

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 3 ④ 9 ⑤ 27

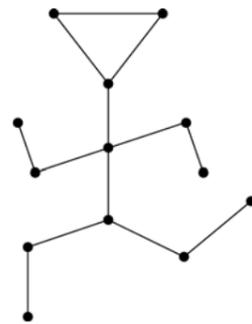
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n-1}{\sqrt{n^2+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

5. 두 양의 실수 $a, b(a > b)$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a^n}{a^n + b^n}$ 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 두 실수 a, b 에 대하여 $2^a = 3, 3^b = \sqrt{2}$ 가 성립할 때, ab 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = 9, a_7 = 21$ 일 때, $a_3 + a_8$ 의 값은?

[3점]

- ① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

수학 영역(A형)

3

8. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+1}\right)$ 이 수렴할 때,

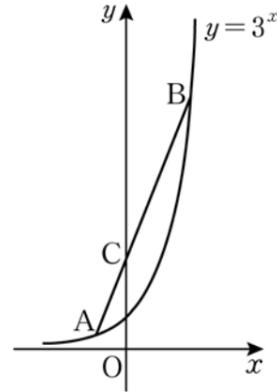
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3}{a_n - 1}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

10. 지수함수 $y=3^x$ 의 그래프 위의 한 점 A의 y 좌표가 $\frac{1}{3}$ 이다.

이 그래프 위의 한 점 B에 대하여 선분 AB를 1:2로 내분하는 점 C가 y 축 위에 있을 때, 점 B의 y 좌표는? [3점]

- ① 3 ② $3\sqrt[3]{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt[3]{9}$ ⑤ 9



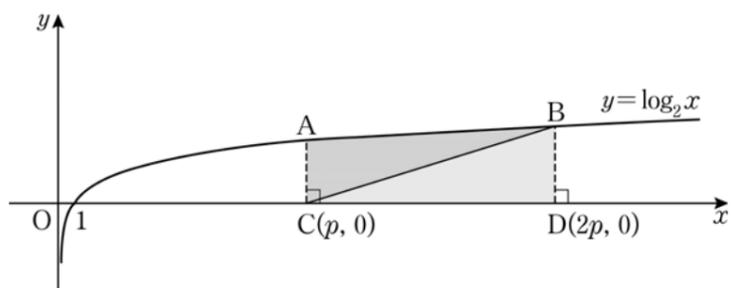
9. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -12 & -a \\ a & 13 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 - A = 3E$ 가 성립할 때,

$A - 2E$ 의 역행렬의 모든 성분의 합은?

(단, a 는 실수이고, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 그림과 같이 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프 위의 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 $C(p, 0)$, $D(2p, 0)$ 이라 하자. 삼각형 BCD와 삼각형 ACB의 넓이의 차이가 8일 때, 실수 p 의 값은? (단, $p > 1$) [3점]



- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

12. 모든 항이 양의 실수인 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = k, a_n a_{n+1} + a_{n+1} = k a_n^2 + k a_n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시키고 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 5$ 일 때, 실수 k 의 값은?

(단, $0 < k < 1$) [3점]

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

수학 영역(A형)

5

[13~14] 양의 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \log x$$

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13 세 실수 $f(3)$, $f(3^t+3)$, $f(12)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 실수 t 의 값은? [3점]

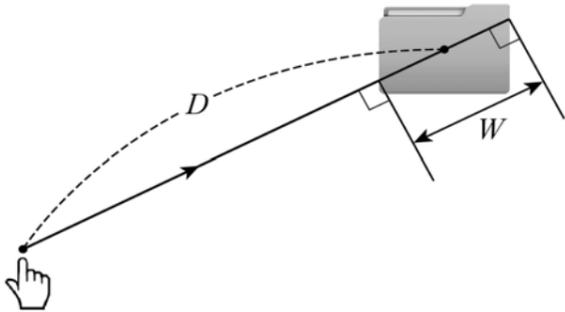
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

14 $f(n)$ 의 지표가 1, 가수가 α 일 때, 2α 의 정수 부분이 1인 모든 자연수 n 의 개수는? (단, $3.1 < \sqrt{10} < 3.2$) [4점]

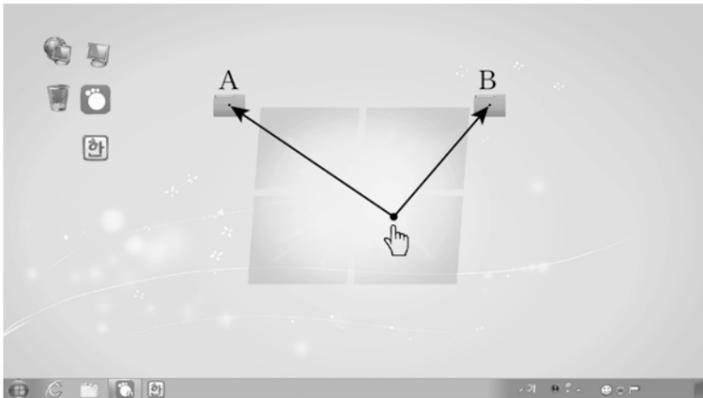
- ① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

15. 컴퓨터 화면에서 마우스 커서(☞)가 아이콘까지 이동하는 시간을 T (초), 현재 마우스 커서의 위치로부터 아이콘의 중심까지의 거리를 D (cm), 마우스 커서가 움직이는 방향으로 측정된 아이콘의 폭을 W (cm)라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다. (단, $D > 0$)

$$T = a + \frac{1}{10} \log_2 \left(\frac{D}{W} + 1 \right) \quad (\text{단, } a \text{는 상수})$$



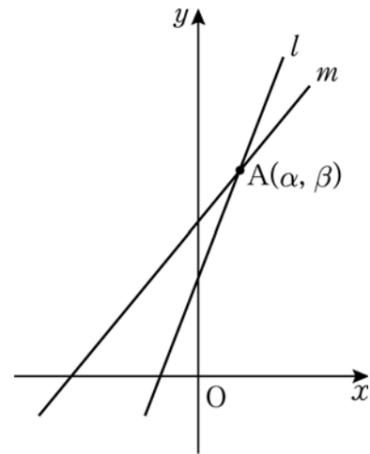
그림과 같이 컴퓨터 화면에 두 개의 아이콘 A, B가 있다.



현재 마우스 커서의 위치에서 아이콘 A의 방향으로 측정된 아이콘 A의 폭 W_A 와 아이콘 B의 방향으로 측정된 아이콘 B의 폭 W_B 는 모두 1cm로 같다. 현재 마우스 커서의 위치로부터 아이콘 A의 중심까지의 거리와 아이콘 B의 중심까지의 거리를 각각 D_A (cm), D_B (cm)라 할 때, 마우스 커서가 아이콘 A까지 이동하는 시간 T_A , 아이콘 B까지 이동하는 시간 T_B 는 각각 0.71초, 0.66초이다. $\frac{D_A + 1}{D_B + 1}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

16. 그림과 같이 두 직선 l, m 이 제1사분면의 점 $A(\alpha, \beta)$ 에서 만난다. $x = \alpha, y = \beta$ 가 연립방정식 $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 의 해일 때, 상수 k 의 값은? [4점]



- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

수학 영역(A형)

7

17. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \frac{1}{n+1} \quad (n \geq 1)$
 (나) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 b_n = 2$

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n$ 의 값은? [4점]

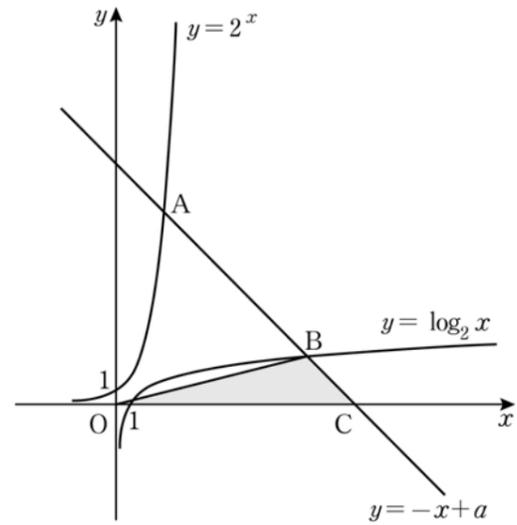
- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

18. 그림과 같이 직선 $y = -x + a$ 가 두 곡선 $y = 2^x$, $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, x 축과 만나는 점을 C라 할 때, 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 1$
 (나) 삼각형 OBC의 넓이는 40이다.

점 A의 좌표를 $A(p, q)$ 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

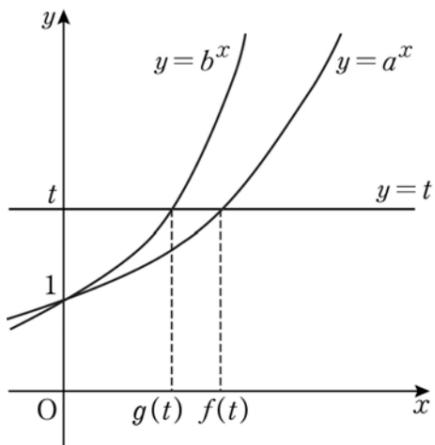
(단, O는 원점이고, a 는 상수이다.) [4점]



- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

수학 영역(A형)

19. 그림과 같이 두 곡선 $y = a^x$, $y = b^x$ ($1 < a < b$)가 직선 $y = t$ ($t > 1$)과 만나는 점의 x 좌표를 각각 $f(t)$, $g(t)$ 라 할 때, $2f(a) = 3g(a)$ 가 성립한다. $f(c) = g(27)$ 을 만족시키는 실수 c 의 값은? [4점]



- ① 6
- ② 9
- ③ 12
- ④ 15
- ⑤ 18

20. 두 이차정사각행렬 A , B 가

$$A^2 + AB = 2E, \quad A^2 - 2A = B^2 + 2B$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = -BA$

ㄷ. $B^2 = 5E - 3A$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학 영역(A형)

9

21. 수열 $\{a_n\}$ 은 15와 서로소인 자연수를 작은 수부터 차례대로 모두 나열하여 만든 것이다. 예를 들면 $a_2 = 2$, $a_4 = 7$ 이다.

$\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 240 ② 280 ③ 320 ④ 360 ⑤ 400

단답형

22. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \end{pmatrix}$$

의 해가 $x=1, y=1$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 실수이다.) [3점]

23. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2$ 일 때, a_{50} 의 값을 구하시오. [3점]

24. $30 \leq a \leq 40$, $150 \leq b \leq 294$ 일 때, $\sqrt{a} + \sqrt[3]{b}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 두 자연수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 4^m 이 8 자리의 정수가 되도록 하는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.301$ 로 계산한다.) [4점]

25. 자연수 n 에 대하여 2^{n-1} 의 모든 양의 약수의 합을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 와 자연수 n 에 대하여 A^n 의 (1, 1) 성분과 (2, 2) 성분의 곱을 p_n 이라 하자.
 $\log_{36} p_1 p_2 \cdots p_n = 105$ 일 때, n 의 값을 구하시오. [4점]

28. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq \left(\frac{1}{n}\right)^2 \\ |x| + |y| \geq \frac{1}{n} \end{cases} \quad (n \geq 1)$$

의 해 (x, y) 가 나타내는 영역의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$$\frac{20}{\pi-2} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{S_n S_{n+2}}$$
의 값을 구하시오. [4점]

29. $\log_2(-x^2+ax+4)$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 실수 x 의 개수가 6일 때, 모든 자연수 a 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

30. 집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}\}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 집합 A 의 임의의 두 원소 $a_i, a_j (i \neq j)$ 에 대하여 $a_i + a_j \neq 31$

(나) $\sum_{i=1}^{15} a_i = 264$

$\frac{1}{31} \sum_{i=1}^{15} a_i^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

출수형

5지선다형

1. $5 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

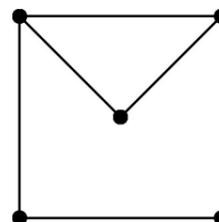
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 6}{n^2 + 3n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0의 개수는? [3점]



- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

5. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3$, $a_5 = 48$ 일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 16 ③ 14 ④ 12 ⑤ 10

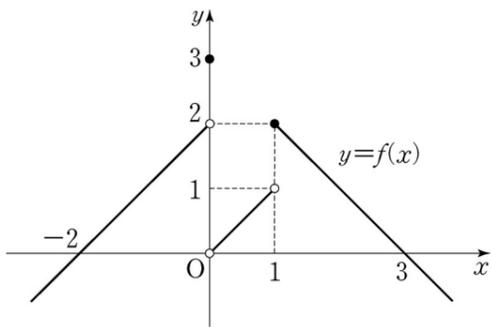
7. 다항식 $(x+a)^6$ 의 전개식에서 x^4 의 계수가 60일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\int_0^1 (2x+a) dx = 4$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = \frac{n}{n+1}$ 일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{22}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{1}{14}$

10. 디지털 사진을 압축할 때 원본 사진과 압축한 사진의 다른 정도를 나타내는 지표인 최대 신호 대 잡음비를 P , 원본 사진과 압축한 사진의 평균제곱오차를 E 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P = 20 \log 255 - 10 \log E \quad (E > 0)$$

두 원본 사진 A, B 를 압축했을 때 최대 신호 대 잡음비를 각각 P_A, P_B 라 하고, 평균제곱오차를 각각 $E_A (E_A > 0), E_B (E_B > 0)$ 이라 하자. $E_B = 100E_A$ 일 때, $P_A - P_B$ 의 값은?

