15

2019학년도 6월 평가원(나형) 21번

상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-1)>-1$
(나) $f(1)-f(-1)>8$

[보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보기]

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄴ. $-1<x<1$일 때, $f'(x)\geq 0$이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)-f'(k)x=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

sol.)

$f(-1)=-1+a-b>-1 \longrightarrow a>b$
$f(1)=1+a+b$

$f(1)-f(-1)=2+2b>8 \longrightarrow b>3$

$\therefore a>b>3$

ㄱ.
$f'(x)=3x^2+2ax+b$
$\frac{D}{4}=a^2-3b>0$
$a^2>3b$ 참

15

2019학년도 6월 평가원(나형) 21번

ㄴ.

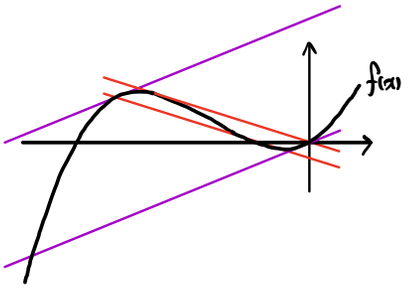
$3-a<0$, $b-a<0$

$f'(-1)=3-2a+b=(3-a)+(b-a)<0$
$f'(1)=3+2a+b>0$

⟶ $f'(x)$는 $-1<x<1$ 에서 실근을 갖는다.
⟶ 거짓

ㄷ.

$f(x)=f'(k)x$
$y=f(x)$와 $y=f'(k)x$의 교점이 2개



: 4개 ⟶ 참

Sol2) ㄷ ⟶ 수식적 풀이

$f(x)-f'(k)x=(x^2+ax-3k^2-2ak)x=0$
: 0 이외의 중근, 또는 0중근과 다른 한 실근

ㄱ) $x^2+ax-3k^2-2ak$ 가 0이 아닌 중근

$-3k^2-2ak\neq 0$
$-k(3k+2a)\neq 0$ ⟶ $k\neq 0,\ k\neq -\frac{2}{3}a$

$D=a^2+12k^2+8ak=0$
$(a+2k)(a+6k)=0$
$k=-\frac{a}{2}$ 또는 $k=-\frac{a}{6}$

ii) $x^2+ax-3k^2-2ak$ 가 0과 다른 한 실근

$k=0,\ k=-\frac{2}{3}a$

$D=a^2+12k^2+8ak>0$

$(a+2k)(a+6k)>0$

$k<-\frac{a}{2},\ k>-\frac{a}{6}$

$\therefore k=0,\ -\frac{2}{3}a$

$\therefore$ 4개 $\longrightarrow$ 참