$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$.

당연하게 느껴지지만 왜 그럴까요?

수2 에서는 n이 자연수일 때만 다룹니다.

도함수의 정의 $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ 에 따라,

$$(x^n)' = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\{(x+h) - x\} \cdot \{(x+h)^{n-1} + (x+h)^{n-2} \cdot x + (x+h)^{n-3} \cdot x^2 + \cdots + (x+h) \cdot x^{n-2} + x^{n-1}\}}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \sum_{k=1}^{n} (x+h)^{n-k} x^{k-1}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} x^{n-k} \cdot x^{k-1}$$

$$= n \cdot x^{n-1}$$

임을 확인할 수 있죠.

n이 정수일 때는 어떨까요?

$n=0$ 이면 $x^0 = 1$ 이니 $(x^0)' = (1)' = 0$ 이기에

$(x^0)' = 0 \cdot x^{-1}$ 을 따르는 듯합니다.

$n<0$ 이면 $x^n = \frac{1}{x^{-n}}$ 이니 몫의 미분법에 따라

$\left(\frac{1}{x^{-n}}\right)' = -\frac{(-n) \cdot x^{-n-1}}{(x^{-n})^2} = n \cdot x^{n-1}$ 임을 확인 가능!

n이 유리수면요?

$n = \frac{q}{p}$ (p, q는 서로소인 자연수) 라고 할 때,

$y = x^{\frac{q}{p}} \iff y^p = x^q$.

합성함수 or 음함수 미분법에 따라 $p \cdot y^{p-1} \cdot \frac{dy}{dx} = q \cdot x^{q-1} \iff \frac{dy}{dx} = \frac{q}{p} \cdot x^{\frac{q}{p}-1}$ 임을 확인할 수 있습니다.

n이 실수일 때는 어떨까요?

$y = x^n$ 에서 $\ln y = n \cdot \ln x$ 이기에,

$\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = n \cdot \frac{1}{x} \iff \frac{dy}{dx} = n \cdot x^{n-1}$ 임을 확인할 수 있습니다!

〈정리〉

$\frac{d}{dx}(x^n) = n \cdot x^{n-1}$

n이 자연수 by 인수분해, 도함수의 정의

n이 정수 by 몫의 미분법

n이 유리수 by 합성함수 미분법 (음함수 미분법)

n이 실수 by 합성함수 미분법 (음함수 미분법)

< 방법 정리 >

① 인수분해

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \cdots + b^{n-1})$$

$$= (a-b) \cdot \sum_{k=1}^{n} a^{n-k} \cdot b^{k-1}$$

② 도함수의 정의 극한이 수렴하면 도함수 존재

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

③ 몫의 미분법 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때, $f(x) \neq 0$

$$\frac{d}{dx}\left\{\frac{g(x)}{f(x)}\right\} = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{g(x+h)}{f(x+h)} - \frac{g(x)}{f(x)}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{g(x+h)f(x) - g(x)f(x+h) - g(x)f(x) + g(x)f(x)}{h \cdot f(x) \cdot f(x+h)}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{f(x)\{g(x+h) - g(x)\} - g(x)\{f(x+h) - f(x)\}}{h \cdot f(x) \cdot f(x+h)}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{f(x) \cdot f(x+h)} \cdot \left\{ f(x) \cdot \lim_{h \to 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} - g(x) \cdot \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right\}$$

$$= \frac{g'(x)f(x) - g(x)f'(x)}{\{f(x)\}^2}$$

이때 $g(x) = 1$ 이면, $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{f(x)}\right) = -\frac{f'(x)}{\{f(x)\}^2}$

④ 합성함수 미분법 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분 가능할 때

$$\frac{d}{dx}[f\{g(x)\}] = \lim_{h\to0}\frac{f\{g(x+h)\}-f\{g(x)\}}{h}$$

$$= \lim_{h\to0}\frac{f\{g(x+h)\}-f\{g(x)\}}{g(x+h)-g(x)}\cdot\frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to0}\frac{f\{g(x+h)\}-f\{g(x)\}}{g(x+h)-g(x)}\cdot\lim_{h\to0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$

$$= f'\{g(x)\}\cdot g'(x)$$

⑤ 음함수 (implicit function) 미분법

a가 b에 대한 함수일 때, $\frac{d}{db}(a) = \frac{da}{db}$

만약 a가 b에 대한 함수가 아니라면?