[3점]

- ① 30 ② 25 ③ 20 ④ 15 ⑤ 10

11. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3$, $a_2 = 1$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{81}{8}$ ② $\frac{83}{8}$ ③ $\frac{85}{8}$ ④ $\frac{87}{8}$ ⑤ $\frac{89}{8}$

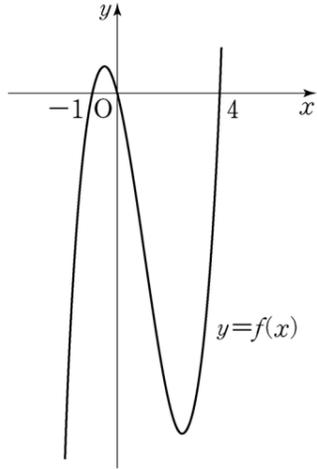
12. 어느 연구소에서 토마토 모종을 심은 지 3주가 지났을 때 토마토 줄기의 길이를 조사한 결과 토마토 줄기의 길이는 평균이 30cm, 표준편차가 2cm인 정규분포를 따른다고 한다.

이 연구소에서 토마토 모종을 심은 지 3주가 지났을 때 토마토 줄기 중 임의로 선택한 줄기의 길이가 27cm 이상이고 32cm 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.6826 ② 0.7745 ③ 0.8185
 ④ 0.9104 ⑤ 0.9270

[13~14] 함수 $f(x) = x(x+1)(x-4)$ 에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A \begin{pmatrix} 0 \\ f(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 직선 $y = 5x + k$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 양수 k 의 값은? [4점]

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

15. 지수부등식 $\left(\frac{1}{5}\right)^{1-2x} \leq 5^{x+4}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

16. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

일 때, $P(B^C | A)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [4점]

- ① $\frac{11}{24}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{13}{24}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

17. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = 3n^2 + n$ 을 만족시킬 때, a_8 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

18. 연립방정식

$$\begin{cases} x+y+z+3w=14 \\ x+y+z+w=10 \end{cases}$$

을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [4점]

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 - AB = 3E, \quad A^2B - B^2A = A + B$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $(A+2B)^2 = 24E$

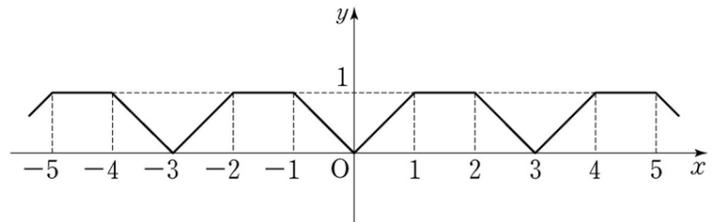
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+3) = f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = \begin{cases} x & (0 \leq x < 1) \\ 1 & (1 \leq x < 2) \\ -x+3 & (2 \leq x < 3) \end{cases}$$

이다. $\int_{-a}^a f(x)dx = 13$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18



21. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 최솟값은? [4점]

- (가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
- (나) $f(0) = f'(0)$
- (다) $x \geq -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f'(x)$ 이다.

- ① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+7)}{x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x+10 & (x < 1) \\ x+a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n = 10$$

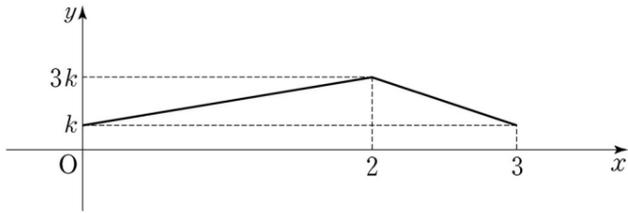
일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 5b_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르고 $V(3X) = 40$ 일 때,
 n 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = 6x^2 + 4$ 이다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지날 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 구간 $[0, 3]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 에 대하여 X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



$P(0 \leq X \leq 2) = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, k 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 자연수 k 에 대하여

$$a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^n + 1}$$

이러 할 때, $\sum_{k=1}^{10} ka_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) = (x^3 + 2)f(x)$$

를 만족시킨다. $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 극솟값 24를 가질 때, $f(1) - f'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 삼각형 OAB의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

(가) 점 A의 좌표는 $(-2, 3^n)$ 이다.

(나) 점 B의 좌표를 (a, b) 라 할 때, a 와 b 는 자연수이고 $b \leq \log_2 a$ 를 만족시킨다.

(다) 삼각형 OAB의 넓이는 50 이하이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $(3^2)^{\frac{1}{2}} + (3^{-2})^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

2. 그래프의 연결 관계를 나타내는 행렬이 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ a & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때,

$2a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ 0

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)(2n+1)}{n^2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이고 $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-3}{h} = \frac{3}{2}$ 을 만족시킬 때,

$f'(1)+f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

6. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	a	b	1

$E(6X) = 13$ 일 때, $2a+3b$ 의 값은? [3점]

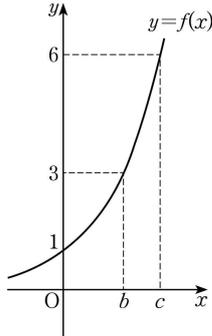
- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{11}{6}$ ⑤ 2

7. 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$ 가 $A^3 = O$ 를 만족시킨다. 정수 a 의 값은?

(단, O 는 영행렬이다.) [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

8. 지수함수 $f(x) = a^x$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(b) = 3$, $f(c) = 6$ 일 때, $f\left(\frac{b+c}{2}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\sqrt{17}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{19}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

9. 첫째항이 2이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

10. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^2}{x} = 2$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow +0} x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 어느 제과 회사에서 만든 과자 1개의 무게는 평균이 16, 표준편차가 0.3인 정규분포를 따른다고 한다.

이 제과 회사에서 만든 과자 중 임의로 1개를 선택할 때, 이 과자의 무게가 15.25 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 g이다.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

[3점]

- ① 0.01 ② 0.02 ③ 0.03 ④ 0.04 ⑤ 0.05

12. 물체 주변의 온도가 T_s (°C)로 일정하고 물체의 초기 온도가 T_0 (°C)일 때 초기 온도를 측정할 지 t 분 후 물체의 온도를 T (°C)라고 하면 다음 식이 성립한다고 한다.

$$T = T_s + (T_0 - T_s)K^{-t} \quad (\text{단, } K \text{는 열전달계수이다.})$$

어떤 물체 주변의 온도가 20°C로 일정하고 물체의 초기 온도가 60°C일 때 초기 온도를 측정할 지 a 분 후 물체의 온도는 40°C가 되었고, 초기 온도를 측정할 지 $(a+20)$ 분 후 물체의 온도는 25°C가 되었다. a 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

13 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고

$$a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{2a_n - 1} + 1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$a_{n+1} - 1 = \frac{a_n - 1}{2a_n - 1}$$

이므로

$$\frac{1}{a_{n+1} - 1} = \frac{1}{a_n - 1} + \boxed{(가)}$$

이다. $b_n = \frac{1}{a_n - 1}$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{(가)}$$

이고, $b_1 = 1$ 이므로

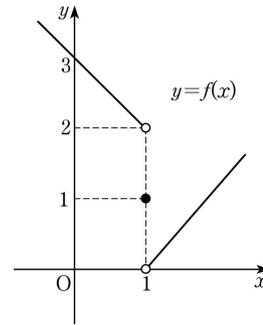
$$b_n = \boxed{(나)} \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서 $a_n = \frac{1}{\boxed{(나)}} + 1 \quad (n \geq 1)$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 k , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(k)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

14 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



일차함수 $g(x)$ 에 대하여 $g(0) = \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)$ 이고, $f(x)g(x)$ 가 실수

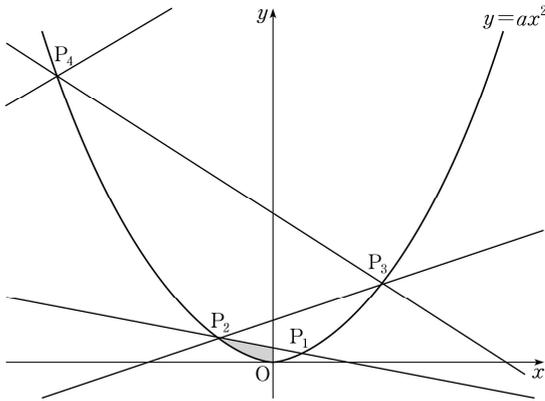
전체의 집합에서 연속일 때, $g(-1)$ 의 값은? [4점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

[15~16] 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=ax^2(a>0)$ 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 P_1 의 좌표는 (x_1, ax_1^2) 이다.
 (나) 점 P_{n+1} 은 점 $P_n(x_n, ax_n^2)$ 을 지나는 직선 $y = -ax_nx + 2ax_n^2$ 과 곡선 $y = ax^2$ 이 만나는 점 중에서 점 P_n 이 아닌 점이다.

15번과 16번의 두 물음에 답하시오.



15 점 P_n 의 x 좌표로 이루어진 수열 $\{x_n\}$ 에서 $x_1 = \frac{1}{2}$ 일 때, x_{10} 의 값은? [4점]

- ① - 1024 ② - 512 ③ - 256 ④ 512 ⑤ 1024

16 점 P_1 의 좌표가 $(1, \frac{1}{3})$ 일 때, 곡선 $y = ax^2$ 과 직선 P_1P_2 로 둘러싸인 부분 중에서 제2사분면에 있는 부분의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{8}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

수학 영역(A형)

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 + BA = E, \quad BA + B^2 = A - E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $(AB)^2 = A^2B^2$

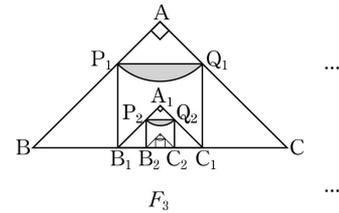
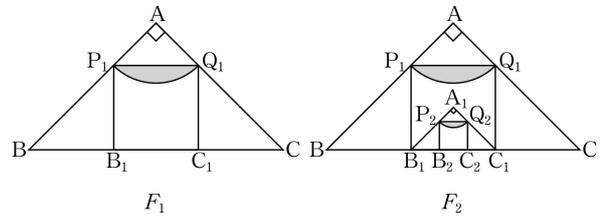
ㄷ. $A^3 = 2E$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 빗변 BC 의 길이가 2인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. 그림과 같이 삼각형 ABC 의 직각을 낀 두 변에 내접하고 두 점 B_1, C_1 이 선분 BC 위에 놓이도록 정사각형 $P_1B_1C_1Q_1$ 을 그린다. 중심이 A , 반지름의 길이가 $\overline{AP_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 AP_1Q_1 을 그린 후 부채꼴 AP_1Q_1 의 호 P_1Q_1 과 선분 P_1Q_1 로 둘러싸인 부분인 \cup 모양에 색칠하여 얻은 그림을 F_1 이라 하자.

