OC의 중점이다. 네 점 O, A, B, C의 좌표를 각각 $O(0, 0, 0), A(0, 0, 4), B(-2, -4, 2), C(0, 4, 0)$ 이라 할 때, 사각형 B'C'NM의 넓이는?

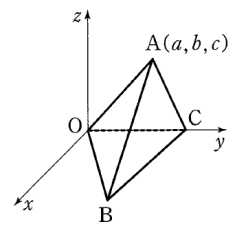


[고득점 200제]

- ① $\frac{\sqrt{17}}{2}$ ② $\sqrt{17}$ ③ $\frac{3\sqrt{17}}{2}$
 ④ $2\sqrt{17}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{17}}{2}$

상 증 아

94. 오른쪽 그림과 같이 원점이 O인 좌표공간에 정사면체 OABC가 있는데, $\triangle OBC$ 는 xy평면 위에 있다. C의 좌표가 (0, 6, 0)일 때, A의 좌표 (a, b, c)에 대하여 $3a^2 + 2b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0, b > 0, c > 0$)



[고득점 200제]

018 선분의 길이의 합의 최솟값 : 좌표축 위의 점인 경우

상 증 아

95. 좌표공간에서 두 점 $A(1, 0, 2)$ 와 $B(0, 3, 4)$ 가 있다. x 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?

- ① $5\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{3}$
- ④ $7\sqrt{2}$ ⑤ $7\sqrt{3}$

[인터넷수능]

상 증 아

96. 좌표공간 위의 두 점 $A(1, 0, 2)$, $B(0, 1, 0)$ 과 z 축 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?

- ① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{11}$
- ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

[수능특강]

상 증 아

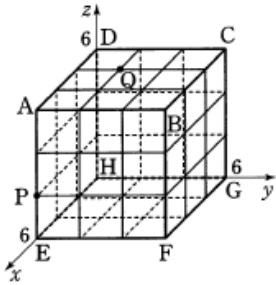
97. 좌표공간 위의 두 점 $A(1, 1, 2)$, $B(1, 0, 0)$ 에 대하여 z 축 위의 점을 P 라 할 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ 이다. 이때, 두 자연수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

019 선분의 길이의 합의 최솟값 : 두 점이 좌표평면 반대쪽

상 증 아

98. 그림과 같이 좌표공간에서 한 모서리의 길이가 6인 정육면체를 한 모서리의 길이가 2인 9개의 정육면체로 나누었다. 이 때, 두 점 P, Q와 평면 BFGC위를 움직이는 점 R에 대하여 $\overline{PR} + \overline{QR}$ 의 최솟값은?



[인터넷수능]

- ① $2\sqrt{33}$
- ② $\sqrt{142}$
- ③ $\sqrt{143}$
- ④ $\sqrt{145}$
- ⑤ $2\sqrt{39}$

020 선분의 길이의 합의 최솟값 : 두 점이 좌표평면 같은 쪽에 있는 경우

상 증 아

99. 좌표공간의 두 점 A(1, 2, 3), B(-3, -2, 1)이 있다. 점 P가 xy 평면 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

[인터넷수능]

- ① $3\sqrt{5}$
- ② $4\sqrt{3}$
- ③ $5\sqrt{2}$
- ④ $3\sqrt{6}$
- ⑤ $6\sqrt{2}$

021 선분의 좌표평면 위로의 정사영

상 증 아

100. 두 점 A(-1, 2, 3), B(2, -3, 4)를 xy 평면에 대하여 대칭이동한 점을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ABCD의 넓이는?

[수능특강]

- ① 32
- ② $7\sqrt{34}$
- ③ 42
- ④ $14\sqrt{10}$
- ⑤ $21\sqrt{5}$

상 증 아

101. 두 점 A(1, 2, 2), B(4, 8, 11)을 잇는 선분 AB를 2 : 1로 내분한 점을 P라 하고, 두 점 A, B의 xy 평면 위로의 정사영을 각각 A', B'이라 하자. 이때, 삼각형 A'B'P의 넓이는?

[수능특강]

- ① $6\sqrt{5}$
- ② $8\sqrt{5}$
- ③ $10\sqrt{5}$
- ④ $12\sqrt{5}$
- ⑤ $14\sqrt{5}$

상 중 아

102. 좌표공간의 서로 다른 두 점 A, B에 대하여 삼각형 OAB의 한 변 AB가 yz 평면과 평행할 때, 이 삼각형을 yz 평면에 정사영시킨 삼각형 OA'B'의 꼭짓점의 좌표가 $A'(0, -2, 2\sqrt{2})$, $B'(0, 2, 2\sqrt{2})$ 이다. 삼각형 OAB의 무게중심의 x 좌표가 4일 때, 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

[수능특강]

- ① $5\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{15}$ ③ $6\sqrt{2}$
- ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{11}$

상 중 아

103. 좌표공간에서 선분 AB의 xy 평면, yz 평면, zx 평면 위로의 정사영의 길이가 각각 3, 4, 5일 때, 선분의 AB길이는?

[인터넷수능]

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

상 중 아

104. 좌표공간 위의 두 점 $P(1, 2, 3)$, $Q(3, 2, 1)$ 에 대하여 $\overline{PR} \perp \overline{QR}$ 를 만족하는 점 R가 나타내는 도형을 C라 하자. 이 도형을 xy 평면 위로 정사영한 도형 위의 점 $(a, b, 0)$ 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 최솟값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

105. 좌표공간 위의 서로 다른 두 점 A, B에 대하여 삼각형 OAB의 한 변 AB가 xy 평면과 평행할 때, 이 삼각형을 xy 평면에 정사영시킨 삼각형 OA'B'의 꼭짓점의 좌표가 $A'(-2, 2\sqrt{3}, 0)$, $B'(2, 2\sqrt{3}, 0)$ 이다. 삼각형 OAB의 무게중심의 좌표가 $(a, b, 4)$ 일 때, 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

[인터넷수능]

- ① $4\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $7\sqrt{2}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

022 선분의 내분점 외분점

상 중 아

106. 두 점 $A(-1, 3, 4)$, $B(3, -1, 5)$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]

[보 기]

- ㄱ. xy 평면에 대한 점 A 의 대칭점 A' 의 좌표는 $(-1, 3, -4)$ 이다.
- ㄴ. 점 B 에서 yz 평면에 내린 수선의 발 H 의 좌표는 $(0, -1, 5)$ 이다.
- ㄷ. 선분 AB 는 zx 평면에 의하여 $3 : 1$ 로 내분된다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ,

상 중 아

107. 좌표공간의 세 점 $A(3, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, 0, 3)$ 에 대하여 선분 BC 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점을 P , 선분 AC 를 $1 : 2$ 로 내분하는 점을 Q 라 하자. 두 점 P, Q 의 xy 평면 위로의 정사영을 각각 P', Q' 이라 할 때, 삼각형의 $OP'Q'$ 넓이는? (단 O 는 원점이다.)

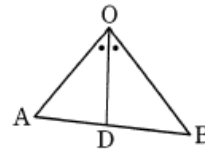
[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

108. 좌표공간 위의 두 점 $A(1, 1, 1)$, $B(2, -2, 2)$ 와 원점 O 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 에서 $\angle AOB$ 의 이등분선이 변 AB 와 만나는 교점의 좌표를 $D(a, b, c)$ 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

[인터넷수능]



- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
- ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

023 선분의 내분점 외분점 : 좌표평면 또는 좌표공간에 있을 때

상 중 아

109. 좌표공간 위의 두 점 $A(1, -2, 3)$, $B(4, 5, -6)$ 을 이은 선분 AB 는 xy 평면에 의해 $m:n$ 으로 내분된다. 이 때, $\frac{m}{n}$ 의 값은?

- [인터넷수능]
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

상 중 아

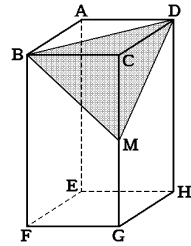
110. 좌표공간의 점 $(0, 1, 0)$ 을 출발하여 x 축과 평행하게 양의 방향으로 움직이는 점을 P , 점 $(0, 0, 1)$ 을 출발하여 y 축과 평행하게 양의 방향으로 움직이는 점을 Q 라 하자. 두 점 P, Q 가 매초 1의 속도로 움직인다고 할 때, 선분 PQ 를 2:1로 외분하는 점 R 에 대하여 \overline{OR} 의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.)

- [인터넷수능]
- ① $\sqrt{101}$ ② $\frac{\sqrt{102}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{103}}{3}$
 - ④ $\frac{\sqrt{26}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{105}}{5}$

024 삼각형의 무게중심

상 중 아

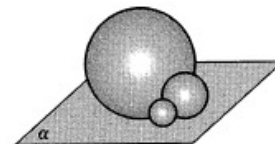
111. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=2$, $\overline{AE}=4$ 인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 선분 CG 의 중점을 M 이라 할 때, 삼각형 BMD 의 무게중심으로부터 점 E 까지의 거리는?



- [수능특강]
- ① $\frac{2\sqrt{33}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{34}}{3}$
 - ③ $\frac{2\sqrt{35}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{7}}{3}$

상 중 아

112. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 9, 15, 36이고 서로 외접하는 세 개의 구가 평면 α 위에 놓여 있다. 세 구의 중심을 각각 A, B, C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 무게중심으로부터 평면 α 까지의 거리를 구하시오.

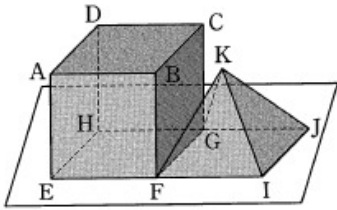


[수능특강]

상 증 하

113. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육면체

$ABCD-EFGH$ 와 밑면이 정사각형이고 모든 모서리의 길이가 같은 정사각뿔 $K-GFIJ$ 가 같은 평면 위에 놓여 있다. 삼각형 KHE 의 무게중심을 L 이라 할 때, 선분 GL 의 길이는?



[인터넷수능]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{5}$
- ④ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

상 증 하

114. 좌표공간 위의 두 점 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$ 와 서로 다른 두 점 B, C 가 다음 조건을 만족한다.

(가) 점 B 는 xy 평면 위에 있고, $\overline{OB} = \overline{AB} = 1$ 이다.
 (나) $\overline{OC} = \overline{AC} = \overline{BC} = 1$

점 B 의 y 좌표와 점 C 의 z 좌표가 양수일 때, 삼각형 OBC 의 무게중심의 좌표는?

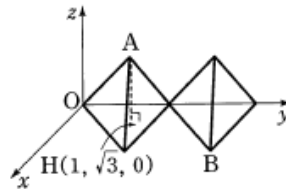
[인터넷수능]

- ① $\left(\frac{1}{2}, \frac{2\sqrt{2}}{5}, \frac{\sqrt{2}}{8}\right)$ ② $\left(\frac{1}{2}, \frac{2\sqrt{2}}{7}, \frac{3\sqrt{2}}{10}\right)$
- ③ $\left(\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{9}, \frac{\sqrt{6}}{9}\right)$ ④ $\left(\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{6}\right)$
- ⑤ $\left(\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{9}\right)$

상 증 하

115. 그림과 같이 합동인 두 개의 정사면체가 한 꼭짓점을 공유하며 밑면이 xy 평면에 놓이고 한 모서리가 y 축 위에 놓여 있다. 꼭짓점 A 에서 평면 xy 위에 내린 수선의 발이 $H(1, \sqrt{3}, 0)$ 일 때, 두 꼭짓점 A, B 사이의 거리는? (단 원점 O 는 정사면체의 한 꼭짓점이고, 점 B 의 x 좌표는 양수이다.)

[인터넷수능]

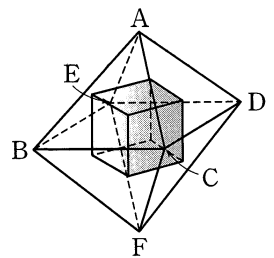


- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

상 증 하

116. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정팔면체의 각 면의 무게중심을 꼭짓점으로하는 입체도형의 부피는?

[인터넷수능]



- ① $14\sqrt{2}$ ② $15\sqrt{2}$
- ③ $16\sqrt{2}$ ④ $17\sqrt{2}$
- ⑤ $18\sqrt{2}$

025 구의 방정식

상 중 아

117. 좌표공간의 한 점 $(4, -3, 0)$ 으로부터 거리가 6 인 점들이 나타내는 도형은 구이다. 이 구의 중심을 C, 구 위의 임의의 두 점을 P, Q 라 할 때, 삼각형 CPQ 의 넓이의 최댓값을 구하 여라.

[수능특강]

상 중 아

118. 구 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 8z + 25 = 0$ 의 중심 C에서 xy 평면 위의 직선 $x - y = 0, z = 0$ 까지의 거리는?

[인터넷수능]

- ① $\sqrt{2}$
- ② $2\sqrt{2}$
- ③ $3\sqrt{2}$
- ④ $4\sqrt{2}$
- ⑤ $5\sqrt{2}$

상 중 아

119. 네 점 $O(0, 0, 0)A(1, 1, 0)B(4, 0, 4)C(0, -6, 0)$ 을 지나는 구의 중심을 O' , 구위의 임의의 두 점을 P, Q라 할 때, 삼각형 $O'PQ$ 의 넓이의 최댓값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{21}{2}$
- ② $\frac{23}{2}$
- ③ $\frac{25}{2}$
- ④ $\frac{27}{2}$
- ⑤ $\frac{29}{2}$

026 자취 방정식

상 중 아

120. 좌표공간 위의 구 $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$ 위의 점 $A(0, 0, 2)$ 를 지나고 z 축과 60° 의 각을 이루는 직선을 l 이라 하자. 직선 l 과 구가 만나는 점을 P 라 할 때, 점 P 가 나타내는 도형의 방정식이 $x^2 + y^2 = a, z = b$ 이다. 이때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

027 좌표 평면에 접하는 구의 방정식

상 중 아

121. 좌표 공간에서 x 축, y 축, z 축에 모두 접하는 구의 반지름의 길이가 $\sqrt{6}$ 일 때, 원점에서 구의 중심까지의 거리는? (단, 구의 중심의 x 좌표, y 좌표, z 좌표는 모두 양수이다.)

[수능특강]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

상 중 아

122. 좌표공간 위의 점 $P(1, 1, 2)$ 을 지나고 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 동시에 접하는 구는 두 개 있다. 이 때, 두 구의 중심 사이의 거리는?

[수능특강]

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

상 중 하

123. 좌표공간의 점 (2, 2, 4)를 지나고 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 동시에 접하는 구는 2개 있다. 이 두 구의 중심 사이의 거리는?

- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$
- ③ $4\sqrt{3}$
- ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

[수능특강]

상 중 하

124. 좌표공간에서 점 (4, 2, 2)를 지나고 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 동시에 접하는 두 구가 있다. 두 구의 중심을 각각 P, Q 라 할 때, 선분 PQ의 yz 평면으로의 정사영의 길이는?

- ① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{7}$
- ③ $4\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

[수능특강]

상 중 하

125. 좌표공간의 반지름의 길이가 $\sqrt{6}$ 인 구 위의 세 점 $A(4, 1, 1)$, $B(1, 4, 1)$, $C(0, 3, 3)$ 은 직각삼각형을 이룬다. 이 구 위의 점 에 P 대하여 선분 OP의 길이의 최댓값을 M, 최솟값 m을 이라 할 때, Mm 의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

[수능특강]

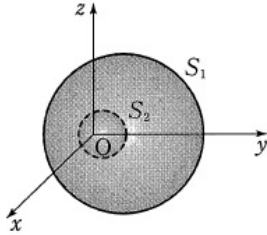
상 중 하

126. 좌표공간에서 두 점 A(0, 0, 1), B(0, 1, 2)를 지나고 xy 평면에 접하며 반지름의 길이가 r인 구가 있다. r의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, M^2+m^2 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 증 하

127. 그림과 같이 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 접하고 반지름의 길이가 1인 구 S_1 을 그린 후 S_1 에 외접하고 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 접하는 구 S_2 를 그린다. 이와 같이 구 S_1, S_2, \dots 를 그려나갈 때, 이 구들의 모든 겹넓이의 합은? (단, 모든 구의 중심의 x 좌표, y 좌표, z 좌표는 양수이고, S_{n+1} 의 반지름의 길이는 S_n 의 반지름의 길이보다 작다.)