$\frac{d}{db}(a) = 0$ ($\because$ b가 변해도 a는 변하지 않기 때문)

영향을 받지 않는다는 것이고 "상수함수" 관계라는 뜻이겠죠!

보통은 $y=f(x)$ 같은 양함수 (explicit function) 에서 $\frac{dy}{dx}=f'(x)$ 를 구해왔었지만,

곡선 $x^2-y\cdot\ln x+x=e$ 처럼 $y=f(x)$와 같이 표현할 수는 없지만 x가 변하면 그에 따라 y도 변하는

음함수 (implicit function)의 도함수를 구할 때 음함수 미분법을 사용하곤 합니다.

$x^2-y\cdot\ln x+x=e \xrightarrow[\text{미분}]{\text{양변을 }x\text{에 대해}} 2x-\frac{dy}{dx}\cdot\ln x-y\cdot\frac{1}{x}+1=0$, 이런 식으로요!

제가 현역이던 2022학년도 6월 모의고사가 음함수 미분법을 대놓고 다룬 시험지였는데, 220629와 220630을 함께 살펴볼게요.

먼저 한 번 시도해보세요!

29. $t > 2e$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = t(\ln x)^2 - x^2$ 이 $x = k$ 에서 극대일 때, 실수 k 의 값을 $g(t)$ 라 하면 $g(t)$ 는 미분가능한 함수이다. $g(\alpha) = e^2$ 인 실수 α 에 대하여 $\alpha \times \{g'(\alpha)\}^2 = \dfrac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. $t>2e$ 인 실수 t에 대하여 함수 $f(x)=t(\ln x)^2-x^2$이 $x=k$에서 극대일 때, 실수 k의 값을 $g(t)$라 하면 $g(t)$는 미분가능한 함수이다. $g(\alpha)=e^2$인 실수 α에 대하여

$$\alpha\times\{g'(\alpha)\}^2=\frac{q}{p}$$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$\frac{dk}{dt}$가 실수 전체의 집합에서 존재

k가 t에 대한 함수라는 뜻이에요.

즉, $\frac{d}{dt}(k)=\frac{dk}{dt}$ 인 음함수 미분법을 쓰게 될 것을 조심스레 예상해볼 수 있겠습니다!

음함수 미분법 문제에서는 "~일 때"를 정리하는 것이 중요합니다.

미분가능한 함수 $f(x)$가 $x=k$에서 극값을 가지므로 '극값의 판정'에 따라 $f'(k)=0$ 입니다.

$f'(x)=t\cdot 2\ln x\cdot\frac{1}{x}-2x$ 이므로 $t\cdot 2\ln k\cdot\frac{1}{k}-2k=0$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{t\cdot\ln k=k^2}$ 이것은 t, k에 관한 항등식!

조건을 보고 "~일 때"를 정리해보면, $\boxed{\begin{aligned}&t=\alpha\\&k=e^2\\&\frac{dk}{dt}=?\end{aligned}}$ 겠네요. 항등식에 $k=e^2$을 대입하면, $t\cdot\ln e^2=(e^2)^2$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{t=\frac{e^4}{2}}$ 확인 가능.

k가 t에 대한 함수이므로 항등식의 양변을 t에 대해 미분하면,

음함수 미분법에 따라, $\boxed{\ln k+t\cdot\frac{1}{k}\cdot\frac{dk}{dt}=2k\cdot\frac{dk}{dt}}$ 이것도 t, k에 관한 항등식!