그림 F_1 에 선분 B_1C_1 을 빗변으로 하는 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 을 그리고, 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 에서 그림 F_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어 지는 \cup 모양에 색칠하여 얻은 그림을 F_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 F_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



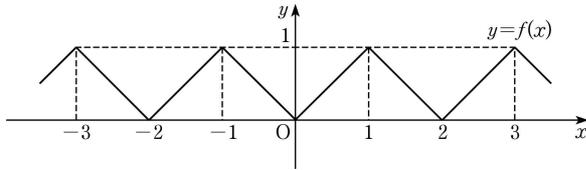
- ① $\frac{5(\pi-2)}{16}$ ② $\frac{\pi-2}{4}$ ③ $\frac{3(\pi-2)}{16}$
 ④ $\frac{\pi-2}{8}$ ⑤ $\frac{\pi-2}{16}$

19. 모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x+2) = f(x)$
- (나) $f(x) = |x| \quad (-1 \leq x < 1)$

함수 $g(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$ 라 할 때,

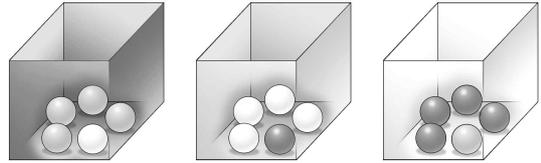
실수 a 에 대하여 $g(a+4) - g(a)$ 의 값은? [4점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

20. 빨간 공, 파란 공, 노란 공이 각각 5개씩 있다. 이 15개의 공만을 사용하여 빨간 상자, 파란 상자, 노란 상자에 상자의 색과 다른 색의 공을 5개씩 담으려고 한다. 공을 담는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- ① 6
- ② 12
- ③ 18
- ④ 24
- ⑤ 30



수학 영역(A형)

9

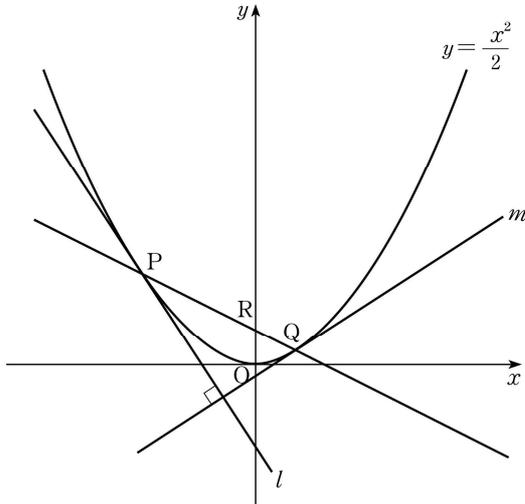
21. 곡선 $y = \frac{x^2}{2}$ 위의 점 $P(a, \frac{a^2}{2})$ 에서 접하는 직선을 l 이라 하자.

직선 l 과 수직인 직선 중 곡선 $y = \frac{x^2}{2}$ 에 접하는 직선을 m 이라

하고, 직선 m 과 곡선 $y = \frac{x^2}{2}$ 의 접점을 Q 라 하자.

y 축과 직선 PQ 가 점 R 에서 만날 때, 점 R 의 y 좌표는?

(단, $a \neq 0$) [4점]



- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

단답형

22. 다항식 $(x+1)^{10}$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

23. $a, 10, 17, b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고 a, x, y, b 는 이 순서대로 등비수열을 이루고 있다. xy 의 값을 구하시오. [3점]

24. 모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$\int_{12}^x f(t) dt = -x^3 + x^2 + \int_0^1 xf(t) dt$$

$\int_0^1 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

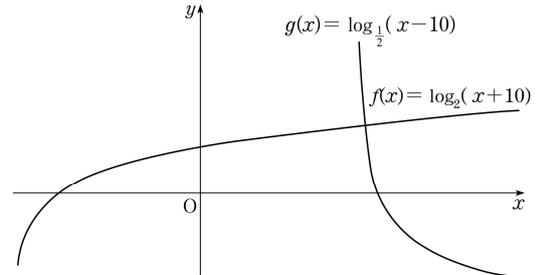
25. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 할 때, 집합

$$A = \{n \mid f(n) < \log 2, n \text{은 } 99 \text{ 이하의 자연수}\}$$

의 원소의 개수를 구하시오. [3점]

26. 두 함수 $f(x) = \log_2(x+10)$, $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-10)$ 의 그래프가

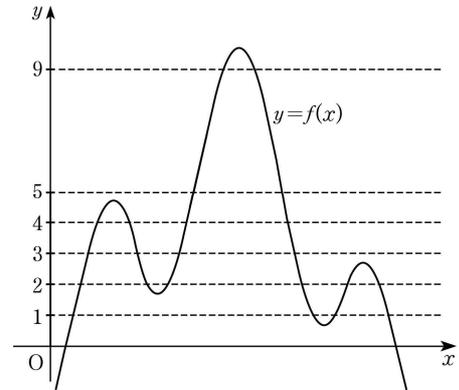
그림과 같다.



구간 $(10, \infty)$ 에서 정의된 함수 $y = |f(x) - g(x)|$ 는 $x = p$ 일 때 최솟값을 갖는다. p^2 의 값을 구하시오. [4점]

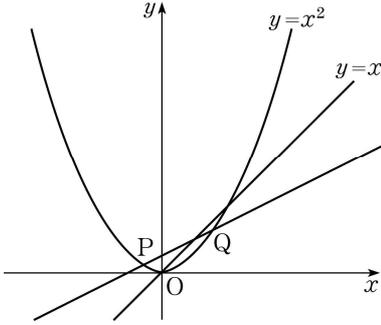
27. 자연수 k 에 대하여 삼차방정식 $x^3 - 12x + 22 - 4k = 0$ 의 양의 실근의 개수를 $f(k)$ 라 하자. $\sum_{k=1}^{10} f(k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수를 a 라 할 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = a$ 의 교점의 개수를 확률변수 X 라 하자. $E(X) = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 곡선 $y = x^2$ 위에 두 점 $P(a, a^2)$, $Q(a+1, a^2+2a+1)$ 이 있다. 직선 PQ와 직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표를 $f(a)$ 라 할 때, $100 \lim_{a \rightarrow 0} f(a)$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) |a_n| + a_{n+1} = n + 6 \quad (n \geq 1)$$

$$(나) \sum_{n=1}^{40} a_n = 520$$

- $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $4^{\frac{3}{2}} \times 2$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $3A$ 의 모든 성분의 합은?

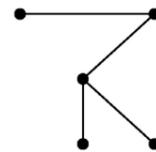
[2점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 1}{n^3 + 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]



- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

2

수학 영역(A형)

5. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 12$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 36 ③ 48 ④ 60 ⑤ 72

6. $\int_0^1 3x^2 dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

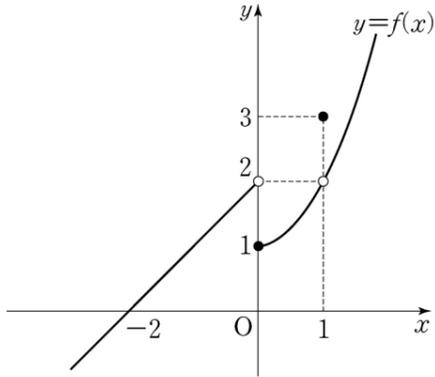
7. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = 4P(B) = 1$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 어느 직업 체험 행사에 참가한 300명의 A 고등학교 1, 2학년 학생 중 남학생과 여학생의 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	남학생	여학생
1학년	80	60
2학년	90	70

이 행사에 참가한 A 고등학교 1, 2학년 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 여학생일 때, 이 학생이 2학년 학생일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{6}{13}$ ② $\frac{7}{13}$ ③ $\frac{8}{13}$ ④ $\frac{9}{13}$ ⑤ $\frac{10}{13}$

10. 도로용량이 C 인 어느 도로구간의 교통량을 V , 통행시간을 t 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

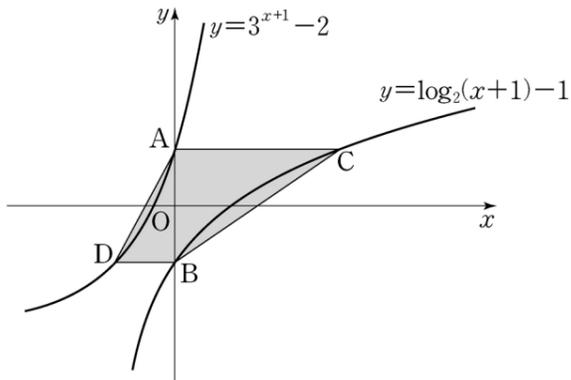
$$\log\left(\frac{t}{t_0} - 1\right) = k + 4\log\frac{V}{C} \quad (t > t_0)$$

(단, t_0 은 도로 특성 등에 따른 기준통행시간이고, k 는 상수이다.)

이 도로구간의 교통량이 도로용량의 2배일 때 통행시간은 기준통행시간 t_0 의 $\frac{7}{2}$ 배이다. k 의 값은? [3점]

- ① $-4\log 2$ ② $1-7\log 2$ ③ $-3\log 2$
 ④ $1-6\log 2$ ⑤ $1-5\log 2$

11. 그림과 같이 두 곡선 $y=3^{x+1}-2$, $y=\log_2(x+1)-1$ 이 y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2(x+1)-1$ 과 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=3^{x+1}-2$ 와 만나는 점을 D라 할 때, 사각형 ADBC의 넓이는? [3점]



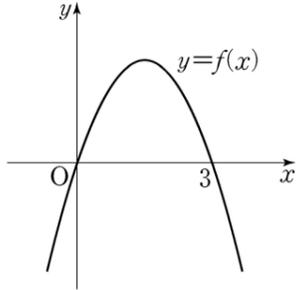
- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

12. 자연수 n 에 대하여 $3^n \cdot 5^{n+1}$ 의 모든 양의 약수의 개수를

a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

[13~14] 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 그림과 같고,
 $f(0)=f(3)=0$ 이다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수 m 에 대하여 $f(m)$ 이
 0보다 큰 사건을 A 라 하자. 한 개의 주사위를 15회 던지는
 독립시행에서 사건 A 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 할 때,
 $E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \frac{7}{6}$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

6

수학 영역(A형)

15. 네 개의 자연수 1, 2, 4, 8 중에서 중복을 허락하여 세 수를 선택할 때, 세 수의 곱이 100 이하가 되도록 선택하는 경우의 수는? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

16. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$\frac{S_{n+1}}{n+1} = \sum_{k=1}^n S_k \quad (n \geq 1) \dots\dots (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 (*)에 의하여

$$\frac{S_n}{n} = \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \dots\dots \textcircled{1}$$

이다. (*)에서 $\textcircled{1}$ 을 빼서 정리하면

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{\textcircled{\text{가}}}{n} \quad (n \geq 2)$$

이다. $\textcircled{1}$ 으로부터 $S_2 = 2$ 이고,

$$S_n = \frac{S_n}{S_{n-1}} \times \frac{S_{n-1}}{S_{n-2}} \times \dots \times \frac{S_3}{S_2} \times S_2 \quad (n \geq 3)$$

이므로

$$S_n = n! \times \frac{\textcircled{\text{나}}}{2} \quad (n \geq 3)$$

이다. 그러므로 a_n 은

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n=1, 2) \\ \frac{n^2-n+1}{2} \times (n-1)! & (n \geq 3) \end{cases}$$

이다.

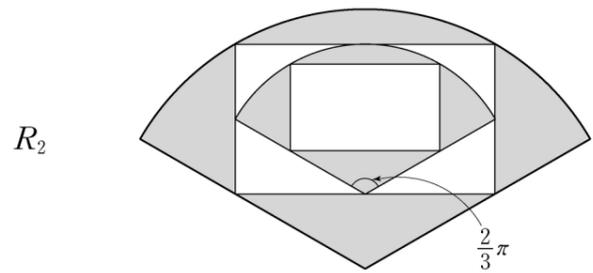
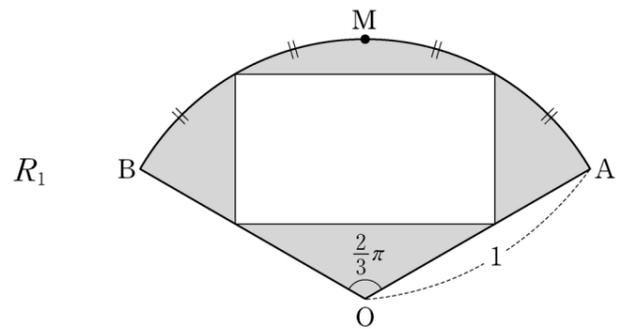
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(4) \times g(20)$ 의 값은? [4점]

- ① 225 ② 250 ③ 275 ④ 300 ⑤ 325

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 의 모든 극값의 곱이 -4 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

18. 중심이 O , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 그림과 같이 호 AB 를 이등분하는 점을 M 이라 하고 호 AM 과 호 MB 를 각각 이등분하는 점을 두 꼭짓점으로 하는 직사각형을 부채꼴 OAB 에 내접하도록 그리고, 부채꼴의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에 새로 그려진 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

- ① $\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi - \sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{2\pi - 3\sqrt{2}}{3}$
 ④ $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2\pi - 2\sqrt{3}}{3}$

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB + A + B = 2E, \quad A^3 + E = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A + E$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $A + B = -E$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 어느 나라에서 작년에 운행된 택시의 연간 주행거리는 모평균이 m 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 나라에서 작년에 운행된 택시 중에서 16대를 임의추출하여 구한 연간 주행거리의 표본평균이 \bar{x} 이고, 이 결과를 이용하여 신뢰도 95%로 추정된 m 에 대한 신뢰구간이 $[\bar{x} - c, \bar{x} + c]$ 이었다.