[인터넷수능]

- ① $\frac{3\sqrt{3}+4}{3}\pi$
- ② $\frac{3\sqrt{3}+5}{3}\pi$
- ③ $\frac{4\sqrt{3}+3}{3}\pi$
- ④ $\frac{4\sqrt{3}+6}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{4\sqrt{3}+8}{3}\pi$

028 구와 좌표평면의 교선

상 증 하

128. 두 점 $A(2, -k, 3), B(-6, k, -1)$ 을 지름의 양끝으로 하는 구와 yz 평면이 만나서 생기는 도형의 넓이가 40π 일 때, 상수 k 에 대하여 k^2 의 값은?

[수능특강]

- ① 16
- ② 18
- ③ 20
- ④ 22
- ⑤ 24

상 증 하

129. 중심이 $(2, 5, 2)$ 이고 구 $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ 에 외접하는 구가 yz 평면에 의하여 잘린 단면의 넓이는?

[수능특강]

- ① 4π
- ② 5π
- ③ 6π
- ④ 7π
- ⑤ 8π

상 중 하

130. 좌표공간에 반구 $(x-5)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9, z \geq 0$ 이 있다. y 축을 포함하는 평면 α 가 반구와 접할 때, α 와 xy 평면이 이루는 각을 θ 라 하자. 이 때, $30 \cos \theta$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[수능특강]

상 중 하

131. 좌표 공간에 있는 구 $x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = 1$ 과 yz 평면이 만나서 생기는 도형과 yz 평면 위의 직선 $\frac{1}{2}y + az = 1$ 이 한 점에서 만날 때, 양수 a 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{\sqrt{21}}{4}$
- ② $\frac{\sqrt{22}}{4}$
- ③ $\frac{\sqrt{23}}{4}$
- ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- ⑤ $\frac{5}{4}$

상 중 하

132. 다음 두 조건을 만족하는 좌표공간의 구 $x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz = 0$ 이 있다. 이 때, $P(2, 1, 5)$ 에서 구에 그은 접선의 길이는?

[수능특강]

(가) 평면과 만나서 생기는 도형의 방정식은 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ 이다.
 (나) 점 $P(2, 1, 5)$ 에서 구의 중심까지의 거리는 7이다.

- ① $\sqrt{11}$
- ② $2\sqrt{11}$
- ③ $3\sqrt{11}$
- ④ $2\sqrt{13}$
- ⑤ $3\sqrt{13}$

상 중 하

133. 반지름의 길이가 $\sqrt{6}$ 인 구 C 가 xy 평면과 만나서 생기는 도형의 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 2, z=0$ 방정식이 이다. y 축을 포함하면서 구 C 와 접하는 두 평면이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $|\cos \theta|$ 의 값은?

[인티넷수능]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{5}$
- ⑤ $\frac{1}{6}$

상 증 하

134. 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 의 위의 두 동점 P, Q 가 있다. 삼각형 OPQ 의 무게중심의 x 좌표가 1이 되도록 두 점 P, Q 가 움직일 때, 점 $A(3, 0, 0)$ 에 대하여 선분 AP 의 길이의 최댓값은?

(단, O 는 원점이다.)

[인터넷수능]

- ① $3\sqrt{2}$ ② 4 ③ $3\sqrt{3}$ ④ 5 ⑤ $4\sqrt{2}$

상 증 하

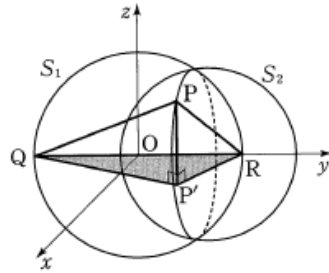
135. 좌표공간에서 반지름의 길이가 $\sqrt{86}$ 이고 xy 평면과 만나는 교선이 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ 인 구는 두 개 존재한다. 이 두 구의 중심의 z 좌표를 z_1, z_2 라 할 때, $|z_1| + |z_2|$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 증 하

136. 두 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 81$, $x^2 + (y-5)^2 + z^2 = 56$ 을 각각 S_1, S_2 라 하자. 두 구 S_1, S_2 가 만나서 생기는 원 위의 한 점을 P 라 하고, 점 P 의 xy 평면 위로의 정사영을 P' 이라 하자. 구 S_1 과 y 축이 만나는 점을 각각 Q, R 라 할 때, 사면체 $PQP'R$ 의 부피의 최댓값을 구하시오.

[인터넷수능]



상 증 하

137. 좌표공간에서 x 축을 포함하고 xy 평면과 이루는 각의 크기가 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)인 평면을 α 라 하자.

평면 α 가 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 과 만나서 생기는 도형의 xy 평면 위로의 정사영이 영역 $\{(x, y, 0) | x + 3y - 2 \leq 0\}$ 에 포함되도록 하는 θ 에 대하여 $\cos \theta$ 의 최댓값을 M 이라 하자. $60M^2$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

029 구와 직선의 교점

상 중 아

138. 좌표공간의 두 점 $(10, 2, 5)$, $(-6, 10, 11)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 구가 z 축과 만나는 두 점 사이의 거리를 구하시오.

[수능특강]

상 중 아

139. 좌표공간에서 xy 평면, yz 평면, zx 평면은 공간을 8개의 부분으로 나눈다. 이 8개의 부분 중에서 구 $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 24$ 가 지나지 않는 부분의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

상 중 아

140. 구 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 8 = 0$ 과 x 축, y 축, z 축과 만나는 점을 각각 $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ 라 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? (단, $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ 이다.)

[인터넷수능]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

상 중 아

141. 좌표공간에 세 점 $A(0, 0, 2)$, $B(2, 0, 0)$, $C(0, 4, 0)$ 이 있다. 점 $(0, 0, 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 구를 S 라 하자. 구 S 와 직선 AB 의 교점 중 A 가 아닌 점을 D 라 하고, 구 S 와 직선 AC 의 교점 중 A 가 아닌 점을 E 라 하자. $\angle AED$ 의 크기를 α 라 할 때, $\sin\alpha$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{30}}{10}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{\sqrt{70}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

상 > 증 > 하

142. 좌표공간 위의 세 점 $A(0, 0, 2), B(2, 0, 0), C(0, 4, 0)$ 과 중심이 $S(0, 0, 1)$ 이고 반지름의 길이가 1인 구 S 가 있다. 직선 AB 와 구 S 의 교점을 D , 직선 AC 와 구 S 의 교점을 E 라 할 때, $\angle AED = \theta$ 에 대하여 $\sin \theta$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$
- ④ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{2}$

[인터넷수능]

030 구에 그은 접선의 길이

상 > 증 > 하

143. 중심이 $(4, 1, 3)$ 이고 반지름의 길이가 4인 구가 있다. 점 $P(0, 1, 6)$ 에서 이 구에 그은 접선과 구의 접점을 T 라 할 때, 접점 T 가 나타내는 도형을 밑면으로 하고 선분 PT 를 모선으로 하는 입체의 부피는 $\frac{b}{a}\pi$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로 소인 자연수이다.)

[수능특강]

031 두 구의 위치관계

상 > 증 > 하

144. 두 구 $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$, $(x+1)^2 + (y-k)^2 + (z-3)^2 = 9$ 의 xy 평면 위로의 정사영이 서로 외접할 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 > 증 > 하

145. 두 집합

$$A = \left\{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = \frac{25}{4} \right\},$$

$$B = \left\{ (x, y, z) \mid (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = \frac{9}{4} \right\}$$

에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 가 되도록 하는 점 (a, b, c) 가 만드는 입체의 부피는?

- ① 76π ② 84π ③ 92π
- ④ 100π ⑤ 108π

[고득점 200제]

상 중 아

146. 중심이 $(1, 2, a)$ 이고 반지름의 길이가 2인 구와

구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 이 서로 외접할 때, 접점의 좌표는 (b, c, d) 이다. 이때, 네 상수 a, b, c, d 의 합 $a + b + c + d$ 의 값은? (단, $a > 0$)

[인터넷수능]

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{3}$ ⑤ $\frac{14}{3}$

상 중 아

147. 좌표공간에 구 $C_1 : (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-13)^2 = 169$ 와 xy 평면 위를 움직이는 점 P 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 구 C_2 가 있다. 두 구 C_1, C_2 가 공통부분을 갖는다는 할 때, 점 P 가 존재하는 영역의 넓이는?

[인터넷수능]

- ① 26π ② 27π ③ 28π
 ④ 30π ⑤ 32π

상 중 아

148. 좌표공간에 있는 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 64$ 와 xy 평면 위의 점 $P(a, b, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 구가 공통부분을 가질 때, 점 P 가 존재하는 영역의 넓이는?

[수능특강]

- ① 32π ② 64π ③ 72π
 ④ 81π ⑤ 100π

상 중 아

149. 다음 조건을 만족하는 점 P 전체의 집합이 나타내는 도형의 둘레의 길이는?

[인터넷수능]

좌표공간에서 점 P 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 구가 두 개의 구
 $x^2 + y^2 + z^2 = 1,$
 $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$
 에 동시에 외접한다.

- ① $\frac{2\sqrt{5}}{3}\pi$ ② $\sqrt{5}\pi$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}\pi$
 ④ $2\sqrt{5}\pi$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{3}\pi$

상 중 하

150. 좌표공간 위의 두 구 $C_1: x^2 + y^2 + z^2 = 4$,
 $C_2: (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = 9$ 의 중심 사이의 거리를
 $d(a, b, c)$ 라 할 때, 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $d(1, 2, 3) = \sqrt{14}$
- ㄴ. $d(1, 2, 3) = 5$ 이면 두 구 C_1, C_2 는 반드시 한 점에서 만난다.
- ㄷ. $d(1, 2, 3) = 3$ 을 만족하는 점 (a, b, c) 가 나타내는 도형의 부피는 36π 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

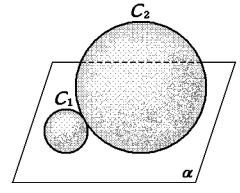
151. 좌표공간의 구 $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 3$ 위의 점 중 원점 O에서 가장 먼 거리에 있는 점을 P라 하고, 점 P에서 이 구에 접하는 평면을 α 라 하자. 원점 O에 설치한 점광원에서 구를 향해 빛을 비출 때, 구에 가려 평면 α 에 빛이 닿지 않는 부분의 넓이는?

[인터넷수능]

- ① 3π ② 4π ③ 5π
- ④ 6π ⑤ 7π

상 중 하

152. 오른쪽 그림과 같이 평면 α 에 접하는 두 구 C_1, C_2 가 있다. 두 구 C_1, C_2 의 반지름의 길이는 각각 5, 15이고, 두 구 C_1, C_2 가 점 P에서 서로 외접할 때, 점 P와 평면 α 사이의 거리는 $\frac{b}{a}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)



[인터넷수능]

032 점과 구 사이의 최단거리

상 증 아

153. 좌표공간의 구 $(x-6)^2 + (y-8)^2 + (z-2)^2 = 40$ 이 xy 평면과 만나서 생기는 도형 위의 점을 P 라 하자. 점 A(0, 0, 8) 과 P 를 잇는 선분 AP 의 길이의 최솟값은?

[인터넷수능]

- ① 7 ② $3\sqrt{6}$ ③ 8
- ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

상 증 아

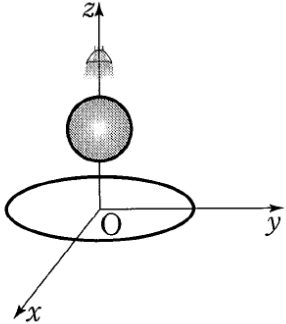
154. 좌표공간의 반지름의 길이가 $\sqrt{6}$ 인 구 위의 세 점 A(4, 1, 1), B(1, 4, 1), C(0, 3, 3)은 직각삼각형을 이룬다. 이 구 위의 점 에 P대하여 선분 OP의 길이의 최댓값을 M, 최솟값 m 을 이라 할 때, Mm의 값은? (단, O는 원점이다.)

[인터넷수능]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

상 증 아

155. 그림과 같이 z축 위의 점 (0, 0, a)에 있는 전등에서 구 $x^2 + y^2 + z^2 - 8z + 15 = 0$ 을 비추었을 때, xy평면에 생긴 구의 그림자가 나타내는 도형의 방정식이 $x^2 + y^2 = 12$ 이다. 이때, 상수 a의 값은?(단, $a > 4$)



[인터넷수능]

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

상 증 아

156. 좌표공간의 xy평면에 일직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점 A, B, C가 있다. 이 세 점과 구 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 386$ 위를 움직이는 점 D를 꼭짓점으로 하는 사면체 ABCD의 부피가 최대일 때, 삼각형 ABC를 밑면으로 하는 사면체 ABCD의 높이를 구하시오.

[인터넷수능]

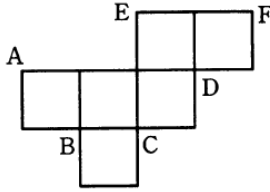
11. 벡터



01 벡터의 뜻

상 증 아

1. 그림은 어떤 정육면체의 전개도이다. 원래의 정육면체에서 벡터 \vec{AB} 와 같은 것은?

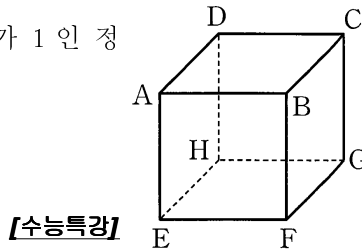


[98 대수능 인터넷수능]

- ① \vec{CD}
- ② \vec{DC}
- ③ \vec{ED}
- ④ \vec{DE}
- ⑤ \vec{FD}

상 증 아

2. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 1인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 $|\vec{AB} + \vec{DH} + \vec{FG}|$ 의 값을 구하여라.



[수능특강]

상 증 아

3. 다음 중 벡터 $\vec{AC} + \vec{DB} + \vec{CD} + \vec{BA}$ 와 항상 같은 벡터는?

[수능특강]

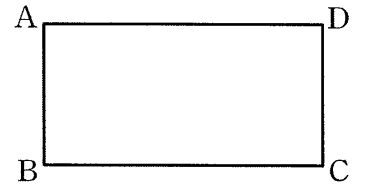
- ① $\vec{0}$
- ② $2\vec{AB}$
- ③ \vec{AD}
- ④ $2\vec{BA}$
- ⑤ \vec{BC}

상 증 아

4. 직사각형 ABCD에서 $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$ 와 같은 벡터는?

[수능특강]

- ① $2\vec{AC}$
- ② $2\vec{BD}$
- ③ $2\vec{DB}$
- ④ $3\vec{AC}$
- ⑤ $3\vec{BD}$

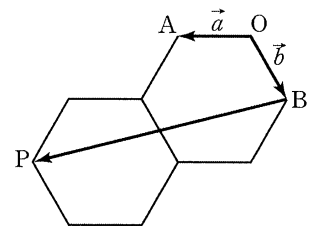


상 증 아

5. 오른쪽 그림과 같이 서로 합동인 2개의 정육각형이 한 변을 공유하고 있다. $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ 라 할 때, \vec{BP} 를 \vec{a} 와 \vec{b} 로 나타낸 것은?

[수능특강]

- ① $4\vec{a} + 2\vec{b}$
- ② $4\vec{a} + \vec{b}$
- ③ $3\vec{a} + 2\vec{b}$
- ④ $3\vec{a} + \vec{b}$
- ⑤ $2\vec{a} + 4\vec{b}$

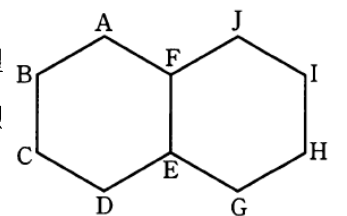


상 증 아

6. 그림은 한 변을 공유하고 한 변의 길이가 1인 두 정육각형을 붙여 나타낸 것이다. 이 때, $|\vec{AC} + \vec{EF} - \vec{BG}|$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\sqrt{10}$
- ② $\sqrt{11}$
- ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $\sqrt{13}$
- ⑤ $\sqrt{14}$



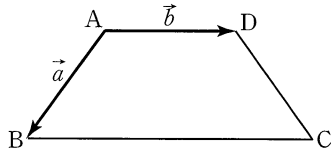
상 중 하

7. $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴

ABCD 에서 $\overline{BC} = 2\overline{AD}$ 이다.

