14

2018학년도 9월 평가원(나형) 30번

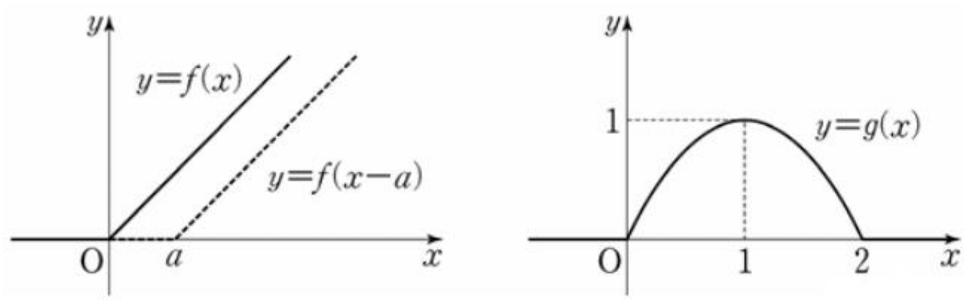
두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x\le 0)\\ x & (x>0)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}x(2-x) & (|x-1|\le 1)\\ 0 & (|x-1|>1)\end{cases}$$

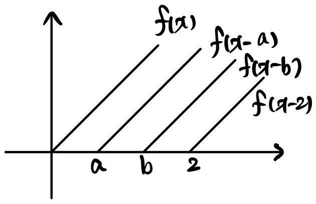
이다. 양의 실수 k, a, b $(a<b<2)$에 대하여, 함수 $h(x)$를

$$h(x)=k\{f(x)-f(x-a)-f(x-b)+f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x에 대하여 $0\le h(x)\le g(x)$일 때,
$\int_0^2 \{g(x)-h(x)\}dx$의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b에 대하여
$60(k+a+b)$의 값을 구하시오. [4점] 200



sol.)



$x<0$: $h(x)=0$

$0\le x<a$: $h(x)=kx$

$a\le x<b$: $h(x)=ak$

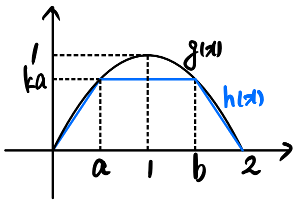
$b\le x<2$: $h(x)=k(-x+a+b)$

$x\ge 2$: $h(x)=0$ $(\because 0\le h(x)\le g(x))$

$\int_0^2\{g(x)-h(x)\}dx$ 가 최소려면 : $\int_0^2 h(x)\,dx$ 가 최대

14

2018학년도 9월 평가원(나형) 30번



$2-a=b$

$g(a)=ka \longrightarrow ka=(2-a)a$

$\therefore k=2-a$

$$\int_0^2 h(x)\,dx=\frac{1}{2}\{(b-a)+2\}\times ka$$

$$=a(a-2)^2=l(a)$$

$$l'(a)=(a-2)^2+2a(a-2)$$

$$=(a-2)(3a-2)=0$$

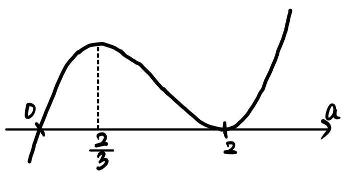
$\therefore a=\frac{2}{3}$ 에서 극대

$\therefore a=\frac{2}{3},\ b=\frac{4}{3},\ k=\frac{4}{3}$

$\therefore 60(k+a+b)=200$

Sol2) 비율관계

⋮



$\therefore a=\frac{2}{3},\ b=\frac{4}{3},\ k=\frac{4}{3}$

$\therefore 60(k+a+b)=200$