이 나라에서 작년에 운행된 택시 중에서 임의로 1대를 선택할 때, 이 택시의 연간 주행거리가 $m + c$ 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 주행거리의 단위는 km이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.49	0.1879
0.98	0.3365
1.47	0.4292
1.96	0.4750

- ① 0.6242 ② 0.6635 ③ 0.6879
 ④ 0.8365 ⑤ 0.9292

21. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0) = -3$
 (나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $6x - 6 \leq f(x) \leq 2x^3 - 2$ 이다.

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3}{x-2}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ b \end{pmatrix}$$

의 해가 $x = -1, y = 2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하십시오.
 (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_{10} = 22$ 일 때, $\sum_{k=2}^9 a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(3x+2)(x-3)}{x-3} & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

- 이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = x^3 + 4x$$

- 를 만족시킬 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{3}$ ($x > 0$) 위를 움직이는 점 P 와 직선 $x - y - 10 = 0$ 사이의 거리를 최소가 되게 하는 곡선 위의 점 P 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수 n 에 대하여 점 $(3n, 4n)$ 을 중심으로 하고 y 축에 접하는 원 O_n 이 있다. 원 O_n 위를 움직이는 점과 점 $(0, -1)$ 사이의 거리의 최댓값을 a_n , 최솟값을 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 구간 $[0, 3]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 에 대하여

$$P(x \leq X \leq 3) = a(3-x) \quad (0 \leq x \leq 3)$$

이 성립할 때, $P(0 \leq X < a) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, a 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 100$

(나) 곡선 $y = 2^x$ 이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$ 과 만나지 않는다.

(다) 곡선 $y = 2^x$ 이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$ 와 적어도 한 점에서 만난다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역 (A형)

5지선 다형

1. $\sqrt{8} \times \sqrt[3]{4}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

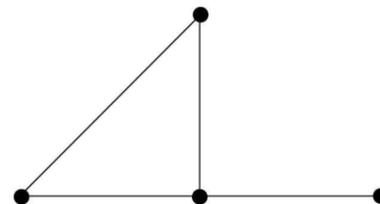
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여
 행렬 $AB - 2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -18 ② -16 ③ -14
- ④ -12 ⑤ -10

3. 두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - a}{x - 2} = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [2점]

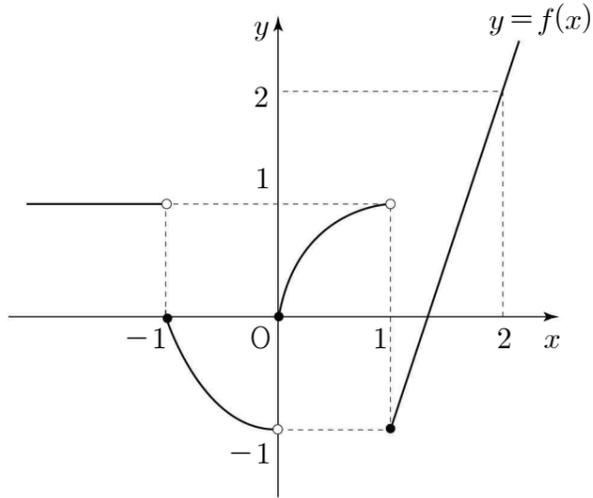
- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0의 개수를 p , 1의 개수를 q 라 할 때, $p - q$ 의 값은? [3점]



- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고,

$$P(A) = \frac{3}{8}, P(B|A) = \frac{2}{3}$$

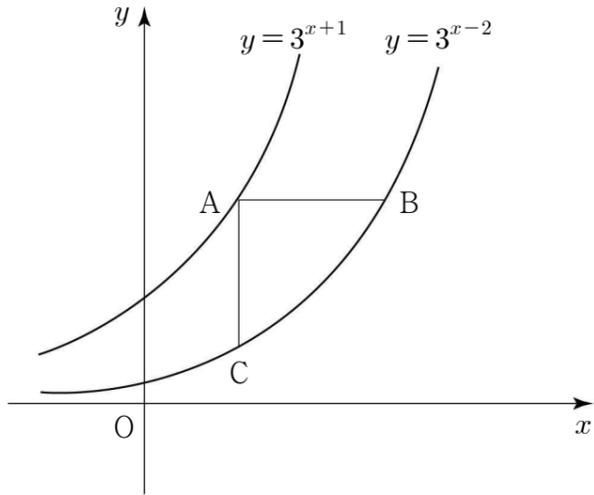
일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{17}{24}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{19}{24}$

7. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + a$ 의 최솟값이 -4 일 때, 최댓값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

8. 그림과 같이 함수 $y=3^{x+1}$ 의 그래프 위의 한 점 A 와
 함수 $y=3^{x-2}$ 의 그래프 위의 두 점 B, C 에 대하여
 선분 AB 는 x 축에 평행하고 선분 AC 는 y 축에 평행하다.
 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 가 될 때, 점 A 의 y 좌표는?
 (단, 점 A 는 제1사분면 위에 있다.) [3점]



- ① $\frac{81}{26}$ ② $\frac{44}{13}$ ③ $\frac{95}{26}$
- ④ $\frac{101}{26}$ ⑤ $\frac{54}{13}$

9. x, y 에 대한 연립일차방정식 $\begin{pmatrix} t+5 & 2 \\ t-1 & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$ 가
 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 t 의 값의
 합은? [3점]

- ① -7 ② -4 ③ -1 ④ 2 ⑤ 5

10. 곡선 $y=2x^3+ax+b$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과 수직인
 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 a^2+b^2 의 값은?
 [3점]

- ① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

11. 이차정사각행렬 X, Y 에 대하여 $*$ 를

$$X * Y = (X - Y)(X + Y)$$

라 정의하자. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [3점]

- <보 기>
- ㄱ. $A * O = O$ 이면 $A = O$ 이다.
 - ㄴ. $A * B = A * (-B)$ 이면 $(AB)^2 = A^2B^2$ 이다.
 - ㄷ. $A * E = A$ 이면 $A + E$ 의 역행렬이 존재한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 직선 $x = n$ 이 두 곡선

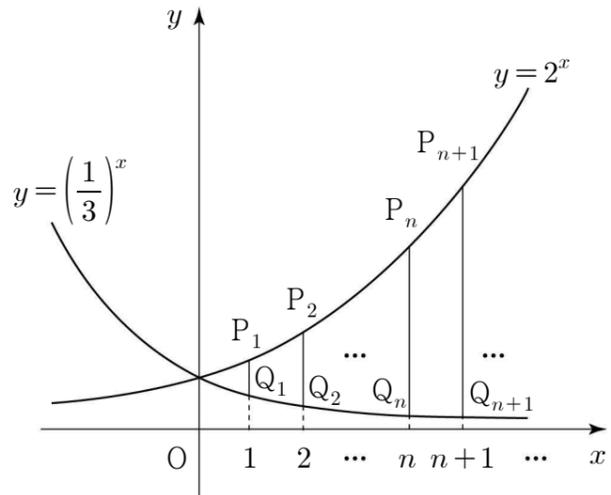
$$y = 2^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

과 만나는 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자.

사다리꼴 $P_n Q_n Q_{n+1} P_{n+1}$ 의 넓이를 A_n 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{2^{n-1}}$$

의 값은? [3점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

[13~14] 좌표평면의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 동전을 1번 던질 때마다 다음 규칙에 따라 점 P를 이동시키는 시행을 한다.

- (가) 앞면이 나오면 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨다.
- (나) 뒷면이 나오면 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨다.

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 시행을 5번 한 후 점 P가 직선 $x-y=3$ 위에 있을 확률은?
[3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{5}{32}$ ③ $\frac{3}{16}$
- ④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

14. 시행을 1번 한 후 점 P가 위치할 수 있는 점들을 x 좌표가 작은 것부터 차례로 P_1, P_2 라 하고, 시행을 2번 한 후 점 P가 위치할 수 있는 점들을 x 좌표가 작은 것부터 차례로 P_3, P_4, P_5 라 하자. 예를 들어, 점 P_5 의 좌표는 $(2, 0)$ 이고 점 P_6 의 좌표는 $(0, 3)$ 이다. 이와 같은 방법으로 정해진 점 P_{100} 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a-b$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 12$ 이고,

$$\frac{a_{n+1}}{n} = \frac{2a_n}{n+1} + \frac{2^{n+1}}{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$(n+1)a_{n+1} = 2na_n + n \cdot 2^{n+1}$$

이다. $b_n = \frac{n}{2^n} a_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이고 $b_1 = \boxed{\text{(나)}}$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \frac{2^n}{n} \times \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고,
(나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) + g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

16. 이차함수 $f(x) = x^2 + 1$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{k}{n}\right) \frac{k^2 + 2nk}{n^3} \text{ 의 값은? [4점]}$$

- ① $\frac{26}{5}$ ② $\frac{31}{5}$ ③ $\frac{36}{5}$ ④ $\frac{41}{5}$ ⑤ $\frac{46}{5}$

17. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 $a^{\log_5 16}$ 이 2^n ($n = 1, 2, 3, \dots$)이 되도록 하는 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, k 번째 수를 a_k 라 하자. $\sum_{k=1}^{40} \log_5 a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 185 ② 190 ③ 195 ④ 200 ⑤ 205

18. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = k$$

를 만족시키고, 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 2) \\ 2-x & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 가 $x = 2$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

19. 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = \int_0^x (t-a)(t-b)dt$ 가
다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- (가) 함수 $f(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 에서 극값을 갖는다.
- (나) $f(a) - f(b) = \frac{1}{6}$

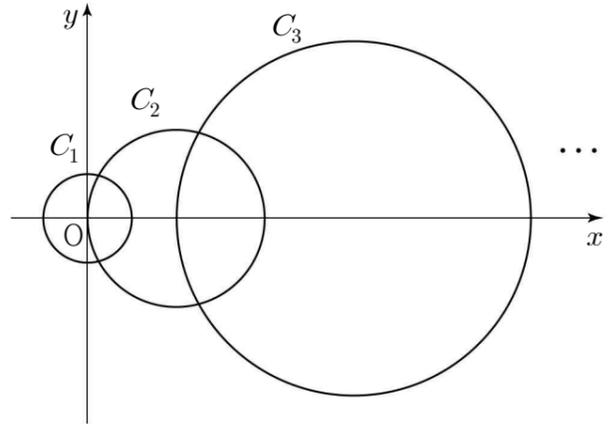
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 자연수 n 에 대하여 중심이 x 축 위에 있고 반지름의 길이가 r_n 인 원 C_n 을 다음과 같은 규칙으로 그린다.