$\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{AD} = \vec{b}$ 라 할 때,

벡터 $\overline{BD} + \overline{AC}$ 를 \vec{a} , \vec{b} 로 나타낸 것은?



[수능특강]

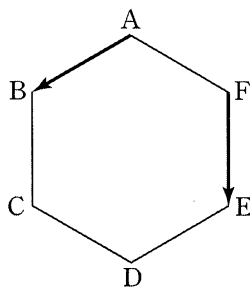
- ① $3\vec{a}$
- ② $3\vec{b}$
- ③ $3\vec{a} - \vec{b}$
- ④ $2\vec{a} + 2\vec{b}$
- ⑤ $3\vec{a} + 3\vec{b}$

상 중 하

8. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인

정육각형 ABCDEF 에 대하여 벡터

$\overline{AB} + \overline{FE}$ 의 크기는?



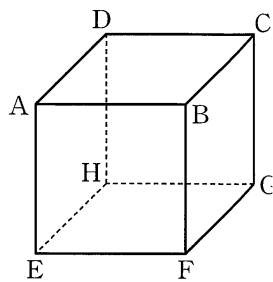
[수능특강]

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ $2\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{3}$
- ⑤ $3\sqrt{3}$

상 중 하

9. 정육면체 ABCD - EFGH 의 서로 다른

두 꼭짓점을 각각 시점과 종점으로 하는 서로 다른 벡터의 개수를 구하여라.



[수능특강]

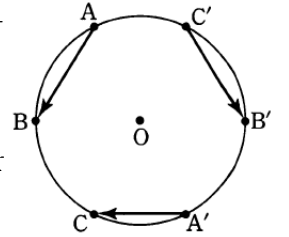
상 중 하

10. 그림과 같이 중심이 O인 원 위의 서로

다른 여섯 개의 점 A, B, C, A', B', C'이

있다. A와 A', B와 B', C와 C'이 점 O에

대하여 대칭일 때, $\overline{AB} + \overline{A'C} - \overline{C'B'}$ 을 간단히 나타낸 것은?



[인터넷수능]

- ① $2\overline{OA}$
- ② $2\overline{OA'}$
- ③ $2\overline{OB}$
- ④ $2\overline{OB'}$
- ⑤ $2\overline{OC}$

상 중 하

11. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 6인 원 위에 세

점 A, B, C가 있다.

$\overline{OC} = \overline{OB} - \overline{OA}$ 를 만족할 때, 부채꼴 OAB의 넓이는?

- ① 2π
- ② 3π
- ③ 4π
- ④ 5π
- ⑤ 6π

[인터넷수능]

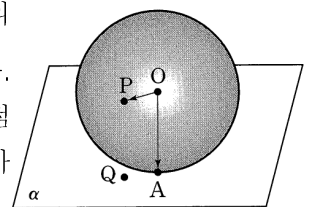
상 중 하

12. 평면 α 위에 중심이 O이고 반지름의

길이가 1인 구가 점 A에서 접하고 있다.

$\overline{OP} + \overline{OA} = \overline{OQ}$ 를 만족하는 구 위의 점

P와 평면 α 위의 점 Q에 대하여 점 Q가 나타내는 도형의 길이는?

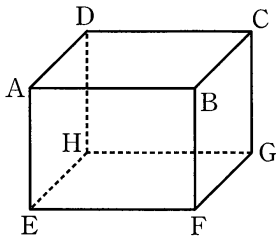


[인터넷수능]

- ① π
- ② 2π
- ③ 3π
- ④ 4π
- ⑤ 5π

상 중 아

13. 오른쪽 그림과 같은 직육면체 ABCD-EFGH 에 대하여 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?



[수능특강]

[보기]

- ㄱ. $\vec{BD} + \vec{CF} = \vec{BE}$
- ㄴ. $|\vec{AC}| + |\vec{AF}| > 2|\vec{EF}|$
- ㄷ. $|\vec{AC} + \vec{AF}| > 2|\vec{EF}|$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

14. 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF에서 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$ 라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]

[보기]

- ㄱ. $\vec{FD} = \vec{a} + \vec{b}$
- ㄴ. $\vec{BE} = 2(\vec{b} - \vec{a})$
- ㄷ. $|\vec{AB} + \vec{FE} + \vec{FD}| = 4\sqrt{3}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

02

벡터의 연산

상 중 아

15. $3\vec{x} + 2\vec{y} = \vec{a}$, $2\vec{x} - 3\vec{y} = \vec{b}$ 를 만족시키는 두 벡터 \vec{x} , \vec{y} 에 대하여 $\vec{x} + \vec{y} = k\vec{a} + l\vec{b}$ 가 성립할 때, $k+l$ 의 값을 구하여라. (단, k, l 은 실수이고, 영벡터가 아닌 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 는 서로 평행하지 않다.)

[수능특강]

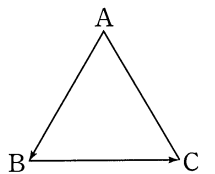
상 중 아

16. $\vec{OA} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{OB} = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{OC} = 4\vec{a} + m\vec{b}$ 일 때, \vec{AB} 와 \vec{AC} 가 평행하도록 하는 실수 m 의 값을 구하여라. (단, 영벡터가 아닌 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 는 서로 평행하지 않다.)

[수능특강]

상 중 아

17. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC 에 대하여 $|\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{BC}|$ 의 값은?



[인터넷수능]

- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
- ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

상 중 아

18. $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OP} = -2\vec{a} + t\vec{b}$ 일 때, 점 P가 직선 AB 위에 있도록 하는 실수 t의 값은? (단, $\vec{a} \neq \vec{b}$, $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$)

[고득점 200제]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

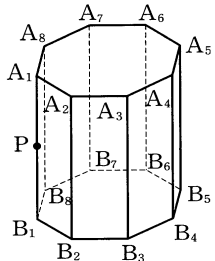
상 중 아

19. 타원 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자. 이 타원 위의 점 P가 $|\vec{OP} + \vec{OF}| = 1$ 을 만족시킬 때, 선분 PF의 길이는 k이다. 5k의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

[10 대수능 인터넷수능]

상 중 아

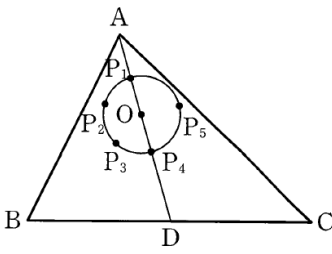
20. 그림은 밑면이 정팔각형인 팔각기둥이다. $\overline{A_1A_3} = 3\sqrt{2}$ 이고, 점 P가 모서리 A_1B_1 의 중점일 때, 벡터 $\sum_{i=1}^8 (\vec{PA_i} + \vec{PB_i})$ 의 크기를 구하시오.



[09 9월 모의평가 인터넷수능]

상 중 아

21. 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 한 중선 AD 위에 중심을 갖는 원 O가 $\triangle ABC$ 의 내부에 있고, 이 원 위를 움직이는 점 P가 있다. 이때, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 중 $|\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC}|$ 를 최대 하는 점의 위치는? (단, $\overline{AO} < \overline{DO}$)



[고득점 200제]

- ① P₁ ② P₂ ③ P₃
- ④ P₄ ⑤ P₅

상 중 아

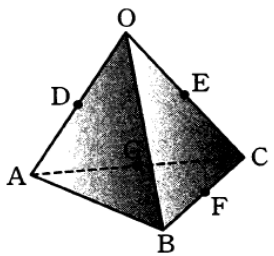
22. 좌표평면 위의 점 A가 부등식 $y \geq \frac{1}{4}x^2 + 3$ 이 나타내는 영역에서 움직일 때, 벡터 $\vec{OB} = \frac{\vec{OA}}{|\vec{OA}|}$ 의 종점 B가 나타내는 도형의 길이는?(단, O는 원점이다.)

[04 대수능 인터넷수능]

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
- ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ 3

상 중 아

23. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정사면체 OABC의 네 모서리 OA, OC, BC, CA의 중점을 각각 D, E, F, G라 하자. 이 때, $|\vec{OD} - 2\vec{EF} + \vec{GB}|$ 의 값은?



[인터넷수능]

- ① 2 ② $\sqrt{3}$
- ③ $\sqrt{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

상 중 아

24. 그림과 같이 사면체 $ABCD$ 에서

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}, \overrightarrow{CD} = \vec{c}, \overrightarrow{BD} = \vec{d}$$

라 할 때, 등식

$$x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{d}$$

를 만족하는 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x+y+z$ 의 값은?

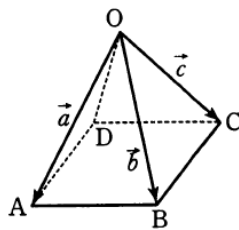
[인터넷수능]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

상 중 아

25. 그림과 같은 정사각뿔 $O-ABCD$ 에서 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b},$

$\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ 라 할 때, \overrightarrow{OD} 를 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 로 나타낸 것은?



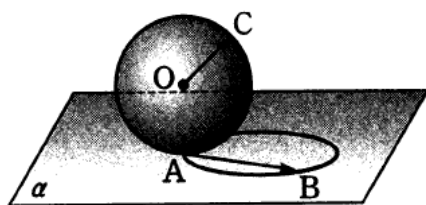
[인터넷수능]

- ① $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ② $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$
- ③ $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ ④ $-\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$
- ⑤ $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$

상 중 아

26. 평면 α 위의 한 점 A 에서

반지름의 길이가 2인 구가 접해 있고, 점 A 를 지나고 반지름의 길이가 2인 원이 평면 α 위에 있다. 구 위의 점 C 와 원 위의 점



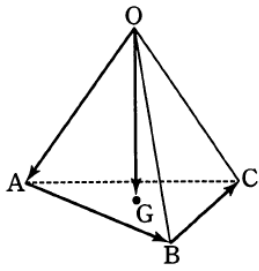
B 에 대하여 $|\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AB}|$ 의 최댓값은? (단, O 는 구의 중심이고, 두 점 B, C 는 A 와 서로 다른 점이다.)

[인터넷수능]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

상 중 아

27. 그림과 같은 사면체 $OABC$ 에서 삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 할 때, $\vec{OG} = x\vec{OA} + y\vec{AB} + z\vec{BC}$ 를 만족하는 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x+y+z$ 의 값은?

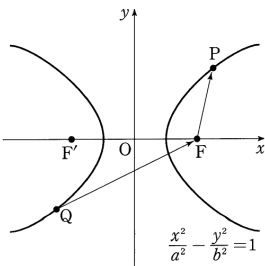


[인터넷수능]

- ① -2 ② -1
- ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

상 중 아

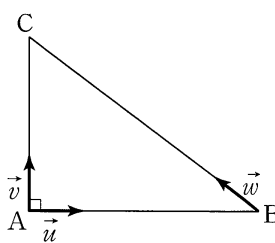
28. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하고, 쌍곡선 위의 점 P 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하자.
 $|\vec{FP} - \vec{QF}| = 10, ||\vec{FP}| - |\vec{QF}|| = 6$
 일 때, 두 양수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 아

29. $\vec{AB} = 4, \vec{AC} = 3, \angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BC}$ 와 같은 방향의 단위벡터를 각각 $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ 라 하자. $\vec{w} = l\vec{u} + m\vec{v}$ 를 만족시키는 두 실수 l, m 에 대하여 $l+m$ 의 값은?

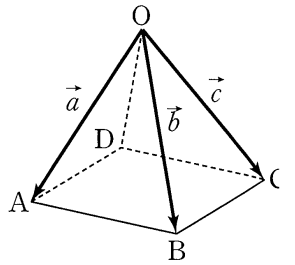


[수능특강]

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

상 중 아

30. 오른쪽 그림과 같이 밑면이 정사각형인 사각뿔 $O-ABCD$ 에서 $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$ 라 하자. $\vec{OD} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$ 를 만족시키는 실수 p, q, r 에 대하여 $100p+10q+r$ 의 값을 구하여라.



[수능특강]

상 중 아

31. 서로 다른 네 점 A, B, C, D 가 $\vec{AD} + \vec{BC} + \vec{DC} = \vec{0}$ 을 만족시킬 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[수능특강]

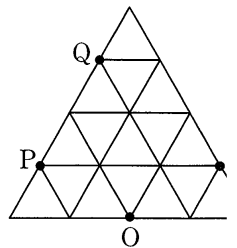
[보 기]

ㄱ. 세 점 A, B, C 는 한 직선 위에 있다.
 ㄴ. $\vec{AB} = 2\vec{AC}$
 ㄷ. 삼각형 ABD 는 직각삼각형이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

32. 오른쪽 그림과 같이 16개의 합동인 정삼각형으로 이루어진 도형 위에 네 점 O, P, Q, R 가 있다. $\vec{OR} = s\vec{OP} + t\vec{OQ}$ 로 나타낼 때, $s+t$ 의 값은?(단, s, t 는 실수이다.)



[수능특강]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$
- ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

상 증 아

33. 한 변의 길이가 4 인 정삼각형 ABC 에 대하여 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

[보 기]

$$\begin{aligned} \text{(가)} & \quad \vec{2PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \vec{AB} \\ \text{(나)} & \quad \vec{QA} + 2\vec{QB} + \vec{QC} = \vec{BC} \end{aligned}$$

이때, 삼각형 APQ 의 넓이는?

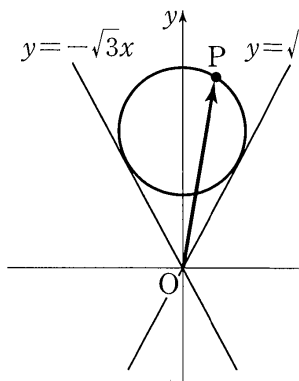
- ① $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

[수능특강]

상 증 아

34. 오른쪽 그림과 같이 중심이 y 축 위에 있고 두 직선 $y = \sqrt{3}x$, $y = -\sqrt{3}x$ 와 각각 한 점에서 만나는 원 위의 움직이는 점을 P 라 하자.

이때, $\vec{OQ} = -2 \frac{\vec{OP}}{|\vec{OP}|}$ 를 만족시키는 점 Q 가 나타내는 도형 전체의 길이는?

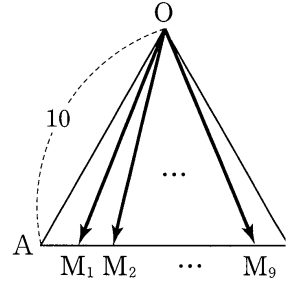


[수능특강]

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{2}{3}\pi$
 ③ π ④ $\frac{4}{3}\pi$
 ⑤ $\frac{5}{3}\pi$

상 증 아

35. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 10 인 정삼각형 OAB 에 대하여 선분 AB 를 10 등분한 점을 A 에서 가까운 점부터 차례로 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_9$ 라 하자. 이때, $|\vec{OM}_1 + \vec{OM}_2 + \vec{OM}_3 + \dots + \vec{OM}_9|$ 의 값은?



[수능특강]

- ① $35\sqrt{3}$ ② $40\sqrt{3}$ ③ $45\sqrt{3}$
 ④ $50\sqrt{3}$ ⑤ $55\sqrt{3}$

상 증 아

36. 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(10, 20)$, $B(16, 8)$ 이 있다. 점 X_n ($n=0, 1, 2, 3, \dots$) 에 대하여 다음 두 조건 (가), (나) 가 성립한다.

(가) X_0 은 O 와 같다.
 (나) $\vec{OX}_{n+1} = \vec{OX}_n + \frac{1}{2}\vec{X_nA} + \frac{1}{4}\vec{X_nB}$

이때, $\sum_{n=1}^{\infty} |\vec{X_{n-1}X_n}|$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

03

벡터의 평행

상 > 증 > 아

37. 평행하지 않은 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여

$$\vec{AB} = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{AC} = k\vec{a} + 6\vec{b}, \vec{BD} = 4\vec{a} + k\vec{b}$$

이다. 두 벡터 \vec{AB}, \vec{CD} 가 평행할 때, 실수 k 의 값은?

