

2019학년도 고3 평가원 9월 모의평가 (가)형 14번

1. 실수  $k$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \cos^2\left(x - \frac{3}{4}\pi\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + k$$

의 최댓값은 3, 최솟값은  $m$ 이다.  $k+m$ 의 값은?

- ① 2      ②  $\frac{9}{4}$       ③  $\frac{5}{2}$       ④  $\frac{11}{4}$       ⑤ 3

2.  $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식

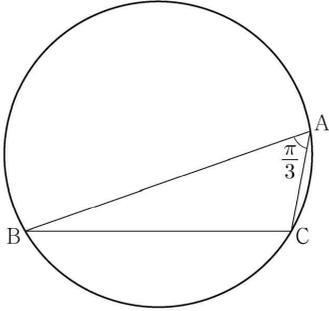
$$x^2 - (2\sin\theta)x - 3\cos^2\theta - 5\sin\theta + 5 = 0$$

이 실근을 갖도록 하는  $\theta$ 의 최솟값과 최댓값을 각각  $\alpha, \beta$ 라 하자.  $4\beta - 2\alpha$ 의 값은?

- ①  $3\pi$       ②  $4\pi$       ③  $5\pi$       ④  $6\pi$       ⑤  $7\pi$

3.  $\angle A = \frac{\pi}{3}$  이고  $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 1$  인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때,  
 선분 AC의 길이를  $k$ 라 하자.  $k^2$ 의 값을 구하시오.



4.  $0 \leq \theta < 4\pi$  일 때, 방정식

$$4\sin^2 x - 4\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3 = 0$$

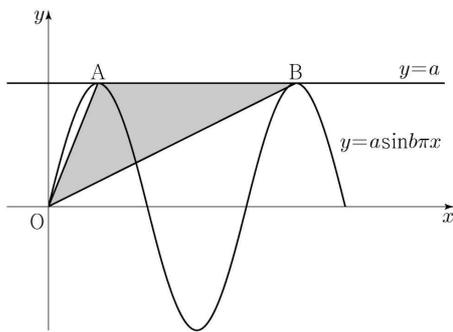
의 모든 해의 합은?

- ①  $5\pi$       ②  $6\pi$       ③  $7\pi$       ④  $8\pi$       ⑤  $9\pi$

5. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 곡선  $y = a \sin b\pi x$  ( $0 \leq x \leq \frac{3}{b}$ )이

직선  $y = a$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.  
삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와  
직선 OB의 기울기의 곱이  $\frac{5}{4}$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?  
(단, O는 원점이다.)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5



6. 닫힌구간  $[0, 12]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{6}, \quad g(x) = -3 \cos \frac{\pi x}{6} - 1$$

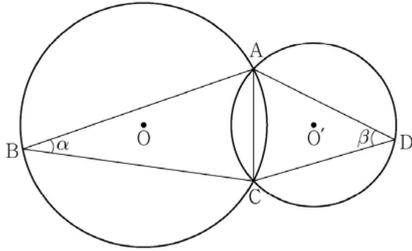
이 있다. 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = k$ 가 만나는 두 점의  
 $x$ 좌표를  $\alpha_1, \alpha_2$ 라 할 때,  $|\alpha_1 - \alpha_2| = 8$ 이다. 곡선  $y = g(x)$ 와  
직선  $y = k$ 가 만나는 두 점의  $x$ 좌표를  $\beta_1, \beta_2$ 라 할 때,  
 $|\beta_1 - \beta_2|$ 의 값은? (단,  $k$ 는  $-1 < k < 1$ 인 상수이다.)