- (가) 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 C_1 을 그린다.
- (나) 원 C_{n-1} 의 중심을 x 축의 방향으로 $2r_{n-1}$ 만큼 평행이동시킨 점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $2r_{n-1}$ 인 원 C_n 을 그린다. ($n = 2, 3, 4, \dots$)

원 C_n 의 중심을 $(a_n, 0)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{r_n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



21. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0) < f(2)$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(2+x) = f(2-x)$ 를 만족시킨다. 방정식 $f(|x|) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 7) = 2014$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다항식 $(x+2)^6$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = x^3 - x + 7$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 과 공차가 3인 등차수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$b_n - a_n = 2n$$

이 성립한다. $a_{10} = 11$ 일 때, b_5 의 값을 구하시오. [3점]

26. 화학 퍼텐셜 이론에 의하면 절대온도 T (K)에서 이상 기체의 압력을 P_1 (기압)에서 P_2 (기압)으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 E (kJ/mol)이라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$E = RT \log_a \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{단, } a, R \text{는 } 1 \text{이 아닌 양의 상수이다.})$$

절대온도 300K에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 16기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 E_1 ,

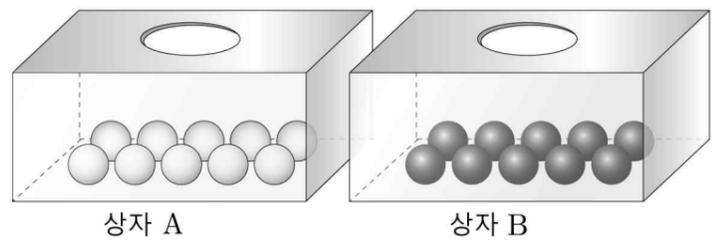
절대온도 240K에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 x 기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 E_2 라 하자.

$E_1 = E_2$ 를 만족시키는 x 의 값을 구하시오. [4점]

27. $10 < x < 100$ 인 x 에 대하여 $\log \sqrt{x}$ 의 가수가 $\log \frac{1}{x}$ 의 가수의 5 배이다. $\log x = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 상자 A에는 흰 공 10개, 상자 B에는 검은 공 10개가 들어 있다. 다음과 같이 [실행 1]부터 [실행 3]까지 할 때, 상자 B의 흰 공의 개수가 홀수일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

[실행 1] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.
 [실행 2] 상자 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 A에 넣는다.
 [실행 3] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.



29. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

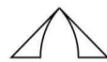
- (가) $f(-x) = f(x)$
- (나) $f(x+2) = f(x)$
- (다) $\int_{-1}^1 (2x+3)f(x) dx = 15$

$\int_{-6}^{10} f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

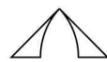
30. 그림과 같이 길이가 4인 선분 B_1C_1 을 빗변으로 하고 $\angle B_1A_1C_1 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 을 그린다. $\overline{B_1A_1} = \overline{B_1C_2}$ 이고 $\overline{C_1A_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 선분 B_1C_1 위의 두 점 C_2 와 B_2 에 대하여 부채꼴 $B_1A_1C_2$ 와 부채꼴 $C_1A_1B_2$ 를 그린 후 생긴

 모양에 색칠하고 그 넓이를 S_1 이라 하자.

선분 B_2C_2 를 빗변으로 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부의 점 A_2 에 대하여 $\angle B_2A_2C_2 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그린다. $\overline{B_2A_2} = \overline{B_2C_3}$ 이고 $\overline{C_2A_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 선분 B_2C_2 위의 두 점 C_3 과 B_3 에 대하여 부채꼴 $B_2A_2C_3$ 과 부채꼴 $C_2A_2B_3$ 을 그린 후 생긴

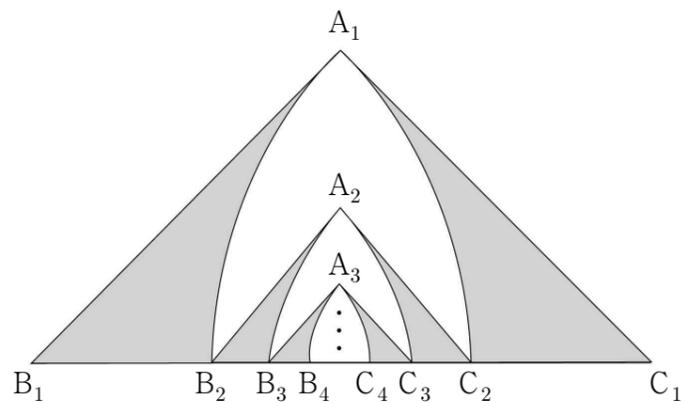
 모양에 색칠하고 그 넓이를 S_2 라 하자.

선분 B_3C_3 을 빗변으로 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부의 점 A_3 에 대하여 $\angle B_3A_3C_3 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_3B_3C_3$ 을 그린다. $\overline{B_3A_3} = \overline{B_3C_4}$ 이고 $\overline{C_3A_3} = \overline{C_3B_4}$ 인 선분 B_3C_3 위의 두 점 C_4 와 B_4 에 대하여 부채꼴 $B_3A_3C_4$ 와 부채꼴 $C_3A_3B_4$ 를 그린 후 생긴

 모양에 색칠하고 그 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n 에 대하여

$\frac{1}{4-\pi} \sum_{n=1}^{\infty} S_n = a + \sqrt{b}$ (a, b 는 정수)일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항
 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $3 \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

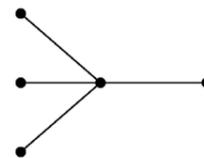
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

2

수학 영역(A형)

5. $\log_8 2 + \log_8 4$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 2$, $a_3 = 10$ 일 때, a_5 의 값은?

[3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x+5 & (x \neq 1) \\ a & (x = 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 첫째항이 3이고 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 7}{a_n} \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 함수 $f(x) = x^2 + 4x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h}$ 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. $\sum_{k=1}^n \frac{4}{k(k+1)} = \frac{15}{4}$ 일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

4

수학 영역(A형)

[11~12] 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 11번과 12번의
두 물음에 답하시오.

11. x, y 에 대한 연립방정식 $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 무수히 많은 해를
갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [3점]

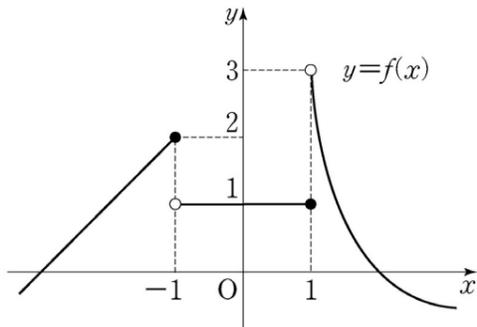
- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

12. 두 수열 $\{x_n\}, \{y_n\}$ 에 대하여 $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ 이 성립할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(x_n)^2}{y_n + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

13. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 x 가

$$x = -t^2 + 4t$$

이다. $t=a$ 에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6

수학 영역(A형)

15. 세대당 종자의 평균 분산거리가 D 이고 세대당 종자의 증식률이 R 인 나무의 10세대 동안 확산에 의한 이동거리를 L 이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L^2 = 100D^2 \times \log_3 R$$

세대당 종자의 평균 분산거리가 20이고 세대당 종자의 증식률이 81인 나무의 10세대 동안 확산에 의한 이동거리 L 의 값은? (단, 거리의 단위는 m이다.) [4점]

- ① 400 ② 500 ③ 600 ④ 700 ⑤ 800

16. 함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + a$ 의 극댓값이 10일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=3$ 이고,

$$2a_{n+1} = 3a_n - \frac{6n+2}{(n+1)!} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$2a_{n+1} = 3a_n - \frac{6(n+1)-4}{(n+1)!}$$

이다.

$$2a_{n+1} - \frac{4}{(n+1)!} = 3a_n - 3 \times \boxed{\text{(가)}}$$

이므로, $b_n = a_n - \boxed{\text{(가)}}$ 라 하면

$$2b_{n+1} = 3b_n$$

이다. $b_{n+1} = \frac{3}{2}b_n$ 이고 $b_1 = 1$ 이므로

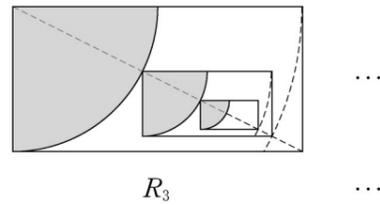
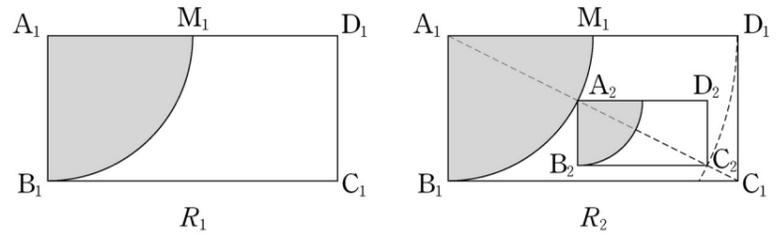
$$b_n = \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 그러므로 $a_n = \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(3) \times g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

18. 그림과 같이 $\overline{A_1D_1}=2$, $\overline{A_1B_1}=1$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분 A_1D_1 의 중점을 M_1 이라 하자. 중심이 A_1 , 반지름의 길이가 $\overline{A_1B_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 을 그리고, 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 의 호 B_1M_1 이 선분 A_1C_1 과 만나는 점을 A_2 라 하고, 중심이 A_1 , 반지름의 길이가 $\overline{A_1D_1}$ 인 원이 선분 A_1C_1 과 만나는 점을 C_2 라 하자. 가로와 세로의 길이의 비가 2:1이고 가로가 선분 A_1D_1 과 평행한 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{16}\pi$ ② $\frac{11}{32}\pi$ ③ $\frac{3}{8}\pi$
 ④ $\frac{13}{32}\pi$ ⑤ $\frac{7}{16}\pi$

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 = -A, \quad A^2 + B^2 = A + E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $A^3 = A$
 ㄴ. $AB^2 = B^2A$
 ㄷ. B 의 역행렬이 존재한다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. $0 < a < 1 < b$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \log_a(bx-1), \quad g(x) = \log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축의 교점이 곡선 $y=g(x)$ 의 점근선 위에 있도록 하는 a 와 b 사이의 관계식과 a 의 범위를 옳게 나타낸 것은? [4점]

- ① $b = -2a + 2$ ($0 < a < \frac{1}{2}$)
 ② $b = 2a$ ($0 < a < \frac{1}{2}$)
 ③ $b = 2a$ ($\frac{1}{2} < a < 1$)
 ④ $b = 2a + 1$ ($0 < a < \frac{1}{2}$)
 ⑤ $b = 2a + 1$ ($\frac{1}{2} < a < 1$)

21. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1) = 0$
 (나) $\lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-1)(n-2) \quad (n = 1, 2, 3, 4)$

$g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

단답형

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5}{n^2 + 2n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^2 + x + 3$ 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 닫힌 구간 $[-1, 3]$ 에서 두 함수

$$f(x) = 2^x, \quad g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$$

의 최댓값을 각각 a, b 라 하자. ab 의 값을 구하시오. [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+1}\right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 15$ 이고,

$$\sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k) = 2n + 1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. a_{10} 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y = -x^3 + 2x$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선이 점 $(-10, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수 n 에 대하여 순서쌍 (x_n, y_n) 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) $(x_1, y_1) = (1, 1)$

(나) n 이 홀수이면 $(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_n, (y_n - 3)^2)$ 이고,
 n 이 짝수이면 $(x_{n+1}, y_{n+1}) = ((x_n - 3)^2, y_n)$ 이다.