미분한 항등식에 $k=e^2$, $t=\frac{e^4}{2}$을 대입하면, $\ln e^2+\frac{e^4}{2}\cdot\frac{1}{e^2}\cdot\frac{dk}{dt}\Big|_{\substack{k=e^2\\t=e^4/2}}=2e^2\cdot\frac{dk}{dt}\Big|_{\substack{k=e^2\\t=e^4/2}}$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{\frac{dk}{dt}\Big|_{\substack{k=e^2\\t=e^4/2}}=\frac{4}{3e^2}}$ 확인 가능.

그렇다면 $\boxed{\begin{aligned}&t=\frac{e^4}{2}\\&k=e^2\\&\frac{dk}{dt}=\frac{4}{3e^2}\end{aligned}}$ 로부터 $\alpha\times\{g'(\alpha)\}^2=\frac{e^4}{2}\times\left(\frac{dk}{dt}\Big|_{\substack{k=e^2\\t=e^4/2}}\right)^2$

$=\frac{e^4}{2}\cdot\frac{16}{9e^4}$

$=8$ 을 얻어낼 수 있겠네요!

$\therefore 8$

먼저 한 번 시도해보세요!

30. $t>\frac{1}{2}\ln 2$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y=\ln\left(1+e^{2x}-e^{-2t}\right)$ 과 직선 $y=x+t$ 가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때, $f'(\ln 2)=\frac{q}{p}\sqrt{2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. $t>\frac{1}{2}\ln 2$인 실수 t에 대하여 곡선 $y=\ln(1+e^{2x}-e^{-2t})$과 직선 $y=x+t$가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$라 할 때, $f'(\ln 2)=\frac{q}{p}\sqrt{2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

두 점 사이의 거리가 t에 대한 함수!

$\frac{d}{dt}$(두 점 사이의 거리) $\neq 0$ 일 확률이 크겠네요.

$t=\ln 2$ 일 때를 제시해줬습니다.

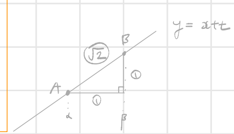
곡선과 직선이 만나는 두 점의 x좌표를 α, β라 합시다. $(\alpha<\beta)$

$$\boxed{\begin{aligned}\ln(1+e^{2\alpha}-e^{-2t}) &= \alpha+t\\ \ln(1+e^{2\beta}-e^{-2t}) &= \beta+t\end{aligned}}$$

가 성립할 거예요.

이것은 α, β, t에 대한 항등식

$$\boxed{\begin{aligned}&t=\ln 2\\ &\alpha=?\\ &\beta=?\\ &\frac{d\alpha}{dt}=?\\ &\frac{d\beta}{dt}=?\end{aligned}}$$



두 점을 $A(\alpha, \alpha+t)$, $B(\beta, \beta+t)$라 하면, $f(t)=\overline{AB}=\sqrt{2}(\beta-\alpha)$ 겠네요.

항등식에 $t=\ln 2$를 대입해 정리하면, $\ln(1+e^{2\rho}-e^{-2t})=\rho+t$ $(\rho=\alpha$ or $\rho=\beta)$에 대해

$$\ln(1+e^{2\rho}-e^{-2\ln 2})=\rho+\ln 2$$

$$\Leftrightarrow\ 4e^{2\rho}-8e^{\rho}+3=0$$

$$\Leftrightarrow\ (2e^{\rho}-1)(2e^{\rho}-3)=0$$

$$\Leftrightarrow\ \rho=\ln\frac{1}{2}\ \text{or}\ \rho=\ln\frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow\ \alpha=\ln\frac{1}{2},\ \beta=\ln\frac{3}{2}$$

ρ에 대해 일반화 된 항등식의 양변을 t에 대해 미분하면,

$1+e^{2\rho}-e^{-2t}=e^{\rho+t}$ $(\rho=\alpha$ or $\rho=\beta)$ 에 대해,

음함수 미분법에 의해 ρ는 t에 대한 함수이므로,

$$2\cdot e^{2\rho}\cdot\frac{d\rho}{dt}+2e^{-2t}=e^{\rho+t}\cdot\left(\frac{d\rho}{dt}+1\right).$$

즉,

$$\boxed{\begin{aligned}2e^{2\alpha}\cdot\frac{d\alpha}{dt}+2e^{-2t} &= e^{\alpha+t}\cdot\left(\frac{d\alpha}{dt}+1\right)\\ 2e^{2\beta}\cdot\frac{d\beta}{dt}+2e^{-2t} &= e^{\beta+t}\cdot\left(\frac{d\beta}{dt}+1\right)\end{aligned}}$$

가 성립.