(단, $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$)

- ① $\frac{11}{3}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ $\frac{17}{3}$
 ④ $\frac{20}{3}$ ⑤ $\frac{23}{3}$

[수능특강]

상 > 증 > 아

38. 영벡터가 아닌 서로 평행하지 않는 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여

$$\vec{OP} = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{OQ} = 3\vec{a} - k\vec{b}$$

라 하자. 두 벡터 \vec{OP} 와 \vec{PQ} 가 서로 평행하도록 하는 상수 k 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0
 ④ 3 ⑤ 6

[인터넷수능]

상 > 증 > 아

39. 세 벡터 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 중 어느 두 벡터도 서로 평행하지 않고, 벡터 $\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ 와 벡터 $3\vec{a} + k\vec{b} + l\vec{c}$ 가 평행할 때, 두 실수 k, l 의 합 $k+l$ 의 값을 구하여라. (단, $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}, \vec{c} \neq \vec{0}$)

[수능특강]

상 > 증 > 아

40. 세 점 O, A, B 가 한 직선 위에 있지 않을 때,

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OB}, \vec{OQ} = x\vec{OA}, \vec{OR} = 3\vec{OB}$$

를 만족시키는 세 점 P, Q, R 가 한 직선 위에 있도록 하는 실수 x 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[수능특강]

상 > 증 > 아

41. 일직선 위에 있는 세 점 A, B, C 와 이 직선 밖의 한 점 D

에 대하여 $\vec{DA} = \vec{a}, \vec{DB} = 2\vec{b}, \vec{AC} = 3\vec{a} + k\vec{b}$ 이다.

두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 영벡터가 아니고 서로 평행하지 않을 때, 상수 k 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ -1
 ④ 3 ⑤ 6

[인터넷수능]

04

위치벡터의 활용

상 증 아

42. 삼각형 ABC와 같은 평면 위에 있는 점 P가 $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \vec{AB}$ 를 만족할 때, 점 P는 선분 (가)를 1 : (나)로 내분하는 점이다. (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 쓴 것은?

- ① AB, 1 ② AB, 2 ③ AC, 1
④ AC, 2 ⑤ AC, 3

[수능특강]

상 증 아

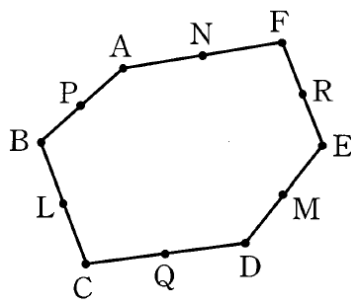
43. 서로 다른 세 점 A, B, C가 $\vec{AC} = -2\vec{AB}$ 를 만족시킬 때, 점 A는 선분 BC를 1 : (가)로 (나)하는 점이다. (가), (나)에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것은?

- ① 1, 내분 ② 2, 내분 ③ 3, 내분
④ 1, 외분 ⑤ 2, 외분

[수능특강]

상 증 아

44. 오른쪽 그림과 같이 육각형 ABCDEF의 변 AB, CD, EF의 중점을 각각 P, Q, R라 하고, 변 BC, DE, FA의 중점을 각각 L, M, N이라 할 때, $\triangle PQR$ 의 무게 중심 G와 $\triangle LMN$ 의 무게 중심 H 사이의 관계에 대한 설명 중 옳은 것은?



[고득점 200제]

- ① 두 점은 육각형이 어떤 모양이라도 일치한다.
② 정육각형인 경우에만 두 점은 일치한다.
③ 적어도 세 변의 길이가 같은 육각형인 경우에만 두 점은 일치한다.
④ $\triangle PQR$ 와 $\triangle LMN$ 이 모두 정삼각형일 때만 일치한다.
⑤ $\triangle PQR$ 와 $\triangle LMN$ 이 모두 직각삼각형일 때만 일치한다.

상 증 아

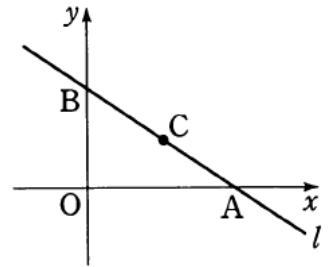
45. 삼각형 ABC와 같은 평면 위에 있는 점 P가 $3\vec{PA} + 2\vec{PB} + \vec{PC} = \vec{BC}$ 를 만족할 때, 점 P는 선분 (가)를 (나) : 1로 내분하는 점이다. (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 쓴 것은?

- ① AB, 1 ② AB, 2 ③ AC, 1
④ AC, 2 ⑤ AC, 3

[수능특강]

상 증 아

46. 그림과 같이 직선 l이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 직선 l 위의 한 점 C에 대하여



$$\vec{OC} = 2m\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB}$$

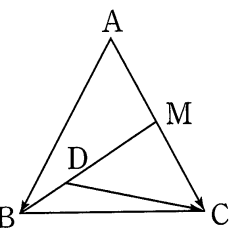
가 성립할 때, 상수 m의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

[인터넷수능]

상 증 아

47. 삼각형 ABC에서 선분 AC의 중점을 M, 선분 BM을 1:2로 내분하는 점을 D라 하자.



$\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$ 라 할 때, \vec{DC} 를 \vec{a} 와 \vec{b} 로 바르게 나타낸 것은?

- ① $-\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$ ② $-\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b}$ ③ $-\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$
④ $-\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b}$ ⑤ $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$

[인터넷수능]

상 중 하

48. 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 할 때, $\vec{BG} = m\vec{AB} + n\vec{AC}$ 를 만족하는 두 실수 m, n의 합 m+n의 값은?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

[인터넷수능]

상 중 하

49. 두 점 A, B에 대하여 점 C를 점 A의 점 B에 대한 대칭점이라 하자. $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ 라 할 때, \vec{OC} 를 \vec{a} , \vec{b} 로 나타낸 것은? (단, O는 원점이다.)

- ① $\vec{a} + \vec{b}$ ② $\vec{a} - \vec{b}$ ③ $\vec{b} - \vec{a}$
 ④ $2\vec{a} - \vec{b}$ ⑤ $2\vec{b} - \vec{a}$

[인터넷수능]

상 중 하

50. 평면 위의 점 P와 삼각형 ABC에 대하여 $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \vec{AB}$ 일 때, 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

ㄱ. $\vec{PC} = -2\vec{PA}$
 ㄴ. 점 P는 선분 AC를 1 : 2로 내분한다.
 ㄷ. $\triangle PAB : \triangle PBC = 1 : 2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

51. 평면 위의 삼각형 ABC와 점 P에 대하여 $\vec{PA} + 2\vec{PB} + 3\vec{PC} = \vec{0}$ 일 때, 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

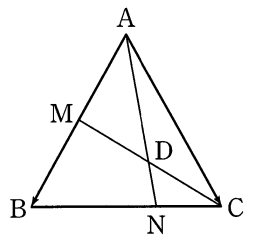
[보기]

ㄱ. 직선 PC는 선분 AB를 1 : 2로 내분하는 점을 지난다.
 ㄴ. $\triangle ABC : \triangle ABP = 2 : 1$
 ㄷ. $\triangle ABC : \triangle APC = 3 : 2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

52. 그림의 삼각형 ABC에서 변 AB의 중점을 M, 선분 BC를 2 : 1로 내분하는 점을 N, 두 선분 AN과 CM이 만나는 점을 D라 하자. $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$ 라 할 때, 벡터 \vec{AD} 를 \vec{a} , \vec{b} 로 나타내면?

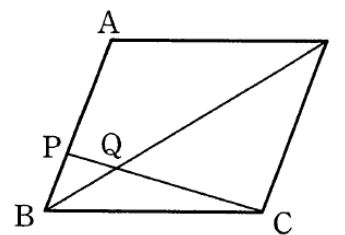


[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ ② $\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ ③ $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$
 ④ $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ ⑤ $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$

상 중 하

53. 평행사변형 ABCD에서 변 AB를 2 : 1로 내분하는 점을 P라 하고, 두 선분 BD, CP가 만나는 점을 Q라 하자. 이때, $\frac{|\vec{CQ}|}{|\vec{PQ}|}$ 의 값은?

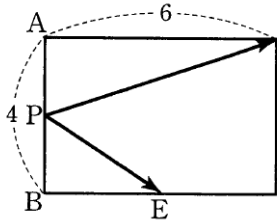


[수능특강]

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3
 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 4

상 > 증 > 아

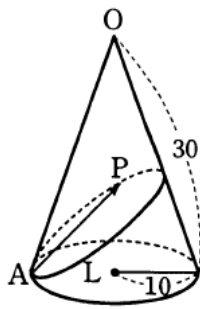
54. 직사각형 ABCD의 두 변 AB, AD의 길이는 각각 4, 6이고 변 BC의 중점을 E라 한다. 변 AB 위의 한 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{PD} + 2\overrightarrow{PE}|$ 의 최솟값을 구하여라.



[수능특강]

상 > 증 > 아

55. 밑면의 반지름의 길이가 10, 모선의 길이가 30이고 꼭짓점이 O인 직원뿔이 있다. 밑면의 둘레 위의 한 점 A에서 출발하여 원뿔의 옆면을 한 바퀴 돌아 점 A로 되돌아오는 최단 경로를 L이라 하자. L위를 움직이는 점 P에 대하여 점 B가



$$\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AO} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AP}$$

를 만족시킬 때, 점 B의 자취의 길이는?

[07 교육청 인터넷수능]

- ① $10\sqrt{2}$ ② $10\sqrt{3}$ ③ $20\sqrt{2}$
- ④ $20\sqrt{3}$ ⑤ $20\sqrt{6}$

상 > 증 > 아

56. 좌표공간 위의 점 $A(3, 3, 3)$ 과 중심이 원점 O인 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $|\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OP}|$ 의 최댓값은 $a + b\sqrt{3}$ 일 때, $10(a+b)$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b는 유리수이다.)

[09 대수능 인터넷수능]

05

성분으로 표시된 벡터의 연산

상 > 증 > 아

57. 벡터 $\vec{a} = (-2, 1, 2)$ 와 방향이 반대이고 크기가 9 인 벡터를 $\vec{b} = (x, y, z)$ 라 할 때, $x + y + z$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 5

[수능특강]

[수능특강]

상 > 증 > 아

58. 세 벡터 $\vec{a} = (2, 3)$, $\vec{b} = (x, -1)$, $\vec{c} = (-4, y)$ 에 대하여 $2\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} + \vec{c}$ 가 성립할 때, 두 실수 x, y 의 곱을 구하시오.

[04 교육청 인터넷수능]

상 > 증 > 아

59. 벡터 $\vec{a} = (2, \sqrt{3}, -\sqrt{2})$ 와 방향이 같고 크기가 1 인 벡터의 y 성분은?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- ④ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

[수능특강]

[수능특강]

상 > 증 > 아

60. 벡터 $\vec{a} = (3, 4)$ 와 방향이 같고, 크기가 10 인 벡터의 모든 성분의 곱을 구하여라.

상 > 증 > 아

61. 두 점 A, B 의 위치벡터를 각각 \vec{a}, \vec{b} 라 할 때, 선분 AB 를 2:3 으로 외분하는 점을 C 라 하면 점 C 의 위치벡터는 $p\vec{a} + q\vec{b}$ 이다. 실수 p, q 합 $p + q$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1
- ④ 1 ⑤ 3

[수능특강]

상 > 증 > 아

62. $\vec{a} = (2, -3)$, $\vec{b} = (1, -2)$ 일 때, 벡터 $2\vec{a} - \vec{b}$ 의 크기는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[수능특강]

상 증 하

63. 두 벡터

$\vec{a} = (a+1, 2b-1, 4b)$, $\vec{b} = (2, 5, 2c+2)$
가 서로 같을 때 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 증 하

66. 두 벡터 $\vec{a} = (-4, -2, 2)$, $\vec{b} = (1, 3, -2)$ 에 대하여
 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 의 값은 $t = \alpha$ 일 때, 최솟값 β 를 갖는다. $\alpha\beta$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{6}$
- ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

상 증 하

64. 두 점 $A(-1, 2, 3)$, $B(5, 6, 7)$ 에 대하여
 $\vec{AB} = (p, q, r)$ 이다. 이 때, $p+q+r$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 증 하

67. 세 벡터 $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (3, 2)$, $\vec{c} = (0, 4)$ 에 대하여 벡터
 $\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ 의 크기는?

[수능특강]

- ① $\sqrt{11}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{15}$
- ④ $\sqrt{17}$ ⑤ $\sqrt{19}$

상 증 하

65. 두 벡터 $\vec{a} = (3, 0, p)$, $\vec{b} = (9, q, 3)$ 이 서로 평행할 때,
 $p+q$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 증 하

68. 두 벡터 $\vec{a} = (x, y^2)$, $\vec{b} = (2y, 2x^2)$ 에 대하여
 $2\vec{a} + \vec{b} = (6, 14)$ 일 때, xy 의 값은?

[인터넷수능]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 증 아

69. 두 벡터 $\vec{a} = (-2, 1, 4)$, $\vec{b} = (-4, 3, 0)$ 에 대하여

$$3(\vec{a} - 2\vec{x}) + 2(\vec{x} - \vec{b}) = 2\vec{a} - \vec{b} - 2\vec{x}$$

를 만족하는 벡터 \vec{x} 는?

[수능특강]

- ① (1, 1, 2) ② (1, -1, 2) ③ (-1, 1, -2)
- ④ (-1, 1, 2) ⑤ (-1, 2, 1)

상 증 아

70. 두 벡터 \vec{x} , \vec{y} 에 대하여 두 등식

$$\vec{x} + \vec{y} = (3, 6, 2), \quad -\vec{x} + 2\vec{y} = (3, 0, 4)$$

가 성립할 때, 벡터 $\vec{x} - \vec{y}$ 는?

[수능특강]

- ① (1, 2, 2) ② (1, 2, -2) ③ (-1, 2, 2)
- ④ (-1, -2, 2) ⑤ (-1, 2, -2)

상 증 아

71. 좌표공간의 두 점 $A(2 \sin \theta, 3 \cos \theta, 0)$,

$B(-\sin \theta, 0, a)$ 에 대하여 $|\vec{AB}| + |\vec{BA}| = 10$ 일 때 양수 a 의 값은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 증 아

72. 두 벡터 \vec{p} , \vec{q} 에 대하여

$$\vec{p} + \vec{q} = (1, 2, 3), \quad \vec{p} - \vec{q} = (3, -2, 1)$$

이라 할 때, $|\vec{p} + 2\vec{q}|$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

상 증 아

73. 좌표공간에 있는 네 점 A, B, C, D 에 대하여 $\vec{AD} \parallel \vec{BC}$ 이

고,

$\vec{AD} = (2, -1, 2)$, $\vec{BC} = (a, b+1, b-2)$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

상 증 아

74. 좌표공간 위에 두 점 $A(2, 3, 4)$, $B(1, 2, 3)$ 이 있다. 점 A

를 xy 평면에 대하여 대칭이동한 점을 C 라 할 때, $|\vec{BC}|$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\sqrt{51}$ ② $2\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{53}$
- ④ $\sqrt{54}$ ⑤ $\sqrt{55}$

상 중 아

75. 좌표평면 위의 두 점 $A(-2, 4)$, $B(4, 0)$ 과 직선 $y=2x-1$ 위의 점 P 에 대하여 $|\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BP}|$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
- ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\sqrt{5}$

[수능특강]

상 중 아

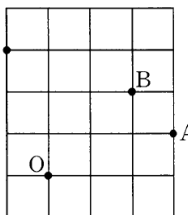
76. 공간벡터 $\overrightarrow{OP}=(1, -1, 1)$ 을 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 정사영시켜 얻은 벡터를 각각 \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} 라고 하자. $\overrightarrow{OP}=a\overrightarrow{OA}+b\overrightarrow{OB}+c\overrightarrow{OC}$ 일 때, 세 실수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

[99 대수능 인터넷수능]

상 중 아

77. 오른쪽 그림과 같이 모두 합동인 정사각형들로 이루어진 모눈종이 위에 네 점 O, A, B, C 가 있다. 이때, $\overrightarrow{OC}=p\overrightarrow{OA}+q\overrightarrow{OB}$ 를 만족시키는 두 실수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값은?