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

7. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O'이라 하고  $\angle ABC = \alpha$ ,  $\angle ADC = \beta$ 라 할 때,

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{3}{2}, \quad \cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}, \quad \overline{OO'} = 1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가  $\frac{q}{p}\pi$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

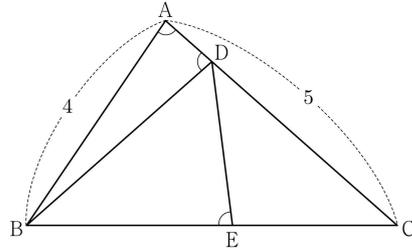


8. 그림과 같이  $\overline{AB} = 4$ ,  $\overline{AC} = 5$ 이고  $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{8}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E에 대하여

$$\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$$

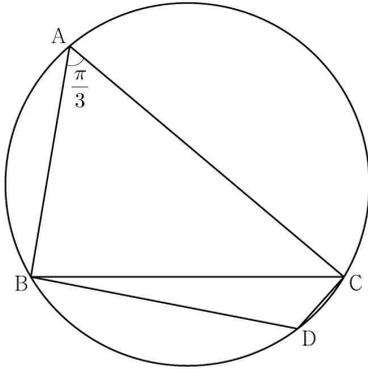
일 때, 선분 DE의 길이는?



- ①  $\frac{7}{3}$     ②  $\frac{5}{2}$     ③  $\frac{8}{3}$     ④  $\frac{17}{6}$     ⑤ 3

9. 반지름의 길이가  $2\sqrt{7}$ 인 원에 내접하고  $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D에 대하여  $\sin(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 일 때,  $\overline{BD} + \overline{CD}$ 의 값은?

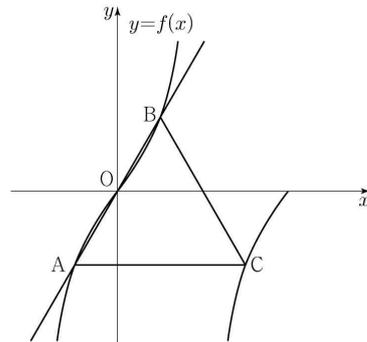
- ①  $\frac{19}{2}$     ② 10    ③  $\frac{21}{2}$     ④ 11    ⑤  $\frac{23}{2}$



10. 양수  $a$ 에 대하여 집합  $\left\{x \mid -\frac{a}{2} < x \leq a, x \neq \frac{a}{2}\right\}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$$

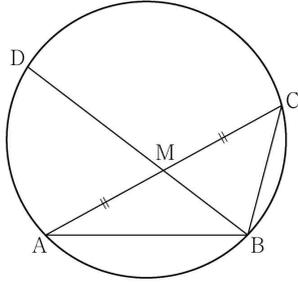
가 있다. 그림과 같이 함수  $y = f(x)$ 의 그래프 위의 세 점 O, A, B를 지나는 직선이 있다. 점 A를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



- ①  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$     ②  $\frac{17\sqrt{3}}{12}$     ③  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$   
 ④  $\frac{5\sqrt{3}}{4}$     ⑤  $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

11. 그림과 같이  $\overline{AB}=3$ ,  $\overline{BC}=2$ ,  $\overline{AC}>3$ 이고

$\cos(\angle BAC)=\frac{7}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는?



- ①  $\frac{3\sqrt{10}}{5}$       ②  $\frac{7\sqrt{10}}{10}$       ③  $\frac{4\sqrt{10}}{5}$   
 ④  $\frac{9\sqrt{10}}{10}$       ⑤  $\sqrt{10}$

12. 닫힌구간  $[-2\pi, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x)=\sin kx+2, \quad g(x)=3\cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수  $k$ 의 개수는?

실수  $a$ 가 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 의 교점의  $y$ 좌표이면

$$\{x \mid f(x)=a\} \subset \{x \mid g(x)=a\}$$

이다.

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

13.  $-1 \leq t \leq 1$ 인 실수  $t$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식

$$\left(\sin \frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos \frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합  $\{x | 0 \leq x < 4\}$ 에 속하는 가장 작은 값을  $\alpha(t)$ , 가장 큰 값을  $\beta(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

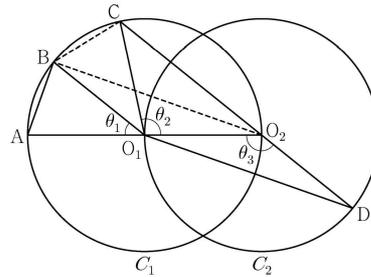
ㄱ.  $-1 \leq t < 0$ 인 모든 실수  $t$ 에 대하여  $\alpha(t) + \beta(t) = 5$ 이다.