순서쌍 (x_{2015}, y_{2015}) 에서 $x_{2015} + y_{2015}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = -11, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -9$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} x f\left(\frac{1}{x}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $a \leq b \leq 20$
 (나) $\log b - \log a \leq f(a) - f(b)$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

출수형

5지선다형

1. $4^{-\frac{1}{2}} \times \log_3 9$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $(A-B)^2$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 5^n - 3^n}{5^{n+1} + 2^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

4. $\int_{-1}^1 (x^3 + 3x^2 + 5) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}, \quad P(A^c \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

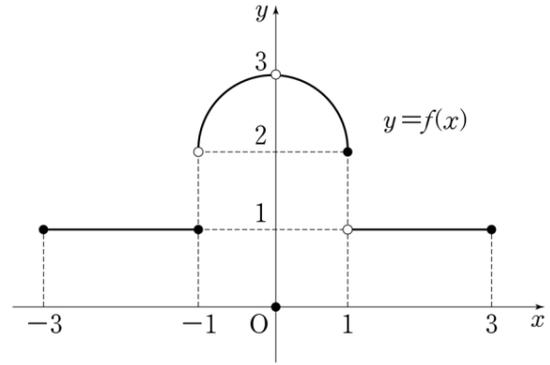
- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

6. 로그부등식 $\log_{\sqrt{2}} |x| < 5$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

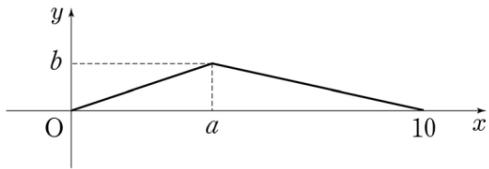
7. 정의역이 $\{x | -3 \leq x \leq 3\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

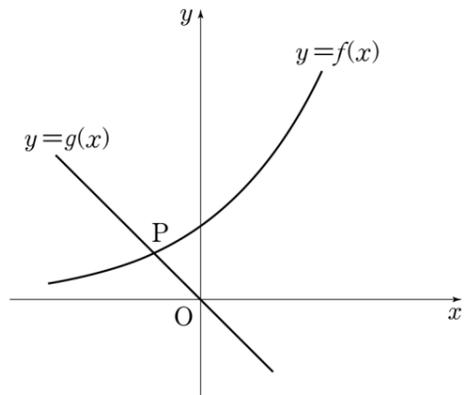
8. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 10$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



$P(0 \leq X \leq a) = \frac{2}{5}$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{21}{5}$ ② $\frac{22}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ 5

9. 좌표평면에서 함수 $f(x)=2^x$ 의 그래프와 함수 $g(x)=-x$ 의 그래프가 만나는 점을 $P(a, -a)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

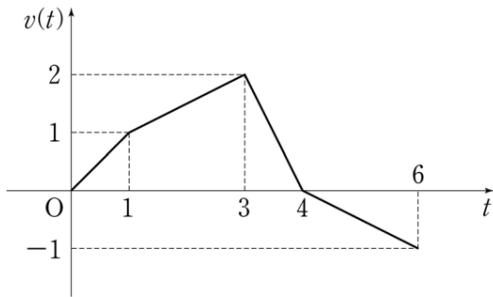


<보 기>

- ㄱ. $a < -1$
- ㄴ. $t > 0$ 이면 $|f(-t) - g(-t)| < |f(t) - g(t)|$ 이다.
- ㄷ. 함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프와 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 좌표는 $(-a, a)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(0 \leq t \leq 6)$ 에서의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같다. 점 P가 시간 $t=0$ 에서 시간 $t=6$ 까지 움직인 거리는? [3점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

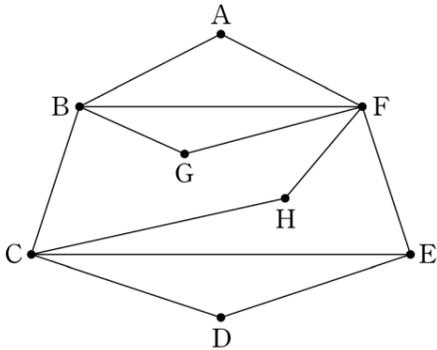
11. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2)=f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = \begin{cases} ax+1 & (-1 \leq x < 0) \\ 3x^2+2ax+b & (0 \leq x < 1) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[12~13] 그림과 같이 8개의 지점 A, B, C, D, E, F, G, H를 잇는 도로망이 있다. 12번과 13번의 두 물음에 답하시오.



12. 각 지점을 꼭짓점으로 하고 두 지점을 잇는 도로를 변으로 하는 그래프에 대하여, 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 30 ② 28 ③ 26 ④ 24 ⑤ 22

13. 8개의 지점 중에서 한 지점을 임의로 선택할 때, 선택된 지점에 연결된 도로의 개수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 $3X+1$ 의 평균 $E(3X+1)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

14. 어느 고등학교 학생들의 일주일 독서 시간은 평균 7시간, 표준편차 2시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 중 임의추출한 36명의 일주일 독서 시간의 평균이 6시간 40분 이상 7시간 30분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.8185 ② 0.7745 ③ 0.6687
 ④ 0.6247 ⑤ 0.5328

15. 영행렬이 아닌 이차정사각행렬 A 가 $A^2=3A$ 를 만족시킨다. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 행렬 $(A-E)^n$ 을

$$(A-E)^n = a_n A + (-1)^n E$$

와 같이 나타낼 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다. (단, E 는 단위행렬이다.)

자연수 n 에 대하여

$$\begin{aligned} (A-E)^{n+1} &= \{a_n A + (-1)^n E\} (A-E) \\ &= a_n A^2 - a_n A + (-1)^n A + (-1)^{n+1} E \end{aligned}$$

이고, $A^2=3A$ 이므로

$$(A-E)^{n+1} = (2a_n + \boxed{\text{(가)}})A + (-1)^{n+1}E$$

이다. 그러므로

$$a_{n+1} = 2a_n + \boxed{\text{(가)}} \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

이다. 따라서 2 이상인 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2(a_{n-1} + a_n)$$

이다. 또한

$$a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$$

이므로 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = \boxed{\text{(나)}} \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

이다. ㉠과 ㉡에 의해

$$3a_n + (-1)^n = \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 따라서

$$a_n = \frac{\boxed{\text{(나)}} + (-1)^{n+1}}{3}$$

이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(9) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

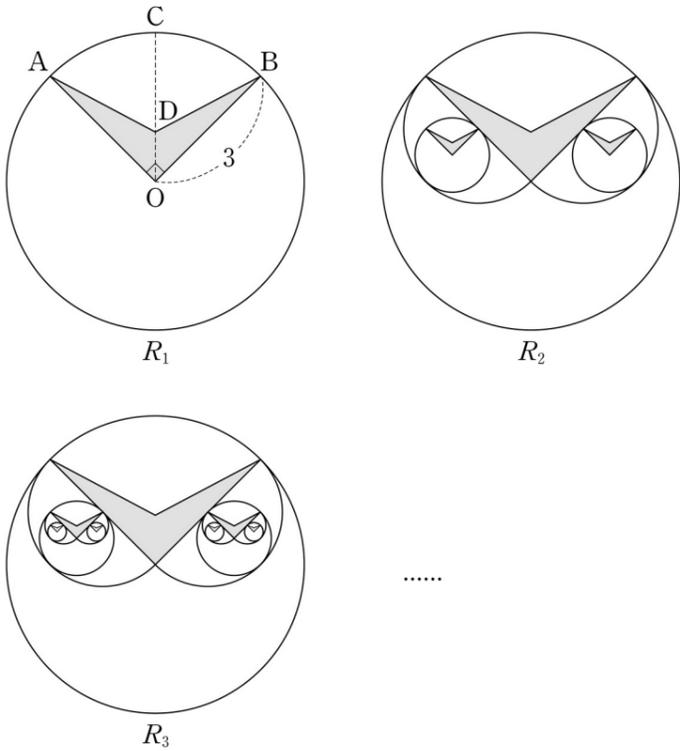
- ① -32 ② -16 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

16. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3인 원이 있다. 그림과 같이 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 인 원 위의 두 점을 A, B 라 하고, 호 AC 와 호 BC 의 길이가 같은 점을 C 라 하자. 선분 OC 를 1:2로 내분하는 점을 D 라 하고, 네 선분 OA, AD, DB, BO 로 둘러싸인 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 두 반지름 OA, OB 를 각각 지름으로 하는 두 반원을 그리고, 두 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다. 두 내접원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 그린 두 내접원의 4개의 반지름을 각각 지름으로 하는 4개의 반원을 그리고, 4개의 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다. 4개의 내접원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 4개의 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 모든 \sphericalangle 모양의 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{11\sqrt{2}}{7}$ ② $\frac{12\sqrt{2}}{7}$ ③ $\frac{13\sqrt{2}}{7}$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{2}}{7}$

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 = A - E, \quad (AB)^2 = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. A 와 B 는 모두 역행렬을 가진다.
- ㄴ. $BAB = -A^2$
- ㄷ. $B^2AB^2 = A^2 + B^2$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1=0$ 이고

$$a_{n+1} = (-1)^n a_n + \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \quad (n \geq 1)$$

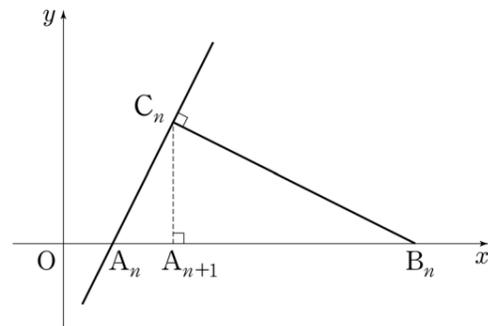
을 만족시킬 때, a_{50} 의 값은? [4점]

- ① -50 ② -25 ③ 0 ④ 25 ⑤ 50

19. 좌표평면에서 점 A_1 의 좌표가 $(1, 0)$ 일 때, 모든 자연수 n 에 대하여 점 A_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 A_n 을 x 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 점을 B_n 이라 한다.
 (나) 점 B_n 에서 기울기가 2이고 점 A_n 을 지나는 직선에 내린 수선의 발을 C_n 이라 한다.
 (다) 점 C_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 A_{n+1} 이라 한다.

점 A_n 의 x 좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

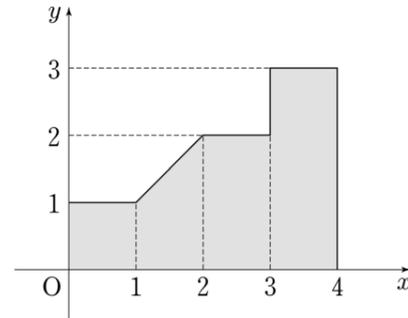


- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

20. 정의역이 $\{x | 1 \leq x < 100\}$ 이고 함숫값이 $\log x$ 의 가수인 함수를 $f(x)$ 라 하자. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=2-\frac{x}{n}$ 가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 좌표평면 위에 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다. 이 도형과 네 점 $(0, 0), (t, 0), (t, t), (0, t)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$ 라 하자.



열린 구간 $(0, 4)$ 에서 함수 $f(t)$ 가 미분가능하지 않은 모든 t 의 값의 합은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 9x - 22}{x - 2}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 첫째항이 -6 이고 공차가 2 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 30 일 때, n 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$S_n = 2^{n-1} + 5$$

일 때, $a_1 + a_5$ 의 값을 구하십시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 5$ 의 극댓값을 구하십시오. [3점]

26. 함수 $y = 4x^3 - 12x^2 + 8x$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

27. $(a+b+c)^4(x+y)^3$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를 구하시오. [4점]

28. 통신이론에서 신호의 주파수 대역폭이 $B(\text{Hz})$ 이고 신호잡음전력비가 x 일 때, 전송할 수 있는 신호의 최대 전송 속도 $C(\text{bps})$ 는 다음과 같이 계산된다고 한다.

$$C = B \times \log_2(1+x)$$

신호의 주파수 대역폭이 일정할 때, 신호잡음전력비를 a 에서 $33a$ 로 높였더니 신호의 최대 전송 속도가 2배가 되었다.

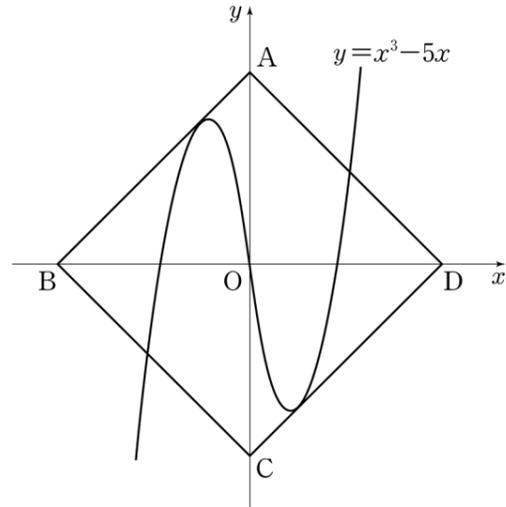
양수 a 의 값을 구하시오. (단, 신호잡음전력비는 잡음전력에 대한 신호전력의 비이다.) [4점]

29. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

- (가) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5 이상이면 나온 눈의 수를 점수로 한다.
- (나) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5보다 작으면 한 번 더 던져 나온 눈의 수를 점수로 한다.

시행의 결과로 얻은 점수가 5점 이상일 때, 주사위를 한 번만 던졌을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 그림과 같이 정사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C는 y 축 위에 있고, 두 꼭짓점 B, D는 x 축 위에 있다. 변 AB와 변 CD가 각각 삼차함수 $y = x^3 - 5x$ 의 그래프에 접할 때, 정사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]



- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수학 영역(A형)

제 2 교시

1

1. $2^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

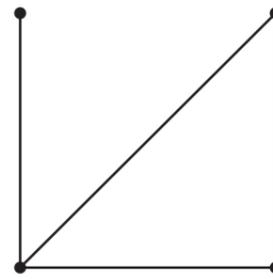
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A - B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{3n^2 + n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 4 ② 6 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12

5. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AXA = E$ 를 만족시키는 행렬 X 는?