이것도 α, β, t에 대한 항등식

$\alpha=\ln\frac{1}{2}$, $\beta=\ln\frac{3}{2}$, $t=\ln 2$를 대입해 정리해보면

$$2e^{2\ln\frac{1}{2}}\cdot\frac{d\alpha}{dt}\Big|_{\substack{\alpha=\ln\frac{1}{2}\\ t=\ln 2}}+2e^{-2\ln 2}=e^{\ln\frac{1}{2}+\ln 2}\left(\frac{d\alpha}{dt}\Big|_{\substack{\alpha=\ln\frac{1}{2}\\ t=\ln 2}}+1\right)\longrightarrow \frac{d\alpha}{dt}\Big|_{\substack{\alpha=\ln\frac{1}{2}\\ t=\ln 2}}=-1$$

$$2e^{2\ln\frac{3}{2}}\cdot\frac{d\beta}{dt}\Big|_{\substack{\beta=\ln\frac{3}{2}\\ t=\ln 2}}+2e^{-2\ln 2}=e^{\ln\frac{3}{2}+\ln 2}\left(\frac{d\beta}{dt}\Big|_{\substack{\beta=\ln\frac{3}{2}\\ t=\ln 2}}+1\right)\longrightarrow \frac{d\beta}{dt}\Big|_{\substack{\beta=\ln\frac{3}{2}\\ t=\ln 2}}=\frac{5}{3}$$

얻은 것들을 정리해보면

$$\boxed{\begin{aligned} &t=\ln 2 \\ &\alpha=\ln\tfrac{1}{2} \\ &\beta=\ln\tfrac{3}{2} \\ &\tfrac{d\alpha}{dt}=-1 \\ &\tfrac{d\beta}{dt}=\tfrac{5}{3} \end{aligned}}$$

네요!

이제 $f(t)=\sqrt{2}(\beta-\alpha)$ 에서 음함수 미분법에 따라,

$$f'(t)=\sqrt{2}\left(\frac{d\beta}{dt}-\frac{d\alpha}{dt}\right)$$ 이므로 $$f'(\ln 2)=\sqrt{2}\left(\frac{d\beta}{dt}\Big|_{\substack{t=\ln 2\\ \beta=\ln\frac{3}{2}}}-\frac{d\alpha}{dt}\Big|_{\substack{t=\ln 2\\ \alpha=\ln\frac{1}{2}}}\right)$$

$$=\sqrt{2}\left|\frac{5}{3}-(-1)\right|$$

$$=\frac{8\sqrt{2}}{3}.$$

$\therefore$ 11

결국 220629 에서는 $\boxed{t\cdot\ln k=k^2}$ 라는 항등식을 만족하려면 t가 변화할 때 k도 변화하므로, k가 t에 대한 함수임을 확인해 음함수 미분법으로 $\boxed{\ln k+t\cdot\frac{1}{k}\cdot\frac{dk}{dt}=2k\cdot\frac{dk}{dt}}$ 라는 항등식을 구했고,

220630 에서는 $\boxed{\begin{aligned}\ln(1+e^{2\alpha}-e^{-2t})&=\alpha+t\\ \ln(1+e^{2\beta}-e^{-2t})&=\beta+t\end{aligned}}$ 라는 항등식을 만족하려면 t가 변할 때 α, β도 변하므로,

α, β가 t에 대한 함수임을 확인해 음함수 미분법으로 $\boxed{\begin{aligned}2e^{2\alpha}\cdot\frac{d\alpha}{dt}+2e^{-2t}&=e^{\alpha+t}\cdot\left(\frac{d\alpha}{dt}+1\right)\\ 2e^{2\beta}\cdot\frac{d\beta}{dt}+2e^{-2t}&=e^{\beta+t}\cdot\left(\frac{d\beta}{dt}+1\right)\end{aligned}}$ 라는

항등식을 구했네요.

