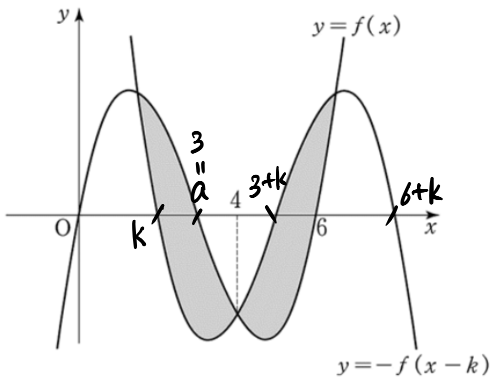
01

2006학년도 9월 평가원(가형) 20번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=f(6)=0$
(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$의 그래프가 서로 다른 세 점 $(\alpha, f(\alpha))$, $(\beta, f(\beta))$, $(\gamma, f(\gamma))$ (단, $\alpha<\beta<\gamma$)에서 만나면 k의 값에 관계없이 $\int_{\alpha}^{\gamma}\{f(x)+f(x-k)\}dx=0$이다.

함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$의 그래프가 다음 그림과 같이 서로 다른 세 점에서 만나고 가운데 교점의 x좌표의 값이 4일 때, $\int_0^k f(x)dx$의 값을 구하시오. [4점] 16



$f(x)=x(x-6)(x-a)$ $(0<a<6)$

$k=0$ 이라 가정.

$\longrightarrow \alpha=0,\ \beta=a,\ \gamma=6$

$\longrightarrow \int_0^6 2f(x)dx=0$

$\longrightarrow \int_0^6 f(x)dx=0$

$\longrightarrow a=3$ 임을 알 수 있음. ($\because$ 삼차함수는 변곡점을 기준으로 대칭!)

$\therefore f(x)=x(x-3)(x-6)$

01

2006학년도 9월 평가원(가형) 20번

$f(4) = -f(4-k)$

$-8 = -(4-k)(1-k)(-2-k)$

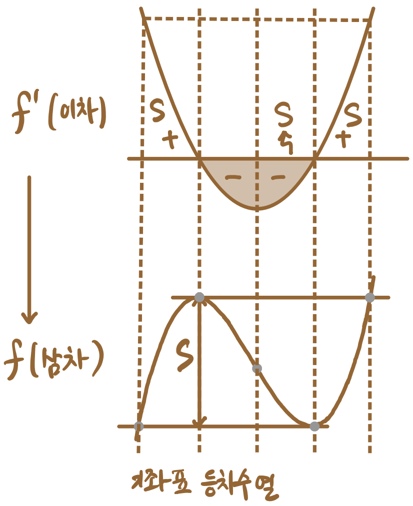
$\therefore k = 2 \quad (\because 0 \le k \le 3)$

$\therefore \int_0^2 f(x)\,dx = 16$

*** 변곡점 (미적분 내용이지만, 미리 알면 풀이 편리해짐!)**

• 변곡점: 함수의 볼록성과 오목성이 바뀌는 지점.

1) 변곡점에 대해 점대칭 : 삼차함수의 성질



(m, n) 점대칭 : 변곡점

• $\dfrac{f(m-x)+f(m+x)}{2} = n$

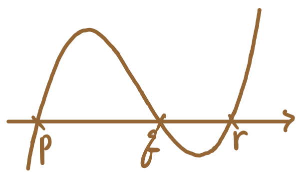
• $f'(m-x) = f'(m+x)$

01

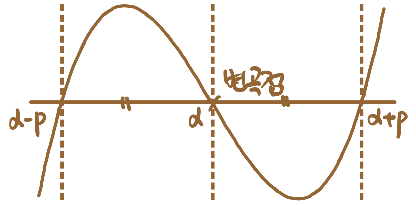
2006학년도 9월 평가원(가형) 20번

2) 3×변곡점

$ax^3+bx^2+cx+d=0$



$\boxed{p+q+r=-\frac{b}{a}}$



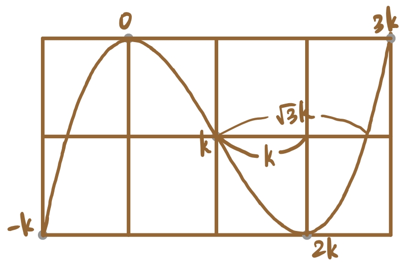
$$f(x)=a(x-\alpha)(x-\alpha-p)(x-\alpha+p)$$
$$=ax^3+bx^2+cx+d$$

세 근의 합 $=-\frac{b}{a}=3\alpha$

$=3\times$(변곡점의 x좌표)

* 변곡점에 영향을 주는 것은 삼차항과 이차항 뿐임.

3) 비율관계



합동인 직사각형 8개