(단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. 로그부등식

$$\log_3(x+1) + \log_3(x-5) < 3$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

7. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 a_3 = \frac{1}{36}, a_5 = \frac{4}{81}$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{2}{27}$ ③ $\frac{1}{9}$
 ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{5}{27}$

8. 지수방정식 $9^x - 11 \times 3^x + 28 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, $9^\alpha + 9^\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 59 ② 61 ③ 63
 ④ 65 ⑤ 67

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = a_n + 3n$$

을 만족시킨다. $2a_1 = a_2 + 3$ 일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 135 ② 138 ③ 141
 ④ 144 ⑤ 147

10. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 - \frac{a_n}{9^n} \right) = 1$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n}{2a_n + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

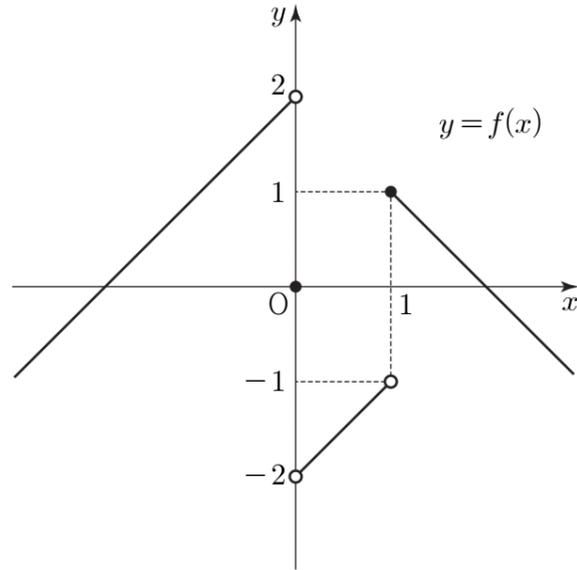
11. 흙의 투수계수는 물이 흙에 침투하는 정도를 나타내는 지표이다. 동일한 흙의 투수계수(k)는 같은 실험 조건에서 일정하고, 투수 실험 장치에서 처음 물의 높이를 h_1 (cm), 실험을 시작한 지 t 분 후의 물의 높이를 h_2 (cm)라 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$k = \frac{C}{t}(\log h_1 - \log h_2) \text{ (단, } C \text{는 양의 상수이다.)}$$

어떤 흙의 투수 실험 장치에서 처음 물의 높이가 64 cm일 때, 실험을 시작한 지 40분 후의 물의 높이가 16 cm 이었고, 실험을 시작한 지 x 분 후의 물의 높이가 2 cm 이었다. x 의 값은? [3점]

- ① 80 ② 100 ③ 120
- ④ 140 ⑤ 160

12. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)f(1-x)$ 의 값은? [3점]

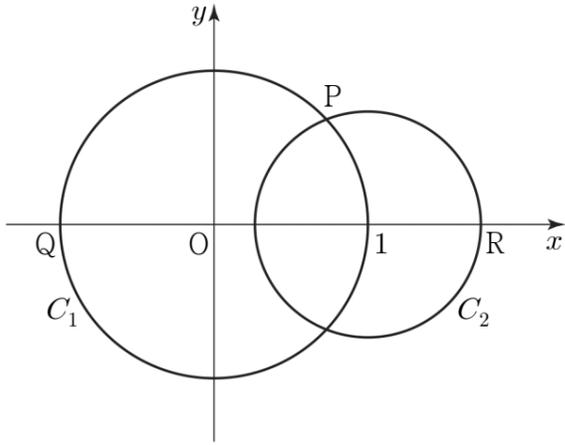
- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[13 ~ 14] 그림과 같이 좌표평면 위의 두 원

$$C_1 : x^2 + y^2 = 1$$

$$C_2 : (x-1)^2 + y^2 = r^2 \quad (0 < r < \sqrt{2})$$

이 제 1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 원 C_1 이 x 축과 만나는 점 중에서 x 좌표가 0보다 작은 점을 Q, 원 C_2 가 x 축과 만나는 점 중에서 x 좌표가 1보다 큰 점을 R라 하자. \overline{OP} , \overline{OR} , \overline{QR} 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 원 C_2 의 반지름의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{-2 + \sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$
 ④ $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{3 - \sqrt{3}}{2}$

14. 점 P의 x 좌표를 $f(r)$ 라 할 때, $\lim_{r \rightarrow \sqrt{2}-0} \frac{f(r)}{4-r^4}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ 2 ⑤ 4

6

수학 영역(A형)

15. 1보다 크고 10보다 작은 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$$\frac{\log_c b}{\log_a b} = \frac{1}{2}, \quad \frac{\log_b c}{\log_a c} = \frac{1}{3}$$

일 때, $a+2b+3c$ 의 값은? [4점]

- ① 21 ② 24 ③ 27
 ④ 30 ⑤ 33

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$a_{n+1} = \left(\frac{n^2-1}{n^2}\right)^2 a_n + \frac{2n+1}{n^4} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변에 $\left(\frac{n}{n+1}\right)^2$ 을 곱하면

$$\left(\frac{n}{n+1}\right)^2 a_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 a_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 a_n$ 이라 하면, $b_1 = 0$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + \frac{1}{n^2} - \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n=1) \\ \boxed{\text{(다)}} \times \left(\frac{n}{n-1}\right)^2 & (n \geq 2) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(n)$ 이라

할 때, $\frac{f(1) \times h(4)}{g(7)}$ 의 값은? [4점]

- ① 39 ② 42 ③ 45
 ④ 48 ⑤ 51

17. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} + ax^2 + bx - 2}{x^{2n} + 1}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다.

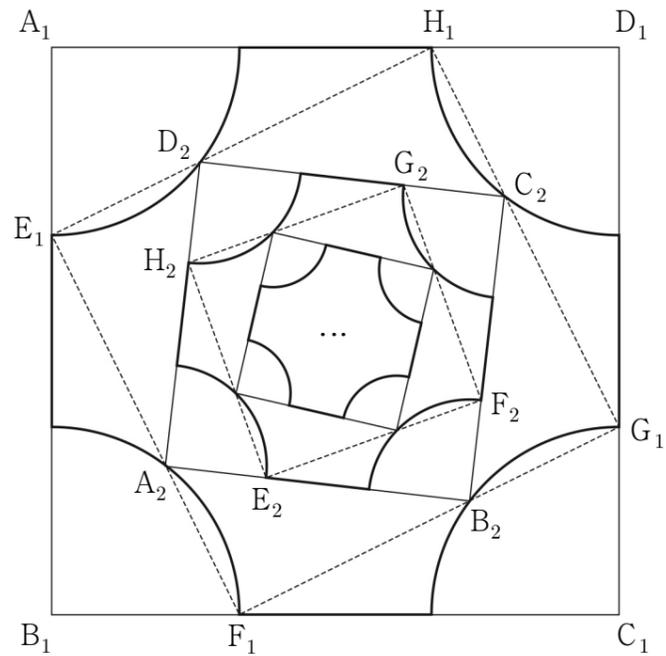
네 선분 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 을 각각 1:2로 내분하는 점을 각각 E_1, F_1, G_1, H_1 이라 하고, 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 $A_1E_1, B_1F_1, C_1G_1, D_1H_1$ 을 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 \square 모양의 도형을 R_1 이라 하자.

정사각형 $E_1F_1G_1H_1$ 과 도형 R_1 과의 교점 중 정사각형 $E_1F_1G_1H_1$ 의 꼭짓점이 아닌 4개의 점을 A_2, B_2, C_2, D_2 라 하자. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 네 선분 $A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2, D_2A_2$ 를 각각 1:2로 내분하는 점을 각각 E_2, F_2, G_2, H_2 라 하고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 $A_2E_2, B_2F_2, C_2G_2, D_2H_2$ 를 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 \square 모양의 도형을 R_2 라 하자.

정사각형 $E_2F_2G_2H_2$ 에서 도형 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 얻은 \square 모양의 도형을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 \square 모양의 도형 R_n 의

넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]

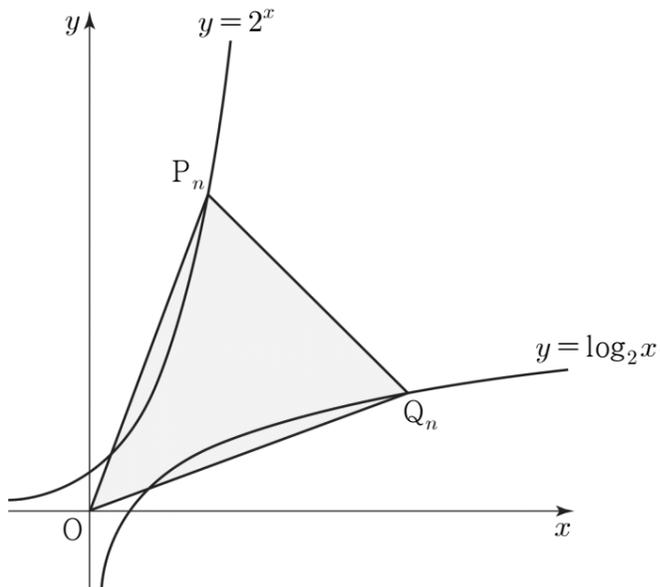


- ① $\frac{39}{32}(9-\pi)$ ② $\frac{5}{4}(9-\pi)$ ③ $\frac{21}{16}(9-\pi)$
 ④ $\frac{11}{8}(9-\pi)$ ⑤ $\frac{45}{32}(9-\pi)$

19. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 곡선 $y=2^x$ 위를 움직이는 점 $P_n(n, 2^n)$ 이 있다. 점 P_n 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 Q_n 이라 하자.

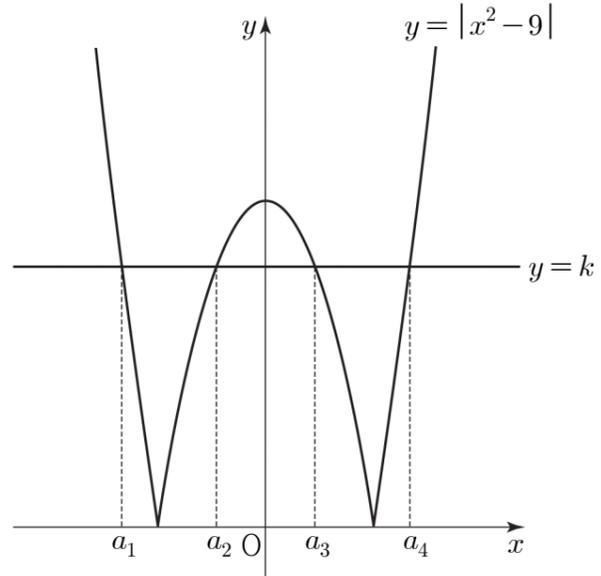
삼각형 P_nOQ_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $2\sum_{n=1}^5 S_n$ 의 값은?

(단, O 는 원점이다.) [4점]



- ① 1309
- ② 1311
- ③ 1313
- ④ 1315
- ⑤ 1317

20. 그림과 같이 함수 $y=|x^2-9|$ 의 그래프가 직선 $y=k$ 와 서로 다른 네 점에서 만날 때, 네 점의 x 좌표를 각각 a_1, a_2, a_3, a_4 라 하자. 네 수 a_1, a_2, a_3, a_4 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 k 의 값은? (단, $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$) [4점]



- ① $\frac{34}{5}$
- ② 7
- ③ $\frac{36}{5}$
- ④ $\frac{37}{5}$
- ⑤ $\frac{38}{5}$

21. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$B^2 + AB + B = E, A^2 + 2A = O$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $AB = BA$

ㄴ. $(A + E)^{-1} = A + E$

ㄷ. $B - A - E$ 의 역행렬이 존재한다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 3^n - 1$ 일 때, a_3 의 값을 구하시오. [3점]

23. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a-5 & 4 \\ 2 & a-7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱을 구하시오. [3점]

24. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+a} - b} = 6$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. x 에 대한 부등식

$$(3^{x+2} - 1)(3^{x-p} - 1) \leq 0$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 20일 때, 자연수 p 의 값을 구하시오. [4점]

25. 두 실수 a, b 가 $3^{a-1} = 2$, $6^{2b} = 5$ 를 만족시킬 때, $5^{\frac{1}{ab}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \frac{6^n}{x}$ 위의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수를 a_n 이라 하자.