물론 220630은 음함수 미분법이 아니어도 $\ln(1+e^{2x}-e^{-2t})=x+t$ 에서 인수분해로 x에 대한 이차방정식을 풀어 α, β를 직접 t에 대한 식으로 적을수 있다는 점에서 $k=f(t)$ 꼴로 나타낼수 없는 220629와 차이를 갖습니다.

추가 연습을 위해 23사관28과 22사관27을 살펴볼게요.

먼저 한 번 시도해보세요!

28. $0<a<1$ 인 실수 a에 대하여 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 정의된 두 함수

$$y=\sin x,\ y=a\tan x$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(a)$라 할 때, $f'\left(\frac{1}{e^2}\right)$의 값은? [4점]

① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

27. 양의 실수 t에 대하여 곡선 $y=\ln\left(2x^2+2x+1\right)(x>0)$과 직선 $y=t$가 만나는 점의 x좌표를 $f(t)$라 할 때, $f'(2\ln 5)$의 값은? [3점]

① $\frac{25}{14}$ ② $\frac{13}{7}$ ③ $\frac{27}{14}$ ④ 2 ⑤ $\frac{29}{14}$

28. $0<a<1$ 인 실수 a에 대하여 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 정의된 두 함수

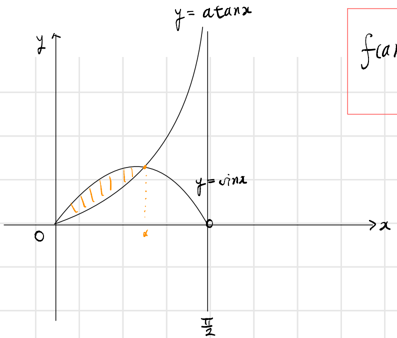
$$y=\sin x,\quad y=a\tan x$$

넓이는 a에 대한 함수

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(a)$라 할 때, $f'\left(\frac{1}{e^2}\right)$의 값은? [4점]

$a=\frac{1}{e^2}$ "일 때"

① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$



$$\boxed{f(a)=\int_0^\alpha (\sin x-a\tan x)\,dx \quad (a\tan\alpha=\sin\alpha)}$$

항등식에 해당하는 것은 $a\tan\alpha=\sin\alpha$

$\Leftrightarrow \boxed{a=\cos\alpha}$ 겠죠.

α가 a에 대한 함수이므로 양변을 a에 대해 미분,

음함수 미분법에 따라 $\boxed{1=-\sin\alpha\cdot\frac{d\alpha}{da}}$

"~일 때" 를 정리해보면

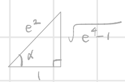
$$\boxed{a=\frac{1}{e^2},\quad \alpha=?,\quad \frac{d\alpha}{da}=?}$$

겠고 항등식에 $a=\frac{1}{e^2}$ 을 대입하면 $\alpha=\arccos\left(\frac{1}{e^2}\right)$

$\cos\alpha=\frac{1}{e^2}$ $\left(0\le\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$을 만족하는 α인데,

삼각함수의 역함수를 활용해 $\alpha=$ ~~?~~ 로 표현.