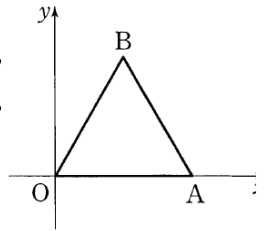


- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

[수능특강]

상 중 아

78. 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 OAB 의 변 OA 가 x 축 위에 있다. $|\overrightarrow{OB}|=2$ 일 때, $\overrightarrow{AB}=(a, b)$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값은? (단, O 는 원점이고, 점 B 는 제1 사분면의 점이다.)



- ① $-1-\sqrt{3}$ ② $-1+\sqrt{3}$ ③ $1-\sqrt{3}$
- ④ $1+\sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

[수능특강]

상 중 아

79. 좌표공간에서 원점 O 를 시점으로 하고, 두 점 A, B 를 중점으로 하는 벡터를 각각 \vec{a}, \vec{b} 라 하자. 선분 AB 의 중점이 $M(1, -2, 5)$ 일 때, $\vec{a}+\vec{b}=(x, y, z)$ 이다. 이때, $x+y+z$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

[인터넷수능]

상 중 아

80. 중심이 원점 O 인 구 위의 두 점 $A(1, 2, 0)$, $B(1, 1, \sqrt{3})$ 에 대하여 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OP}$ 를 만족하는 점을 P 라 하자. 선분 OP 와 이 구와의 교점의 좌표를 (x, y, z) 라 할 때, xyz 의 값은?

- ① $\frac{3\sqrt{14}}{7}$ ② $\frac{15\sqrt{15}}{32}$ ③ $\frac{17\sqrt{17}}{16}$
- ④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

[인터넷수능]

상 증 아

81. 한 꼭짓점이 $A(1, -2, 3)$ 인 사면체 $ABCD$ 가 좌표공간에 있다. 삼각형 BCD 의 무게중심이 원점 O 이고, $\vec{BA} + \vec{CA} + \vec{DA} = (a, b, c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

[인터넷수능]

상 증 아

82. 두 벡터 $\vec{a} = (3, 0)$, $\vec{b} = (-3, 0)$ 일 때, $|\vec{x} - \vec{a}| + |\vec{x} - \vec{b}| = 10$ 을 만족하는 벡터 \vec{x} 에 대하여 $|\vec{x}|$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오.

[인터넷수능]

상 증 아

83. 좌표평면 위의 세 점 P, Q, R 가 다음 두 조건 (가)와 (나)를 만족시킨다.

- (가) 두 점 P 와 Q 는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.
 (나) $\vec{OP} + \vec{OQ} = \vec{OR}$ (단, O 는 원점이다.)

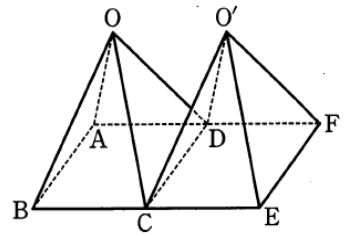
점 P 가 원점을 중심으로 하는 단위원 위를 움직일 때, 점 R 는 어떤 도형 위를 움직이는가?

- ① 점 ② 타원 ③ 선분
 ④ 쌍곡선 ⑤ 평행사변형

[95 대수능 인터넷수능]

상 증 아

84. 그림은 모든 모서리의 길이가 2인 두 개의 정사각뿔 $O-ABCD$, $O'-DCEF$ 에 대하여 모서리 CD 를 일치시킨 도형을 나타낸 것이다. $|\vec{OB} + \vec{OF}|^2$ 의 값을 구하시오.



(단, 면 $ABCD$ 와 면 $DCEF$ 는 한 평면 위에 있다.)

[09 평가원 인터넷수능]

상 증 아

85. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, 2)$, $B(11, -2)$ 에 대하여 점 P 는 $\vec{OP} = s\vec{OA} + t\vec{OB}$ 를 만족한다. 점 P 가 다음 두 조건을 만족할 때, 두 상수 s, t 에 대하여 $s+t$ 의 값은? (단, O 는 원점이고 $st \neq 0$ 이다.)

[인터넷수능]

- (가) 벡터 \vec{OP} 는 두 벡터 \vec{OA} 와 \vec{OB} 가 이루는 각을 이등분한다.
 (나) 점 P 는 원 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$ 위에 있다.

- ① $\frac{7}{5}$ ② $\frac{57}{40}$ ③ $\frac{29}{20}$
 ④ $\frac{63}{40}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

상 증 아

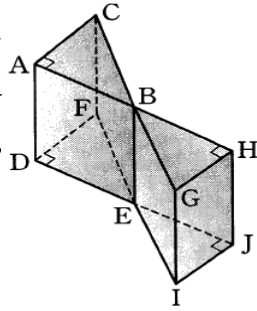
86. 벡터 $\vec{a} = (2, 1)$ 에 대하여 $|\vec{p} - \vec{a}| \leq 1$ 을 만족하는 벡터 $\vec{p} = (x, y)$ 가 있다. 벡터 \vec{p} 가 두 벡터 $\vec{b} = (1, 1)$, $\vec{c} = (0, 1)$ 과 두 실수 s, t 에 대하여 $\vec{p} = s\vec{b} + t\vec{c}$ 를 만족할 때, 실수 t 의 최댓값은?

[인터넷수능]

- ① $-2 + \sqrt{2}$ ② $-1 + \sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ $1 + \sqrt{2}$ ⑤ $2 + \sqrt{2}$

상 중 아

87. 그림과 같이 합동인 두 직각삼각기둥 $ABC-DEF$, $BGH-EIJ$ 가 모서리 BE 를 공유하며 한 평면 위에 놓여 있다. $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=3$, $\overline{AD}=5$ 이고 세 점 A, B, H 는 일직선 위에 있을 때, $|\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DG}|^2$ 의 값을 구하여라.



(단, $\overline{AB} = \overline{BH}$ 이다.)

[인터넷수능]

상 중 아

88. 두 점 A, B 와 직선 $y=x$ 위의 점 $P(x, y)$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

- ㄱ. $A(1, 2), B(3, 4)$ 이면 $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PB}| = 2\sqrt{2}$
- ㄴ. $A(1, 2), B(3, 4)$ 이면 $|\overrightarrow{AP}| + |\overrightarrow{PB}|$ 의 최솟값은 $\sqrt{10}$ 이다.
- ㄷ. 선분 AB 의 중점의 좌표가 $(2, 3)$ 이면 $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PB}|$ 의 최솟값은 2이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

89. $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=\sqrt{3}$ 인 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 이루는 각의 크기가 30° 일 때, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

90. 두 벡터 $\vec{a}=(-1, 2, 3), \vec{b}=(-2, 0, 1)$ 에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

91. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC 에 대하여 내적 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① -2 ② $-\sqrt{3}$ ③ 0
- ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

상 증 하

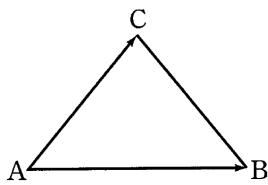
92. $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=5$ 인 예각삼각형 ABC 에서 $\sin(\angle BAC) = \frac{3}{5}$ 일 때, 내적 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 는?

- ① 13 ② 14 ③ 15
- ④ 16 ⑤ 17

[인터넷수능]

상 증 하

93. 그림과 같이 $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 와 같은 값을 갖는 것은?



[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{3}\overline{AB}^2$ ② $\frac{1}{2}\overline{AB}^2$
- ③ \overline{AB}^2 ④ $\frac{1}{2}\overline{AC}^2$
- ⑤ \overline{AC}^2

94. 상 증 하

두 벡터 $\vec{a}=(1, 3)$, $\vec{b}=(2, 1)$ 에 대하여 내적 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ 의 값은?

- ① 11 ② 13 ③ 15
- ④ 17 ⑤ 19

[03 대수능 인터넷수능]

상 증 하

95. 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC 에서 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ 의 값은?

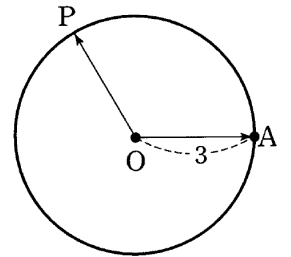
- ① -8 ② -4
- ③ -2
- ④ 4 ⑤ 8

[수능특강]

상 증 하

96. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3인 원 위에 정점 A 가 있다.

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} \leq \frac{9}{2}$ 를 만족하는 원 위의 점 P 가 나타내는 도형의 길이는?



[인터넷수능]

- ① π ② 2π
- ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

상 증 하

97. 세 점 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{AC}|=5$, $|\overrightarrow{BC}|=4$
 (나) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}=0$

이때, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 의 값은?

- ① 9 ② 12 ③ 15
- ④ 16 ⑤ 25

상 중 하

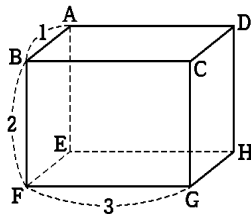
98. 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위를 움직이는 점을 P, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위를 움직이는 점을 Q 라 하자. $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PQ} = 0$ 일 때, $\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 의 값은?

- ① -3 ② $-\sqrt{3}$ ③ 0
- ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 3

[수능특강]

상 중 하

99. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BF}=2$, $\overline{FG}=3$ 인 직육면체 ABCD-EFGH 가 있다. 그 값이 정수인 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?



[수능특강]

[보 기]

- ㄱ. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}|$ ㄴ. $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{BG}$
- ㄷ. $\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{FH}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

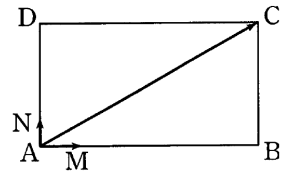
상 중 하

100. 좌표공간 위의 두 점 A(-2, 1, 3), B(4, 1, -5) 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} \leq 0$ 을 만족시키는 점 P 가 존재하는 영역의 부피를 V 라 할 때, $\frac{3V}{\pi}$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 하

101. 그림과 같은 직사각형 ABCD 에 $\overline{AM} = \overline{AN} = 1$ 인 두 점 M, N 이 각각 두 변 AB, AD 위 에 놓여 있다. $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AN} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{p}$ 라 할 때, 벡터 \vec{p} 를 두 벡터 \vec{a} , \vec{b} 로 나타낸 것은?



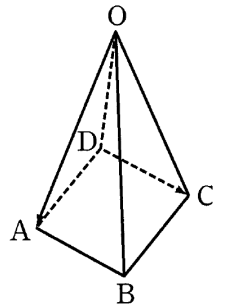
[인터넷수능]

- ① $\vec{p} = (\vec{p} \cdot \vec{a})\vec{a} + (\vec{p} \cdot \vec{b})\vec{b}$ ② $\vec{p} = (\vec{p} \cdot \vec{a})\vec{a} - (\vec{p} \cdot \vec{b})\vec{b}$
- ③ $\vec{p} = (\vec{p} \cdot \vec{b})\vec{a} + (\vec{p} \cdot \vec{a})\vec{b}$ ④ $\vec{p} = (\vec{p} \cdot \vec{b})\vec{a} - (\vec{p} \cdot \vec{a})\vec{b}$
- ⑤ $\vec{p} = (\vec{p} \cdot \vec{a})\vec{a} - (\vec{p} \cdot \vec{a})\vec{b}$

상 중 하

102. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=6$ 인 정사각뿔 O-ABCD 에서 내적 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{DC}$ 의 값은?

[인터넷수능]



- ① -36 ② -18
- 9
- ④ 9 ⑤ 18

상 중 하

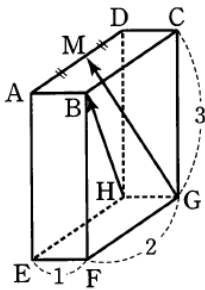
103. 두 점 A(0, 1), B(2, 3) 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ 을 만족하는 점 P 가 나타내는 도형의 길이는?

[인터넷수능]

- ① $\sqrt{2}\pi$ ② $\sqrt{3}\pi$ ③ $2\sqrt{2}\pi$
- ④ $2\sqrt{3}\pi$ ⑤ $3\sqrt{2}\pi$

상 중 하

104. 그림과 같이 세 모서리의 길이가 1, 2, 3인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 선분 AD 의 중점을 M 이라 할 때, 내적 $\vec{HB} \cdot \vec{GM}$ 의 값은?

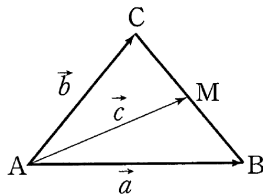


[인터넷수능]

- ① 6 ② 7
- ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

상 중 하

105. 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 하자. $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AC} = \vec{b}, \vec{AM} = \vec{c}$ 라 할 때, $\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ 의 값과 같은 것은?



[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{3}|\vec{c}|^2$ ② $\frac{1}{2}|\vec{c}|^2$
- ③ $|\vec{c}|^2$ ④ $2|\vec{c}|^2$ ⑤ $3|\vec{c}|^2$

상 중 하

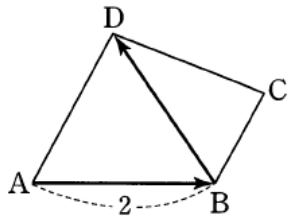
106. 좌표공간 위의 네 점 O, A, B, C 에 대하여 세 벡터 $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ 는 서로 수직이다. 선분 BC 위의 점 D 에 대하여 내적 $\vec{OA} \cdot \vec{OD}$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 중 하

107. 그림과 같이 $\vec{AB} = 2$ 인 사각형 $ABCD$ 에서 $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 3$ 일 때, 내적 $\vec{AB} \cdot \vec{BD}$ 의 값은?



[인터넷수능]

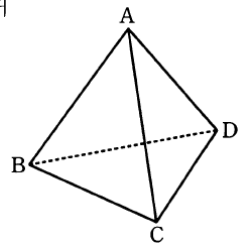
- ① -2 ② -1
- ③ 0 ④ 1
- ⑤ 2

상 중 하

108. 그림과 같은 정사면체 $ABCD$ 에 대하여 세 실수 a, b, c 를 다음과 같이 정의하자.

$$a = \vec{AB} \cdot \vec{AC}, \quad b = \vec{BC} \cdot \vec{CA},$$

$$c = \vec{CA} \cdot \vec{BD}$$



이때, a, b, c 의 대소 관계로 옳은 것은?

[인터넷수능]

- ① $a < b < c$ ② $a < c < b$ ③ $b < a < c$
- ④ $b < c < a$ ⑤ $c < a < b$

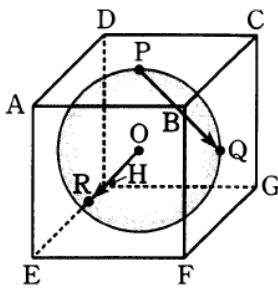
상 중 하

109. 구 $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ 위의 점 P 와 점 $A(10, 0, 0)$ 에 대하여 내적 $\vec{OP} \cdot \vec{OA}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

[인터넷수능]

상 중 아

110. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체에 내접하는 구가 있다. 구의 중심을 O , 구와 두 평면 $ABCD, BFGC$ 가 접하는 점을 각각 P, Q , 선분 OE 와 구가 만나는 점을 R 라 할 때, 내적 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OR}$ 의 값은?

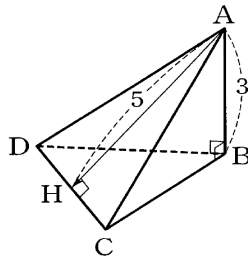


[인턴넷수능]

- ① $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- ② $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- ③ 0
- ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

상 중 아

111. 그림은 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} \perp \overline{BD}$ 인 입체도형 $A-BCD$ 를 나타낸 것이다. 꼭짓점 A 에서 변 CD 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{AB} = 3$ 이고 $\overline{AH} = 5$ 일 때, 내적 $\overline{AH} \cdot \overline{BD}$ 의 값은?