ㄴ.  $\{t | \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\} = \left\{t \mid 0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ㄷ.  $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ 인 두 실수  $t_1, t_2$ 에 대하여  $t_2 - t_1 = \frac{1}{2}$ 이면  $t_1 \times t_2 = \frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 두 점  $O_1, O_2$ 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{O_1O_2}$ 인 두 원  $C_1, C_2$ 가 있다. 그림과 같이 원  $C_1$  위의 서로 다른 세 점 A, B, C와 원  $C_2$  위의 점 D가 주어졌고, 세 점 A,  $O_1, O_2$ 와 세 점 C,  $O_2, D$ 가 각각 한 직선 위에 있다. 이때  $\angle BO_1A = \theta_1, \angle O_2O_1C = \theta_2, \angle O_1O_2D = \theta_3$ 이라 하자.



다음은  $\overline{AB} : \overline{O_1D} = 1 : 2\sqrt{2}$ 이고  $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 일 때, 선분 AB와 선분 CD의 길이의 비를 구하는 과정이다.

$\angle CO_2O_1 + \angle O_1O_2D = \pi$ 이므로  $\theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_2}{2}$ 이고  $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 에서  $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ 이므로  $\angle CO_1B = \theta_1$ 이다. 이때  $\angle O_2O_1B = \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ 이므로 삼각형  $O_1O_2B$ 와 삼각형  $O_2O_1D$ 는 합동이다.

$\overline{AB} = k$ 라 할 때  $\overline{BO_2} = \overline{O_1D} = 2\sqrt{2}k$ 이므로  $\overline{AO_2} = \boxed{\text{가}}$ 이고  $\angle BO_2A = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로  $\cos \frac{\theta_1}{2} = \boxed{\text{나}}$ 이다.

삼각형  $O_2BC$ 에서  $\overline{BC} = k, \overline{BO_2} = 2\sqrt{2}k, \angle CO_2B = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로 코사인법칙에 의하여  $\overline{O_2C} = \boxed{\text{다}}$ 이다.  $\overline{CD} = \overline{O_2D} + \overline{O_2C} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2C}$ 이므로  $\overline{AB} : \overline{CD} = k : \left(\frac{\boxed{\text{가}}}{2} + \boxed{\text{다}}\right)$ 이다.

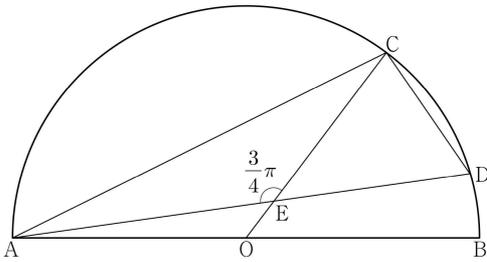
위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(k), g(k)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를  $p$ 라 할 때,  $f(p) \times g(p)$ 의 값은?

- ①  $\frac{169}{27}$     ②  $\frac{56}{9}$     ③  $\frac{167}{27}$     ④  $\frac{166}{27}$     ⑤  $\frac{55}{9}$

15. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE}=4, \overline{ED}=3\sqrt{2}, \angle CEA = \frac{3}{4}\pi$$

이다.  $\overline{AC} \times \overline{CD}$ 의 값은?



- ①  $6\sqrt{10}$       ②  $10\sqrt{5}$       ③  $16\sqrt{2}$   
 ④  $12\sqrt{5}$       ⑤  $20\sqrt{2}$

1. ③
2. ①
3. 21
4. ②
5. ③
6. ③
7. 26
8. ③
9. ②
10. ③
11. ③
12. ②
13. ②
14. ②
15. ⑤