미분한 항등식에 $a=\frac{1}{e^2}$, $\cos\alpha=\frac{1}{e^2}$ 을 대입하면, $1=-\frac{\sqrt{e^4-1}}{e^2}\cdot\frac{d\alpha}{da}\Big|_{a=\frac{1}{e^2}}$



이제 $f(a)=\int_0^\alpha \sin x\,dx-a\int_0^\alpha \tan x\,dx$ 에 대해 $f'(a)=\sin\alpha\cdot\frac{d\alpha}{da}-\int_0^\alpha \tan x\,dx-a\cdot\tan\alpha\cdot\frac{d\alpha}{da}=-\int_0^\alpha \tan x\,dx=\ln|\cos\alpha|$

$f'\left(\frac{1}{e^2}\right)=\ln\left|\cos\alpha|_{a=\frac{1}{e^2}}\right|=\ln\frac{1}{e^2}=-2$

$\therefore -2$

27. 양의 실수 t에 대하여 곡선 $y=\ln(2x^2+2x+1)$ $(x>0)$과 직선 $y=t$가 만나는 점의 x좌표를 $f(t)$라 할 때, $f'(2\ln 5)$의 값은? [3점]

x좌표는 t에 대한 함수 $=\alpha$라 해보죠

$t=2\ln5$ "일 때"

① $\frac{25}{14}$ ② $\frac{13}{7}$ ③ $\frac{27}{14}$ ④ 2 ⑤ $\frac{29}{14}$

$\ln(2\alpha^2+2\alpha+1)=t \Leftrightarrow \boxed{2\alpha^2+2\alpha+1=e^t}$

$$\boxed{t=2\ln5,\quad \alpha=?,\quad \frac{d\alpha}{dt}=?}$$

항등식에 $t=2\ln5$ 대입, $2\alpha^2+2\alpha+1=25$

$\Leftrightarrow \alpha^2+\alpha-12=0$

$\Leftrightarrow (\alpha-3)(\alpha+4)=0$

$\Rightarrow \alpha=3$ $(\alpha>0)$

항등식의 양변을 미분, α가 t에 대한 함수이므로 음함수미분법에 따라 $\boxed{(4\alpha+2)\frac{d\alpha}{dt}=e^t}$

미분한 항등식에 $t=2\ln5$, $\alpha=3$ 대입하면 $(4\cdot3+2)\frac{d\alpha}{dt}\Big|_{\substack{\alpha=3\\t=2\ln5}}=e^{2\ln5}$

$\Leftrightarrow \frac{d\alpha}{dt}\Big|_{\substack{\alpha=3\\t=2\ln5}}=\frac{25}{14}$

"~일 때" 를 정리해보면

$$\boxed{t=2\ln5,\quad \alpha=3,\quad \frac{d\alpha}{dt}=\frac{25}{14}}$$

$f'(2\ln5)=\frac{d\alpha}{dt}\Big|_{\substack{t=2\ln5\\\alpha=3}}=\frac{25}{14}$

$\therefore \frac{25}{14}$

23 사관 28 : 항등식 $\boxed{a = \cos x}$

미분 $\boxed{1 = -\sin x \cdot \frac{dx}{da}}$

22 사관 27 : 항등식 $\boxed{2x^2 + 2x + 1 = e^t}$

미분 $\boxed{(4x+2)\frac{dx}{dt} = e^t}$

결국 220629, 220630과 본질은 같은 문제임을 확인할수 있습니다.

물론 23사관28은 음함수 미분법 문제처럼 생겨선 "정적분으로 정의된 함수", "치환적분법" 문제이긴 했지만요 ㅋㅋ

추가로 220629는 $\frac{dk}{dt}$ 라는 음함수 미분법 표현 없이 $k = f(t)$로 두고 풀어도 됩니다.

그럼 $\boxed{t \cdot \ln f(t) = \{f(t)\}^2}$ 항등식에서 합성함수 미분법으로 $\boxed{\ln f(t) + t \cdot \frac{f'(t)}{f(t)} = 2f(t)f'(t)}$ 를 얻었겠죠.

22사관27도 $\frac{dx}{dt}$ 라는 음함수 미분법 표현 없이 $x = f(t)$로 두고 풀면,

$\boxed{2\{f(t)\}^2 + 2f(t) + 1 = t}$ 항등식에서 합성함수 미분법으로 $\boxed{4f(t)f'(t) + 2f'(t) = 1}$ 을 얻었을 거예요.

즉, 음함수 미분법과 합성함수 미분법이 본질적으로 같다는 것까지 얻어가시면 좋을 것 같습니다!