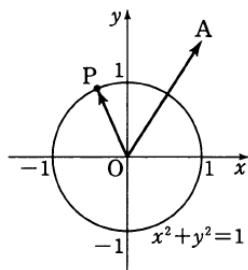


[인턴넷수능]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 16
- ⑤ 25

상 중 아

112. 그림과 같이 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원 위에 동점 P 와 정점 $A(1, \sqrt{3})$ 에 대하여 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



[인턴넷수능]

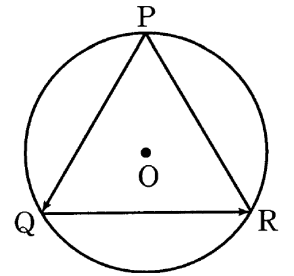
[보기]

- ㄱ. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 최댓값은 2이다.
- ㄴ. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}$ 가 되는 점 P 는 2개다.
- ㄷ. $\angle AOP$ 의 크기가 커지면 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 값도 커진다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

113. 그림과 이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위에 세 점 P, Q, R 가 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 를 만족하며 움직이고 있다. 이 때, 내적 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{QR}$ 의 최솟값은?



[인턴넷수능]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

상 중 아

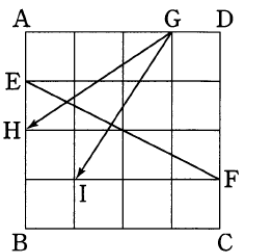
114. 한 모서리의 길이가 3인 정사면체 $OABC$ 에서 $\triangle ABC$, $\triangle OBC$ 의 무게중심을 각각 G, H 라 할 때, 두 벡터 \overrightarrow{OG} 와 \overrightarrow{AH} 의 내적 $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{AH}$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① 2
- ② 1
- ③ 0
- ④ -1
- ⑤ -2

상 중 아

115. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 16개를 이어 붙인 한 변의 길이가 4인 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 선분 EF 를 접는 선으로 하여 평면 $AEFD$ 와 평면 $EBCF$ 가 수직이 되도록 접었을 때, 내적 $\overrightarrow{GH} \cdot \overrightarrow{GI}$ 의 값은?

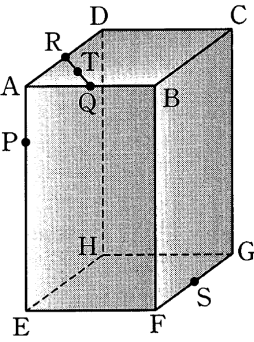


[인턴넷수능]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

116. 상 중 하

그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 4$, $\overline{AE} = 8$ 인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 모서리 AE 를 1:3으로 내분하는 점을 P , 모서리 AB , AD , FG 의 중점을 각각 Q , R , S 라 하자. 선분 QR 의 중점을 T 라 할 때, 벡터 \overrightarrow{TP} 와 벡터 \overrightarrow{QS} 의 내적 $\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{QS}$ 의 값을 구하시오.



[09 대수능 인터넷수능]

117. 상 중 하

좌표평면 위에 원점 O 를 시점으로 하는 서로 다른 임의의 두 벡터 \overrightarrow{OP} , \overrightarrow{OQ} 가 있다. 두 벡터의 중점 P , Q 를 x 축 방향으로 3만큼, y 축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을 각각 P' , Q' 이라 할 때, 보기 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[06 대수능 인터넷수능]

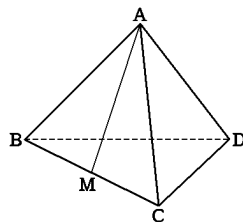
[보기]

ㄱ. $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP'}| = \sqrt{10}$
 ㄴ. $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}| = |\overrightarrow{OP'} - \overrightarrow{OQ'}|$
 ㄷ. $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP'} \cdot \overrightarrow{OQ'}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

118. 오른쪽 그림과 같은 한 모서리의 길이가 2인 정사면체 $ABCD$ 에서 \overline{BC} 의 중점을 M 이라 할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?



[수능특강]

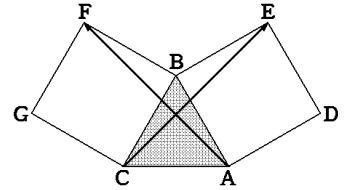
[보기]

ㄱ. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$
 ㄴ. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD} = 1$
 ㄷ. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} = 2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

119. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC 에 변 AB 를 공유하는 정사각형 $ADEB$ 와 변 BC 를 공유하는 정사각형 $BFGC$ 를 한 평면 위에 그렸다. 이때, $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{CE}$ 의 값은?



[수능특강]

- ① 0 ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{3}-1$
- ④ $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

상 중 하

120. 평행사변형 $ABCD$ 에서 변 AD 위의 두 점 E , F 에 대하여

$$\overrightarrow{AE} = t\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AF} = (1-t)\overrightarrow{AD} \quad (t \text{는 실수})$$

가 성립한다. $\angle BAD = 60^\circ$ 이고, $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD}| = 1$ 일 때, 내적 $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{CF}$ 의 값이 최대가 되는 t 의 값은?

[고득점 200제]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

07

내적의 성질

121. 상 중 하

두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3, |\vec{a}-2\vec{b}|=6$ 일 때, 내적 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[00 대수능 인터넷수능]

[수능특강]

상 중 하

122. $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=2, |\vec{a}-2\vec{b}|=3$ 일 때, $|2\vec{a}+\vec{b}|$ 의 값은?

- ① $\sqrt{14}$ ② $2\sqrt{14}$ ③ $3\sqrt{14}$
- ④ $4\sqrt{14}$ ⑤ $5\sqrt{14}$

[인터넷수능]

상 중 하

123. $\vec{a}+\vec{b}=(1, 2, 3), \vec{c}=(-3, 4, 1)$ 에 대하여 $\vec{a} \cdot (2\vec{b}+3\vec{c})+\vec{b} \cdot (3\vec{c}-2\vec{a})$ 의 값은

- ① 20 ② 22 ③ 24
- ④ 26 ⑤ 28

[인터넷수능]

상 중 하

124. $|\vec{a}|=\sqrt{2}, |\vec{b}|=\sqrt{3}, \vec{a} \cdot \vec{b}=-1$ 일 때, $|\vec{a}-\vec{b}|^2$ 의 값을 구하여라.

상 중 하

125. 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 이루는 각의 크기가 30° 이고, $|\vec{b}|=1, |\vec{a}-\sqrt{3}\vec{b}|=\sqrt{7}$ 일 때, $|\vec{a}|$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[수능특강]

상 중 하

126. 서로 수직인 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=1$ 일 때, $|3\vec{a}-2\vec{b}|$ 의 값은?

- ① $\sqrt{65}$ ② $\sqrt{70}$ ③ $5\sqrt{3}$
- ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{85}$

[수능특강]

상 중 하

127. $AB=6$, $AC=12$ 인 삼각형 ABC 에서 선분 BC 를 1:2로 내분하는 점을 P 라 하자. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}=9$ 일 때, $|\overrightarrow{AP}|$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

상 중 하

128. 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=5$, $|\vec{a}-\vec{b}|=6$ 을 만족할 때, $(\vec{a}+2\vec{b}) \cdot (3\vec{a}-\vec{b})$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$
- ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

상 중 하

129. 삼각형 ABC 에서 $|\overrightarrow{AB}|=14$, $|\overrightarrow{AC}|=15$, $|\overrightarrow{BC}|=15$ 일 때, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 중 하

130. 이차방정식 $9x^2-18x+7=0$ 의 두 근을 α, β 라 하자.

$|\overrightarrow{OA}|=\alpha$, $|\overrightarrow{OB}|=\beta$, $|\overrightarrow{AB}|=1$ 이 되는 $\triangle OAB$ 에 대하여 두 벡터 \overrightarrow{OA} 와 \overrightarrow{OB} 의 내적 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 값은?

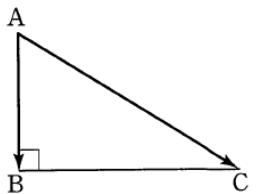
[고득점 200제]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{7}{18}$
- ④ $\frac{13}{18}$ ⑤ $\frac{13}{36}$

상 중 하

131. 그림은 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC 를 나타낸 것이다.

$\overrightarrow{AB}=(1, 1, -1)$, $\overrightarrow{AC}=(k, 2, -3)$ 일 때, 상수 k 의 값은?



[인터넷수능]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 중 하

132. 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}|=5\sqrt{2}$, $\vec{b}=(1, 0, 1)$ 이고,

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|$$

가 성립한다고 한다. $\vec{a}=(x, y, z)$ 라 할 때, x^2+y^2 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 증 하

133. 평면 위의 서로 다른 세 벡터 \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} 에 대하여
 $|\vec{AB}|^2 + |\vec{OC}|^2 = |\vec{AC}|^2 + |\vec{OB}|^2$
 인 관계가 성립할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $\vec{OA} \perp \vec{BC}$
- ② $\vec{OA} \parallel \vec{BC}$
- ③ $\vec{OC} \perp \vec{AB}$
- ④ $\vec{OC} \parallel \vec{AB}$
- ⑤ 세 점, A, B, C는 일직선 위에 있다.

[고득점 200제]

상 증 하

134. 영벡터가 아닌 세 벡터 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 에 대하여 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ 일 때, 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

- ㄱ. $\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} = -|\vec{c}|^2$
- ㄴ. $|\vec{a} - \vec{c}|^2 + |\vec{b} - \vec{c}|^2 - (|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2) = 4|\vec{c}|^2$
- ㄷ. $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{c}| = |\vec{c} - \vec{a}| = 1$ 이면 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}|$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

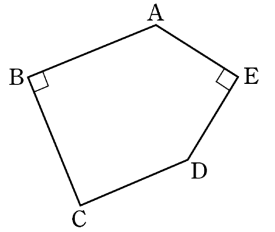
135. 사면체 OABC에 대하여 $\vec{OA} \perp \vec{BC}$, $\vec{OB} \perp \vec{AC}$, $\vec{OC} \perp \vec{AB}$ 이고 $\angle BOC = \angle COA = 60^\circ$, $\angle AOB = 45^\circ$ 일 때, $\vec{OA} : \vec{OB} : \vec{OC}$ 는?

[고득점 200제]

- ① $\sqrt{2} : \sqrt{3} : 1$
- ② $1 : 1 : \sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$
- ④ $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$
- ⑤ $\sqrt{2} : 1 : \sqrt{3}$

136. 상 증 하

평면에서 그림의 오각형 ABCDE가 $\vec{AB} = \vec{BC}$, $\vec{AE} = \vec{ED}$, $\angle B = \angle E = 90^\circ$ 를 만족시킬 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?



[10 대수능 인터넷수능]

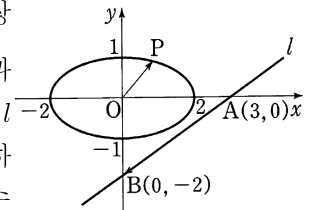
[보기]

- ㄱ. 선분 BE의 중점 M에 대하여 $\vec{AB} + \vec{AE}$ 와 \vec{AM} 은 서로 평행하다.
- ㄴ. $\vec{AB} \cdot \vec{AE} = -\vec{BC} \cdot \vec{ED}$
- ㄷ. $|\vec{BC} + \vec{ED}| = |\vec{BE}|$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

137. 그림과 같이 중심이 원점이고 장축의 길이가 4, 단축의 길이가 2인 타원과 두 점 A(3,0), B(0,-2)를 지나는 직선 l이 있다. 타원 위를 움직이는 점 P에 대하여 내적 $\vec{OP} \cdot \vec{AB}$ 의 값 중 정수의 개수는?(단, O는 원점이다.)

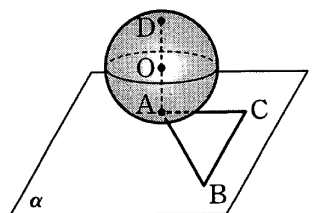


[인터넷수능]

- ① 11
- ② 12
- ③ 13
- ④ 14
- ⑤ 15

138. 상 증 하

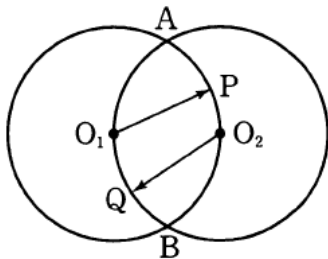
그림과 같이 평면 α 위에 한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC가 있고, 반지름의 길이가 2인 구 S는 점 A에서 평면 α 에 접한다. 구 S위의 점 D에 대하여 선분 AD가 구 S의 중심 O를 지날 때, $|\vec{AB} + \vec{DC}|^2$ 의 값을 구하시오.



[07 대수능 인터넷수능]

139. 상 중 하

평면 위의 두 점 O_1, O_2 사이의 거리가 1일 때, O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 두 원의 교점을 A, B 라 하자. 호 AO_2B 위의 점 P 와 호 AO_1B 위의 점 Q 에 대하여 두 벡터 $\vec{O_1P}, \vec{O_2Q}$ 의 내적 $\vec{O_1P} \cdot \vec{O_2Q}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?



[08 평가원 인터넷수능]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 1

상 중 하

140. 좌표평면 위의 두 벡터 $\vec{p}=(1, 0), \vec{q}=(0, 1)$ 에 대하여 두 점 A, B 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) $\vec{OA} \cdot \vec{p} = |\vec{p}|, \vec{OA} \cdot \vec{q} = |\vec{q}|$
- (나) $|\vec{OB} - \vec{OA}| = \sqrt{2}$

이때, 점 B 가 나타내는 도형이 x 축에 의해 두 부분으로 나뉠 때, 작은 부분의 넓이는? (단, O 는 원점이다.)

[인터넷수능]

- ① $\frac{\pi}{2} - 1$ ② $\pi - 1$ ③ $\pi - 2$
- ④ $\frac{\pi}{2} + 1$ ⑤ $\frac{\pi}{2} + 2$

08

두 벡터가 이루는 각의 크기

상 중 하

141. 두 벡터 $\vec{a}=(1,2), \vec{b}=(-1,0)$ 이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

상 중 하

142. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 1 & k & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} k & -1 \\ -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ (k 는 정수)가 있다.

연립일차방정식 $AB \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이 $x=y=0$ 이외의 해를 가지며,

$BA = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$ 이라 하자. 단위벡터 $\vec{d}=(u, v, w)$ 가 두 벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3), \vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$ 과 각각 수직일 때, $u^2 - v^2 + w^2$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

상 중 하

143. 두 벡터 $\vec{a}=(2,-1,3), \vec{b}=(x,2,-x+1)$ 이 수직일 때, 실수 x 의 값은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

144. 상 중 아

두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 이루는 각이 60° 이다. \vec{b} 의 크기는 1이고, $\vec{a}-3\vec{b}$ 의 크기가 $\sqrt{13}$ 일 때, \vec{a} 의 크기는?

- [97 대수능 인터넷수능]
- ① 1 ② 3 ③ 4
 - ④ 5 ⑤ 7

상 중 아

145. $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1, |\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{3}$ 인 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 이루는 각의 크기는?

- [인터넷수능]
- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
 - ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

146. 상 중 아

두 벡터 $\vec{a}=(2, -3, 2), \vec{b}=(1, -4, 0)$ 이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

- [02 대수능 인터넷수능]
- ① $\frac{2}{17}$ ② $\frac{5}{17}$ ③ $\frac{8}{17}$
 - ④ $\frac{11}{17}$ ⑤ $\frac{14}{17}$

147. 상 중 아

두 벡터 $\vec{a}=(9, x+1, -12), \vec{b}=(-8, x, 7)$ 이 수직일 때, 양수 x 의 값을 구하시오.

[01 대수능 인터넷수능]

상 중 아

148. 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여

$|\vec{a}|=\sqrt{7}, |\vec{b}|=3, |\vec{a}-2\vec{b}|=5\sqrt{2}$

가 성립한다. 두 벡터 $2\vec{a}, -\vec{b}$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

- [수능특강]
- ① $-\frac{\sqrt{7}}{12}$ ② $-\frac{\sqrt{7}}{14}$ ③ $-\frac{\sqrt{7}}{16}$
 - ④ $\frac{\sqrt{7}}{14}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{12}$

상 중 아

149. 좌표공간 위의 세 점 $A(1, 2, 1), B(2, 1, 1), C(1, 1, a)$ 에 대하여 $\angle BAC = 60^\circ$ 가 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

- [수능특강]
- ① 1 ② 2 ③ 3
 - ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

150. 두 벡터 $\vec{a}=(2, -2, 3)$, $\vec{b}=(-2, k, 3)$ 이 이루는 각이 예각이 되도록 하는 자연수 k 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[수능특강]

상 중 아

151. 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 이고, $|\vec{a}|=1$, $(\vec{a}+\vec{b}) \perp (2\vec{a}-\vec{b})$ 일 때, 벡터 \vec{b} 의 크기는?

- ① $\frac{1+\sqrt{31}}{4}$ ② $\frac{1+\sqrt{33}}{4}$ ③ $\frac{1+\sqrt{35}}{4}$
④ $\frac{1+\sqrt{37}}{4}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{39}}{4}$

[고득점 200제]

상 중 아

152. 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=\frac{1}{2}$ 을 만족한다. 실수 t 에 대하여 $|t\vec{a}+\vec{b}|$ 의 최솟값이 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 일 때, 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 이루는 각 θ 의 크기는? (단, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)

- ① 15° ② 30° ③ 45°
④ 60° ⑤ 90°

[고득점 200제]

상 중 아

153. 두 벡터 $\vec{a}=(-2, 2, 1)$, $\vec{b}=(-1, 0, 2)$ 에 대하여 두 벡터 $\vec{a}-2\vec{b}$, $2\vec{a}+k\vec{b}$ 가 서로 수직일 때, 실수 k 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

[수능특강]

상 중 아

154. 좌표공간의 세 벡터 $\vec{a}=(1, 0, 0)$, $\vec{b}=(x, y, z)$, $\vec{c}=(0, 0, 1)$ 이 다음 세 조건을 만족할 때, y^2 의 값은?

- (가) $|\vec{b}|=1$
(나) \vec{a} 와 \vec{b} 가 이루는 각의 크기는 120° 이다.
(다) \vec{b} 와 \vec{c} 가 이루는 각의 크기는 120° 이다.

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

[고득점 200제]

상 중 아

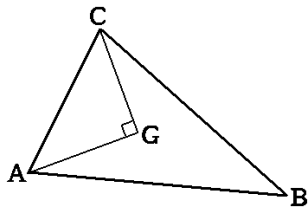
155. 구 $x^2+y^2+z^2=1$ 위의 점 $A(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ 와 이 구와 xy 평면이 만나는 곡선 위의 동점 P 에 대하여 $\angle AOP=\theta$ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 최댓값은? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

[인터넷수능]

상 중 하

156. $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 2$ 인 삼각형 ABC의 무게중심을 G 라 하면 $\angle AGC = 90^\circ$ 이다. 두 벡터 \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?



[수능특강]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

상 중 하

157. 두 벡터 $\vec{x} = (t+1, t^2)$, $\vec{y} = (t^2 + kt + 1, -t - k)$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]

[보 기]

- ㄱ. 모든 실수 t 에 대하여 두 벡터 \vec{x} , \vec{y} 가 수직이 되게 하는 k 는 무수히 많다.
- ㄴ. k 가 임의의 자연수일 때, 두 벡터 \vec{x} , \vec{y} 가 수직이 되는 실수 t 가 항상 존재한다.
- ㄷ. 모든 실수 t 에 대하여 두 벡터 \vec{x} , \vec{y} 가 수직이 되지 않는 정수 k 는 3개뿐이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

02 두 점이 주어진 직선의 방정식

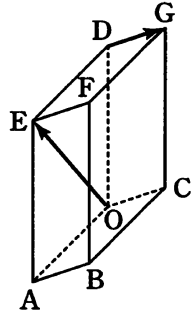
상 중 하

6. 좌표공간에서 점 $(1, -2, 3)$ 을 지나고 y 축과 수직으로 만나는 직선 l 의 방정식은?

- [수능특강]
- ① $x = 3z, y = -2$
 - ② $z = 3x, y = -2$
 - ③ $y = -2x, z = 0$
 - ④ $y = 2, x = z = 0$
 - ⑤ $x - 1 = \frac{y + 2}{-2} = \frac{z - 3}{3}$

상 중 하

7. 그림과 같이 한 꼭짓점이 원점 O 이고 각 면이 평행사변형인 육면체 $OABC-DEFG$ 에서 $\vec{OE} = (1, 2, 3), \vec{DG} = (-1, 1, 2)$ 일 때, 직선 CE 위에 점 $(3, a, b)$ 가 있다. 이 때, $a+b$ 의 값은?



- [인터넷수능]
- ① 5
 - ② 6
 - ③ 7
 - ④ 8
 - ⑤ 9

상 중 하

8. 두 점 $A(2, 1, 3), B(-1, 3, -1)$ 을 지나는 직선을 l 이라 하자. 직선 l 과 yz 평면에 대하여 대칭인 직선의 방정식이 zx 평면과 만나는 점의 좌표는 (a, b, c) 이다. 이때, $100(a+b+c)$ 의 값을 구 하여라.

[수능특강]

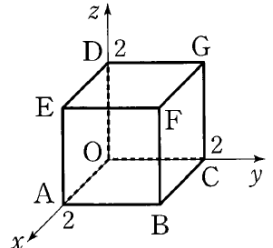
상 중 하

9. 좌표공간 위의 두 점 $A(2, -2, 4), B(1, 2, 3)$ 에 대하여 직선 AB 와 평행하고 선분 OA 의 중점을 지나는 직선이 점 $(2, a, b)$ 를 지날 때, $a+b$ 의 값은?(단, O 는 원점이다.)

- [인터넷수능]
- ① -2
 - ② -1
 - ③ 0
 - ④ 1
 - ⑤ 2

상 중 하

10. 좌표공간에 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체 $OABC-DEFG$ 가 있다. 선분 OF 의 중점을 지나고 선분 OF 에 수직인 평면을 π 라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[보기]

- ㄱ. 평면 π 의 방정식은 $x+y+z=3$ 이다.
- ㄴ. 평면 π 는 선분 AE 를 이등분한다.
- ㄷ. 평면 π 가 정육면체를 자른 단면은 정육각형이다.

- [고득점 200제]
- ① ㄱ
 - ② ㄱ, ㄴ
 - ③ ㄱ, ㄷ
 - ④ ㄴ, ㄷ
 - ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

11. 좌표공간에 네 점 $A(2, 0, 0), B(0, 1, 0), C(-3, 0, 0), D(0, 0, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 사면체 $ABCD$ 가 있다. 모서리 BD 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\vec{PA}^2 + \vec{PC}^2$ 의 값을 최소로 하는 점 P 의 좌표를 (a, b, c) 라고 할 때, $a+b+c = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[인터넷수능]

12. 직선과 평면의 방정식

03 두 직선의 교점

상 > 중 > 하

12. 두 직선 $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$, $x-1 = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{4}$ 의 교점의 좌표를 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18

[인터넷수능]

04 직선과 구의 위치 관계

상 > 중 > 하

13. 직선 $x-4 = \frac{y}{2} = z+1$ 과 구 $x^2+y^2+z^2=17$ 이 만나는 두 점의 중점의 좌표를 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[수능특강]

상 > 중 > 하

14. 두 직선 $x=2y=-2z+8$, $\frac{x+2}{2}=y-2=2-z$ 와 각각 한 점에서 만나는 구의 겹넓이의 최솟값이 S 일 때, $\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

05 두 직선이 이루는 각의 크기

상 > 중 > 하

15. 직선 $\frac{x-2}{2} = -y = \frac{z-2}{2}$ 가 y 축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

[수능특강]

상 > 중 > 하

16. 두 직선 $x-2 = \frac{y+3}{k} = z+3$, $\frac{x}{k} = y = 3-z$ 가 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은?(단, $k \neq 0$)

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

[수능특강]

상 > 중 > 하

17. 직선 $4x=3y, z=1$ 과 직선 $1-x = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{2}$ 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

[인터넷수능]

06 두 직선의 위치 관계

상 > 중 > 하

18. 좌표공간에서 $\overline{AB}=4$ 인 두 점 A, B가

직선 $l: \frac{x+2}{2} = y-2 = \frac{z-4}{-1}$ 위를 움직이고 점 C는 직선

$m: x=2y=-2z$ 위를 움직일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

[고득점 200제]

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ 5
- ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 일정하지 않다.

07 두 직선의 위치 관계의 활용

상 > 중 > 하

19. 원점 O에서 직선 $x-1 = \frac{y+1}{2} = -z+1$ 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 OH의 길이는?

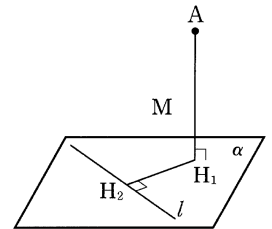
[수능특강]

- ① $\frac{\sqrt{15}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{17}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{19}}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{21}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{23}}{3}$

상 > 중 > 하

20. 직선 $l: x = y = -\frac{z}{2}$ 를 포함하는 평면

α 가 있다. 점 A(1,2,3)에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H_1 , 점 H_1 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H_2 라 하자. $\overline{AH_1}=3$ 일 때, $\overline{H_1H_2}$ 의 길이는?



[인터넷수능]

- ① $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{14}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{15}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{17}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{19}}{2}$

상 > 중 > 하

21. 좌표공간의 원점 O에서 평면 $\alpha: x-2y-2z+18=0$ 에 내린 수선의 발을 P라 하고, 평면 α 위에서 점 P를 중심으로 하고 점 Q(-4, 2, 5)를 지나는 원을 C라 하자. 원 C 위의 점 Q에서의 접선의 방정식이 $x+4 = a(y-2) = b(z-5)$ 일 때, a^2+b^2 의 값은? (단, $ab \neq 0$)

[인터넷수능]

- ① 2 ② 5 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 13

08 한 점과 법선벡터가 주어진 평면의 방정식

상 중 하

22. 좌표공간에서 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ 위의 점 $P(1, 2, 3)$ 에서 구에 접하는 평면의 방정식은?

[인터넷수능]

- ① $x + 2y + 3z = 0$
- ② $x + 2y + 3z = 14$
- ③ $x + 2y + 3z = 28$
- ④ $3x + 2y + z = 14$
- ⑤ $3x + 2y + z = 28$

상 중 하

23. 점 $A(2, 1, -1)$ 을 지나고 두 직선 $x = y - 1 = \frac{z + 1}{2}$,

$\frac{x - 1}{2} = -y = z - 1$ 과 모두 수직인 직선의 방정식이

$x = \frac{y - a}{p} = \frac{z - b}{q}$ 일 때, $a + b + p + q$ 의 값은?

(단, a, b, p, q 는 실수이다.)

[수능특강]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

상 중 하

24. 구 $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 3$ 위의 점 $(p, 0, -1)$ 을 지나고 이 구에 접하는 평면의 방정식은 $x + ay + bz + c = 0$ 이다. 실수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은? (단, $p > 0$)

[수능특강]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

상 중 하

25. 두 점 $A(1, 2, 3), B(-3, -2, 1)$ 에 대하여 선분 AB 의 중점을 지나고 선분 AB 와 수직인 평면이 x 축과 만나는 점의 x 좌표는?

[수능특강]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

상 중 하

26. 구 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$ 위의 점 $(\alpha, \beta, 6)$ 을 지나고 이 구에 접하는 평면의 방정식은 $ax + by + z + c = 0$ 이다. 세 실수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

[수능특강]

- ① -6
- ② -3
- ③ 0
- ④ 3
- ⑤ 6

상 중 하

27. 좌표공간 위의 원점 O 에서 직선 $x = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 4}{3}$ 에 내린 수선의 발을 $H(a, b, c)$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

상 중 하

28. 직선 $1-x=2y+1=\frac{1}{3}z+4$ 에 수직이고, 점 $A(1,0,-2)$ 를 지나는 평면이 x 축과 만나는 점의 x 좌표는?

[인터넷수능]

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

상 중 하

29. 좌표공간에 정사면체 $ABCD$ 가 있다. $A(2,1,-3)$ 이고 $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = (3,0,-3)$ 일 때, 면 BCD 를 포함하는 평면의 방정식은 $x+ay+bz+c=0$ 이다. $a^2+b^2+c^2$ 의 값은?(단, O 는 원점이다.)

[인터넷수능]

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

상 중 하

30. 두 점 $A(1,0,2)$, $B(a,b,c)$ 에 대하여 평면 $\alpha: x+2y+z=0$ 이 선분 AB 를 1:2로 내분하고 평면 α 와 직선 AB 가 수직일 때, $a+b+c$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① -3 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 3

09

세 점을 지나는 평면의 방정식

상 중 하

31. 세 점 $A(2, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, 0, -3)$ 을 지나는 평면이 점 (p, p, p) 를 지날 때, p 의 값은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 하

32. 세 점 $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(0,0,3)$ 을 지나는 평면 위에 점 $D(k, k-1, k-1)$ 이 있을 때, 상수 k 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

010

두 평면의 교선을 포함하는 평면의 방정식

상 > 중 > 하

33. 두 평면 $x+y+z+1=0$, $x-y-2z-3=0$ 의 교선을 l 이라 할 때, 직선 l 과 원점을 포함하는 평면 α 에 대하여 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

- ㄱ. 평면 α 는 점 $(1, 0, 0)$ 을 포함한다.
- ㄴ. 평면 α 는 두 점 $(0, 0, 0)$, $(1, 1, 2)$ 를 지나는 직선을 포함한다.
- ㄷ. 평면 α 는 직선 $x=-y=\frac{z}{-2}$ 를 포함한다.

[인터넷수능]

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

011

두 평면의 교선의 방정식

상 > 중 > 하

34. 좌표공간에서 평면 $x=3$ 과 평면 $z=1$ 의 교선을 l 이라 하자. 점 P 가 직선 l 위를 움직일 때, 선분 OP 의 길이의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.)

[인터넷수능]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $\sqrt{14}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

상 > 중 > 하

35. 두 평면 $x+y-z+1=0$, $2x-y-z+3=0$ 의 교선이 점 $(1, a, b)$ 를 지날 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{17}{4}$
- ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

상 > 중 > 하

36. 두 평면 $x-y+z=0$, $2x+y-2z+1=0$ 의 교선의 방정식이

$x+3=\frac{y-a}{b}=\frac{z-c}{d}$ 일 때, 네 실수 a, b, c, d 의 합 $a+b+c+d$ 의 값은?

[수능특강]

- ① -12 ② -10 ③ -8
- ④ -6 ⑤ -4

상 > 중 > 하

37. 좌표공간에서 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 50$ 이 두 평면

$$\alpha: x + y + 2z = 15$$

$$\beta: x - y - 4\sqrt{3}z = 25$$

와 만나서 생기는 원을 각각 C_1, C_2 라 하자.

원 C_1 위의 점 P 와 원 C_2 위의 점 Q 에 대하여 \overline{PQ}^2 의 최솟값을 구하시오.

[인터넷수능]

012

두 평면이 이루는 각의 크기

상 > 중 > 하

38. 평면 $x - 2y + 2z = 5$ 위에 반지름의 길이가 3인 원이 있다. 이 원의 xy 평면 위로의 정사영이 넓이는?

[수능특강]

- ① $6\sqrt{2}\pi$ ② 6π ③ $3\sqrt{3}\pi$
- ④ 3π ⑤ $2\sqrt{3}\pi$

상 > 중 > 하

39. 평면 $4x + 2y - 4z + 5 = 0$ 이 xz 평면과 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

상 > 중 > 하

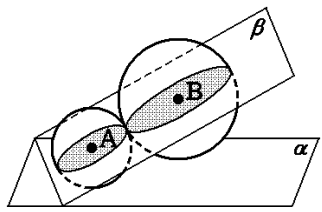
40. 좌표공간에서 구 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$ 와

구 $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 6y - 8z = k$ 가 한 점 P 에서 접할 때, 점 P 를 지나고 두 구에 동시에 접하는 평면과 xy 평면 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\cos\theta = \frac{q}{p}$ 일 때, 서로소인 두 자연수 p, q 의 합 $p + q$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 하

41. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 2, 3인 두 개의 구가 서로 외접하는 동시에 평면 α 와 각각 한 점에서 만나고 있다. 두 구의 중심 A, B를 지나는 평면 중에서 평면 α 와의 교선이 벡터 \overrightarrow{AB} 와 수직인 평면을 β 라 하자. 두 평면 α, β 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

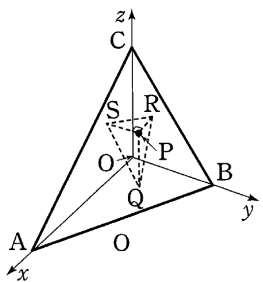


[수능특강]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{5}$
- ④ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

상 중 하

42. 좌표공간에서 평면 $x+2y+2z=54$ 위의 세 점 $A(54, 0, 0)$, $B(0, 27, 0)$, $C(0, 0, 27)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 내부에 점 $P(x, y, z)$ 가 있다. 점 P 의 xy 평면 위로의 정사영을 Q , yz 평면 위로의 정사영을 R , zx 평면 위로의 정사영을 S 라 하자. $\overrightarrow{QR}=\overrightarrow{QS}$ 일 때, 사면체 $QPRS$ 의 부피의 최댓값을 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 하

43. 구 $x^2+y^2+z^2=4$ 와 평면 $z=1$ 에 의하여 생긴 단면을 S , x 축을 포함한 평면 α 로 자른 단면을 S_2 라 하자. S_2 의 평면 $z=1$ 로의 정사영과 $S-1$ 이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 평면 α 의 법선 벡터를 \vec{h} 라 하자. $\frac{\vec{h}}{|\vec{h}|}=(p, q, r)$ 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은?(단, $q>0, r>0$)

[인터넷수능]

- ① $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{1+2\sqrt{3}}{2}$
- ④ $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

013 서로 수직인 평면

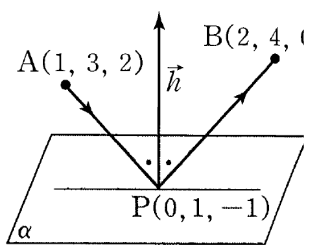
상 > 증 > 아

44. 양수 k 에 대하여 두 평면 $kx + ky + (k-2)z = 0$, $kx - 5y + 2z + k = 0$ 이 수직일 때, 평면 $kx - 5y + 2z + k = 0$ 과 xy 평면, yz 평면, zx 평면으로 둘러싸인 사면체의 부피는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[수능특강]

상 > 증 > 아

45. 좌표공간에서 점 $P(0, 1, -1)$ 을 지나는 평면 α 를 거울로 생각하자. 점 $A(1, 3, 2)$ 를 출발한 빛이 점 P 에서 반사되어 점 $B(2, 4, 0)$ 을 지난다고 한다. 평면 α 와 벡터 $\vec{h} = (3, a, b)$ 가 수직일 때, ab 의 값을 구하여라.



[수능특강]

014 직선과 평면이 이루는 각의 크기

상 > 증 > 아

46. 직선 $\frac{x}{2} = -y + 3 = 1 - z$ 가 yz 평면과 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

상 > 증 > 아

47. 직선 $x - 3 = \frac{y+1}{\sqrt{2}} = z$ 위에 두 점 A, B 가 있다. $\overline{AB} = 12$ 일 때 선분 AB 의 평면 $x - y + \sqrt{2}z - 2 = 0$ 위로의 정사영의 길이를 l 이라 하자. 이때, l^2 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 > 중 > 하

48. 직선 $\frac{x}{2} = 1 - y = z - 2$ 와 평면 $x + 2y + kz + 2 = 0$ 이 이루는
 예각의 크기 θ 에 대하여 $\sin\theta = \frac{1}{6}$ 일 때, 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[인터넷수능]

상 > 중 > 하

49. x 축과 평면 $x + 2y + 2z - 3 = 0$ 이 이루는 각의 크기를 θ 라
 할 때, $\sin\theta$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

[인터넷수능]

015

직선과 평면의 위치 관계

상 > 중 > 하

50. 두 점 $A(4, -3, -2)$, $B(2, a, 4)$ 를 지나는 직선이 z 축과
 만나도록 하는 상수 a 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

[수능특강]

상 > 중 > 하

51. 직선 $\frac{x-3}{a} = 1 - y = \frac{z+3}{b}$ 이 직선 $x = y = -z$ 와 평행하고
 직선 $x+2 = y-2 = \frac{z-1}{c}$ 과 수직일 때, 세 실수 a, b, c 의 합
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[수능특강]

상 중 하

52. 다음 중 평면 $x+2y+3z=0$ 과 만나는 것을 모두 고른 것은?

[보기]

- ㄱ. $x=y=1-z$ ㄴ. $2x=y=1-z$
 ㄷ. $2x+4y+6z=1$

[인터넷수능]

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

53. 세 벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3), \vec{b}=(b_1, b_2, b_3), \vec{c}=(c_1, c_2, c_3)$ 에 대하여 다음과 같은 직선 l 과 평면 α 가 있다.

$$l : \frac{x}{a_1} = \frac{y}{a_2} = \frac{z}{a_3},$$

$$\alpha : b_1(x-c_1) + b_2(y-c_2) + b_3(z-c_3) = 0$$

이 때, 다음 보기 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?
 (단, $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}, \vec{c} \neq \vec{0}$)

[보기]

- ㄱ. $\vec{a} // \vec{b}$ 이면 $l \perp \alpha$ 이다.
 ㄴ. $\vec{a} \perp \vec{b}, \vec{a} \perp \vec{c}$ 이면 $l // \alpha$ 이다.
 ㄷ. $\vec{a} \perp \vec{b}$ 이고 $\vec{a} // \vec{c}$ 이면 l 은 α 에 포함된다.

[인터넷수능]

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

016

직선과 평면의 교점

상 중 하

54. 직선 $x+1 = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$ 이 yz 평면과 만나는 점의 좌표를 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

상 중 하

55. 직선 $\frac{x-2}{2} = y+3 = z-2$ 가 xy 평면, yz 평면, zx 평면과 만나는 점을 각각 P, Q, R 라 하자. 이때, 점 Q 는 선분 PR 를 1 : \square (가)로 \square (나) 하는 점이다. (가), (나) 에 알맞은 것을 차례로 쓴 것은?

[수능특강]

- ① 3, 내분 ② 4, 내분 ③ 5, 내분
 ④ 4, 외분 ⑤ 5, 외분

상 중 하

56. 직선 $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = -z-2$ 와 평면 $2x+y+z=8$ 의 교점의 x 좌표는?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

상 중 하

57. 한 점 $A(1,2,3)$ 과 구 $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 4z = 0$ 의 중심을 지나는 직선이 xy 평면과 만나는 점의 좌표가 (a,b,c) 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 5

[인터넷수능]

상 중 하

58. 점 $A(1,1,2)$ 에서 평면 $x + 2y + 3z + 5 = 0$ 에 내린 수선의 발을 $H(a,b,c)$ 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

[인터넷수능]

상 중 하

59. 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 7$ 과 직선 $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$ 가 만나는 두 점을 A, B 라 할 때, 선분 AB 의 길이는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
- ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

[인터넷수능]

상 중 하

60. 직선 $1 - x = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$ 가 xz 평면, yz 평면과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 이때, 선분 AB 의 평면 $x + y + z = 0$ 으로의 정사영의 길이는?

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

[인터넷수능]

상 중 하

61. 직선 $x - 1 = y + 2 = z + 2$ 와 구 $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ 이 만나는 두 점을 A, B 라 할 때, 삼각형 OAB 가 정삼각형이 되도록 하는 양수 r 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

[수능특강]

017

평면에 대하여 대칭인 점

상 > 중 > 하

62. 두 구 $(x-3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$,

$(x+5)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 4$ 가 평면 $ax + by + cz + 10 = 0$ 에 대하여 대칭이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a+b+c$ 의 값은?

[수능특강]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 > 중 > 하

63. 두 구 $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ 과

$(x+3)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$ 이 평면 α 에 대하여 대칭일 때, 평면 α 의 방정식은?

[인터넷수능]

- ① $x + y + z = 0$ ② $x + y + z = 1$
- ③ $x + y + z = 2$ ④ $2x + 2y + 2z = 1$
- ⑤ $3x + 3y + 3z = 1$

018

점과 평면 사이의 거리

상 > 중 > 하

64. 좌표공간에 두 점 $A(3, 1, 1), B(1, -3, -1)$ 이 있다. 평면 $x - y + z = 0$ 에 있는 점 P 에 대하여 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}|$ 의 최솟값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

상 > 중 > 하

65. 좌표공간의 점 $A(3, 6, 0)$ 에서 평면 $\sqrt{3}y - z = 0$ 에 내린 수선의 발을 B 라 할 때, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

[인터넷수능]

상 > 중 > 하

66. 구 $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 1$ 위의 임의의 점 P 와 직선 $l: x = y = z$ 사이의 거리의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ③ $\sqrt{6}$
- ④ $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

상 중 하

67. 좌표공간에서 중심이 C인 구

$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$ 와 평면 $x+y+z=6$ 이 만나서 생기는 도형을 S라 하자. 도형 S 위의 두 점 P, Q에 대하여 두 벡터 \vec{CP}, \vec{CQ} 의 내적 $\vec{CP} \cdot \vec{CQ}$ 의 최솟값은?

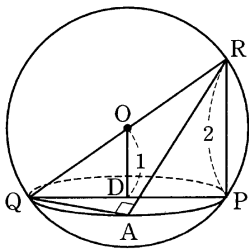
[인터넷수능]

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 1 ⑤ 2

상 중 하

68. 좌표공간에서 구 S: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

와 평면 $\alpha: y - \sqrt{3}z = 2$ 가 만나서 생기는 원을 C라 하자. 원 C위의 점 A(0,2,0)에 대하여 원 C의 지름의 양 끝점 P, Q를 $\vec{AP} = \vec{AQ}$ 가 되도록 잡고, 점 P를 지나고 평면 α 에 수직인 직선이 구 S와 만나는 또 다른 점을 R라 하자. 삼각형 ARQ의 넓이를 s라 할 때, s^2 의 값을 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 하

69. 직선 $x=y=z$ 위의 동점 P와 직선 $x-1=y=\frac{z}{2}$ 위의 동점 Q에 대하여 선분 PQ의 길이의 최솟값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

상 중 하

70. 세 점 A(1,1,2), B(0,1,0), C(1,2,3)에 대하여 두 벡터 \vec{x}, \vec{y} 를

$\vec{x} = s\vec{OA} + r\vec{OB}$ (단, s, t는 $s+t=1$ 인 실수)

$\vec{y} = u\vec{AC} + v\vec{BC}$ (단, u, v는 실수)

라 할 때, $|\vec{x} - \vec{y}|$ 의 최솟값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{4}$
- ④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

상 중 하

71. 좌표공간 위의 구 $x^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 4$ 의 중심 M에서 평면 $x+y+2z=0$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

구 $x^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 4$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\vec{OH} \cdot \vec{OP}$ 의 최댓값은 $p+q\sqrt{30}$ 이다. 이때, 두 유리수 p, q의 합 $p+q$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

[수능특강]

- ① $\frac{65}{3}$ ② 22 ③ $\frac{45}{2}$
- ④ 23 ⑤ $\frac{70}{3}$

상 중 하

72. 좌표공간의 점 A(2,0,2)와 구 $x^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 6$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $|\vec{OA} - 2\vec{OP}|$ 의 최댓값은 M이다. M²의 값을 구하여라. (단, O는 원점이다.)

[수능특강]

019

구와 평면의 위치 관계

상 > 증 > 아

73. 구 $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = r^2$ 위를 움직이는 점 P 와 평면 $x-y + \sqrt{2}z + 8 = 0$ 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 선분 PQ 의 길이의 최솟값이 2 일 때, 양수 r 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 > 증 > 아

74. 평면 $ax - 2ay - 2az = 1$ 과 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 이 접하도록 하는 양수 a 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

상 > 증 > 아

75. 평면 $x + 2y + 2z = 8$ 이 x 축, y 축, z 축과 만나는 점을 각각 A, B, C 라 할 때, 사면체 $OABC$ 의 모든 면에 내접하는 구의 겹넓이를 a , 사면체 $OABC$ 의 네 꼭짓점을 지나는 구의 겹넓이를 b 라 하자. 이때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

[인터넷수능]

상 > 증 > 아

76. 좌표공간에서 세 점 $(34, 0, 0), (0, 17, 0), (0, 0, -17)$ 을 지나는 평면을 α 라 하자. 중심이 $(1, 1, 1)$ 이고 평면 α 에 접하는 구의 반지름의 길이를 구하시오.

[고득점 200제]

상 > 증 > 아

77. 좌표공간에서 평면 $\alpha : 2x + y + 2z = k$ 와 구 $S : (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 4$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]

[보 기]

ㄱ. 평면 α 와 구 S 가 단 하나의 교점을 갖는 k 의 값은 2 개다.
 ㄴ. $k < -4$ 일 때, 평면 α 와 구 S 는 만나지 않는다.
 ㄷ. $k = 5$ 일 때, 평면 α 와 구 S 의 교선으로 만들어진 도형의 넓이는 3π 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

020

두 구의 위치 관계

상 > 증 > 아

78. 좌표공간의 점 A(1, 1, 1)과 평면 $\alpha : x + 2y - 2z = 31$ 에 대하여 두 구 C_1, C_2 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 구 C_1, C_2 의 부피의 비는 1 : 8이다.
- (나) 두 구 C_1, C_2 는 서로 외접한다.
- (다) 구 C_1 의 중심은 점 A이고, 구 C_2 는 평면 α 와 한 점에서 만난다.

이때, 구 C_1 의 반지름의 길이의 최솟값은?

[수능특강]

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④ $\sqrt{6}$
- ⑤ 3

상 > 증 > 아

79. 좌표공간에서 평면 $2x - 3y + 6z + d = 0$ 이 두 개의 구

$$x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$$

$(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 1$ 에 동시에 접할 때, d 의 값을 구하십시오.

[고득점 200제]

상 > 증 > 아

80. 좌표공간에서 두 개의 구

$$(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16,$$

$$(x-5)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$$

가 만나서 생기는 원을 포함하는 평면을 α 라 하자. 평면 α 와 yz 평면이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? (단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$)

[고득점 200제]

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

021

평행한 두 평면 사이의 거리

상 > 증 > 아

81. 서로 평행한 두 평면 $x + 2y - z = 0, 2x + ay + bz + 9 = 0$ 에 동시에 접하는 구의 반지름의 길이는?

[수능특강]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{8}$
- ② $\frac{\sqrt{6}}{4}$
- ③ $\frac{3\sqrt{6}}{8}$
- ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- ⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{8}$

상 > 증 > 아

82. 두 평면 $x + y + z = 1, x + y + z = 3$ 사이의 거리는?

[인터넷수능]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

상 > 증 > 아

83. 평행한 두 평면 $\alpha : x + 2y - 2z = 0, \beta : x + 2y - 2z - 3 = 0$ 이 있다. $\overline{AB} = 2$ 인 평면 α 위의 두 점 A, B에 대하여 $|\overline{PA}| + |\overline{PB}|$ 가 최솟값을 갖게 하는 평면 β 위의 점 P가 있다. 이때, $|\overline{PA}| + |\overline{PB}|$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\sqrt{2}$
- ② $2\sqrt{2}$
- ③ $3\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{3}$
- ⑤ $3\sqrt{3}$

022 벡터방정식

상 > 증 > 아

84. 원점이 O인 좌표평면에서 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OP} = \vec{p}$ 라 하자. 등식 $|\vec{p}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{p} = 0$ 을 만족하는 점 P가 나타내는 도형에 대한 설명으로 옳은 것은? (단, $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{OA'} = 2\vec{OA}$)

[고득점 200제]

- ① 점 A를 지나고 벡터 \vec{a} 에 수직인 직선
- ② 점 A'을 지나고 벡터 \vec{a} 에 수직인 직선
- ③ 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $|\vec{a}|$ 인 원
- ④ 점 A를 중심으로 하고 지름의 길이가 $|\vec{a}|$ 인 원
- ⑤ 점 A'을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $|\vec{a}|$ 인 원

상 > 증 > 아

85. 좌표평면에 서로 다른 두 정점 A, B가 있다. $|2\vec{AP} + \vec{BP}| = 4$ 를 만족시키는 점 P가 그리는 도형 위의 임의의 점 Q에 대하여 $|\vec{QR}|$ 의 크기가 일정한 점 R의 개수는?

[고득점 200제]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 0
- ⑤ 무수히 많다.