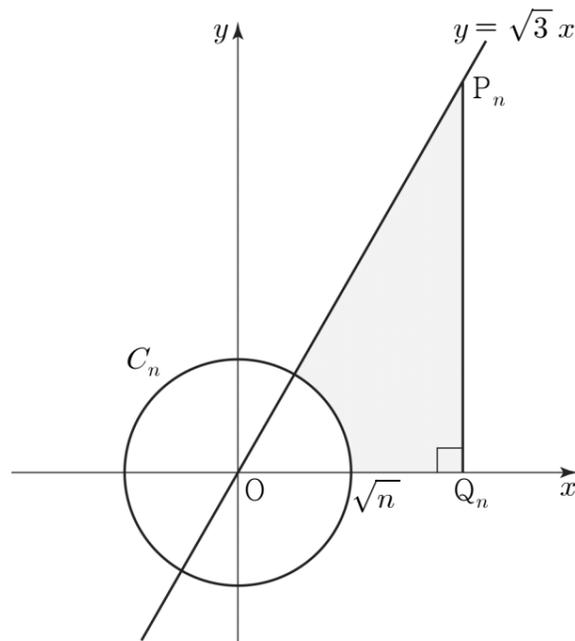
$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 = n$ 을 C_n 이라 하고, 직선 $y = \sqrt{3}x$ 위의 점 중에서 원점 O 로부터 거리가 $n+2$ 인 점을 P_n , 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q_n 이라 하자.

삼각형 P_nOQ_n 의 내부와 원 C_n 의 외부의 공통부분의 넓이를

S_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{S_n} = a$ 일 때, $3a^2$ 의 값을 구하시오.

(단, 점 P_n 은 제 1 사분면 위의 점이다.) [4점]



29. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $-1 \leq x < 1$ 에서 $f(x) = |2x|$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

자연수 n 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = \log_{2n} x$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^7 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 두 양수 a , b 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(a) + g(b) = \frac{9}{4}$
 (나) $g(a) = g\left(\frac{1}{a}\right) + g(b)$
 (다) $f(b) = f\left(\frac{1}{b}\right) + f(a^5)$

$ab = 10^{\frac{n}{m}}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m , n 은 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $16^{\frac{3}{4}} \times 2^{-3}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A-B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)(2n-3)}{4n^2+5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 10$, $a_4 - a_2 = 4$ 일 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

5. 방정식 $9^x = 27^{2x-4}$ 을 만족시키는 실수 x 의 값은? [3점]

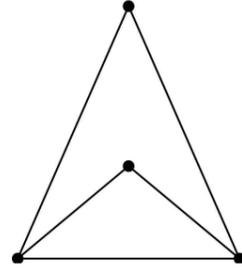
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. 첫째항이 a 이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 세 수 $a_3, 2, a_7$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a 의 값은?

[3점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

7. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬을 M 이라 하자.



행렬 M^2 의 (i, j) 성분을 a_{ij} ($i=1, 2, 3, 4, j=1, 2, 3, 4$)라 할 때, $a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44}$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

8. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 양수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1=1$ 이고 $2a_{n+1}=7a_n$ ($n \geq 1$)을 만족시킬 때,

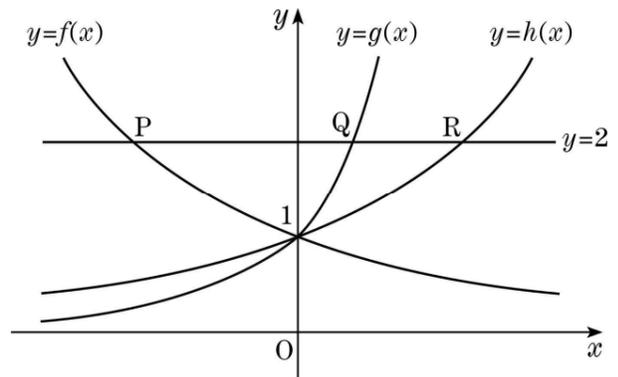
무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

10. 세 지수함수

$$f(x) = a^{-x}, g(x) = b^x, h(x) = a^x \quad (1 < a < b)$$

에 대하여 직선 $y=2$ 가 세 곡선 $y=f(x), y=g(x), y=h(x)$ 와 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하자. $\overline{PQ} : \overline{QR} = 2 : 1$ 이고 $h(2)=2$ 일 때, $g(4)$ 의 값은? [3점]



- ① 16 ② $16\sqrt{2}$ ③ 32 ④ $32\sqrt{2}$ ⑤ 64

11. 함수 $f(x) = x^2 - x - 4$ 에 대하여 부등식

$$4^{f(x)} - 2^{1+f(x)} < 8$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 1부터 $2n$ 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 $2n$ 장의 카드가 있다. 이 중 세 장의 카드를 동시에 뽑을 때, 세 장의 카드에 적힌 수의 합이 짝수가 되도록 뽑는 경우의 수를 a_n 이라 하자.

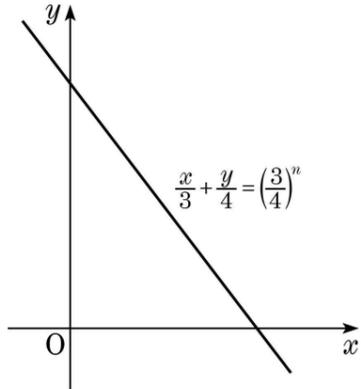
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$ 의 값은? (단, $n \geq 2$ 인 자연수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

[13~14] 자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 직선

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

을 l_n 이라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $n=5$ 일 때 직선 l_5 의 x 절편을 α , y 절편을 β 라 하자. 두 행렬

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

에 대하여 등식 $P = A^5 B$ 를 만족시키는 행렬 B 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

14. 직선 l_n 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{1}{10}$ 이하가

되도록 하는 자연수 n 의 최솟값은?

(단, $\log 2 = 0.30$, $\log 3 = 0.48$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. 첫째항이 30이고 공차가 $-d$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 등식

$$a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \cdots + a_{m+k} = 0$$

을 만족시키는 두 자연수 m, k 가 존재하도록 하는 자연수 d 의 개수는? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고

$$\frac{a_n}{n} - \frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n a_{n+1}}{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항이 0이 아니므로

$$\frac{a_n}{n} - \frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n a_{n+1}}{n+1}$$

을 변형하면

$$\frac{n+1}{a_{n+1}} - \frac{n}{a_n} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = \frac{n}{a_n}$ 이라 하면 $b_1 = \frac{1}{2}$ 이고

$$b_{n+1} - b_n = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이므로

$$a_n = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

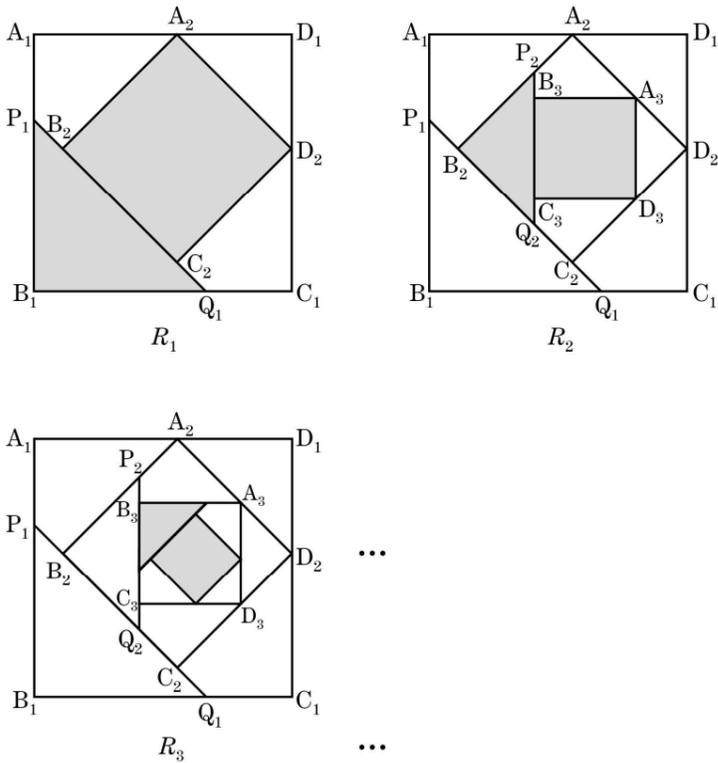
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(13)g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분 A_1B_1 을 1:2로 내분하는 점을 P_1 , 선분 B_1C_1 을 2:1로 내분하는 점을 Q_1 이라 하자. 선분 A_1D_1 위의 점 A_2 , 선분 P_1Q_1 위의 두 점 B_2, C_2 , 선분 C_1D_1 위의 점 D_2 를 네 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부와 삼각형 $P_1B_1Q_1$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 선분 A_2B_2 를 1:2로 내분하는 점을 P_2 , 선분 B_2C_2 를 2:1로 내분하는 점을 Q_2 라 하자. 선분 A_2D_2 위의 점 A_3 , 선분 P_2Q_2 위의 두 점 B_3, C_3 , 선분 C_2D_2 위의 점 D_3 을 네 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$ 을 그리고 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$ 의 내부와 삼각형 $P_2B_2Q_2$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{375}{49}$ ② $\frac{400}{49}$ ③ $\frac{425}{49}$ ④ $\frac{450}{49}$ ⑤ $\frac{475}{49}$

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{20} a_n = p$ 라 할 때, 등식

$$2a_n + n = p \quad (n \geq 1)$$

가 성립한다. a_{10} 의 값은? (단, p 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{11}{12}$ ⑤ 1

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 = BA + E, (A - B + 2E)(A - B - 2E) = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

———— < 보 기 > ————

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $A^2 + B^2 = 2AB + 4E$

ㄷ. A 의 모든 성분의 합이 2이면 B 의 모든 성분의 합은 -6 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) 4^n < a_n < 4^n + 1$$

$$(나) 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n < b_n < 2^{n+1}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4a_n + b_n}{2a_n + 2^n b_n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

수학 영역(A형)

9

21. 자연수 n 에 대하여 다음과 같이 모든 자연수를 작은 것부터 n 행에 n 개씩 차례로 나열하였다. 이때 n 행에 있는 n 의 배수를 a_n 이라 하자. 예를 들어 $a_2 = 2$, $a_5 = 15$ 이다.

1행	1					
2행	2	3				
3행	4	5	6			
4행	7	8	9	10		
5행	11	12	13	14	15	
6행	16	17	18	19	20	21
⋮		⋮				⋮

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 4800 ② 4820 ③ 4840 ④ 4860 ⑤ 4880

단답형

22. 방정식 $\log_2 x = 1 + \log_2(x-6)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

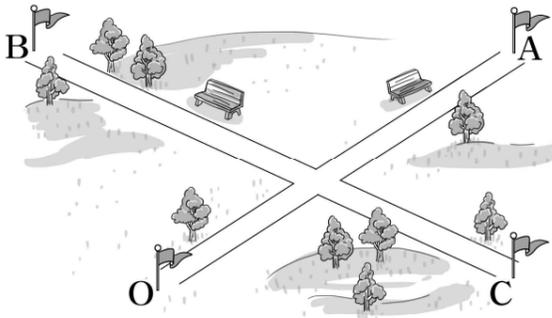
23. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A + A^2 + A^3 + A^4$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

24. 실수 a 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + an} - n + 2a) = 10$$

일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 그림과 같이 어느 지역의 네 지점을 연결하는 도로가 있다.



이 지역의 네 지점을 좌표평면 위에 네 점 $O(0, 0)$, $A(4, 5)$, $B(-3, 3)$, $C(4, 1)$ 로 나타낼 때, 두 선분 OA , BC 의 교점을 $P(x, y)$ 라 하면 등식 $\begin{pmatrix} 5 & a \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}$ 가 성립한다. 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 충전된 전하량이 Q_0 인 축전기에 전구를 연결한 지 t 초 후에 남아 있는 전하량을 Q_t 라 하면

$$\log Q_t - \log Q_0 = kt \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

가 성립한다. 충전된 전하량이 Q_0 인 축전기에 전구를 연결한 지 a 초 후에 남아 있는 전하량은 $\frac{1}{4}Q_0$ 이고, 충전된 전하량이 Q_0 인 축전기에 전구를 연결한 지 b 초 후에 남아 있는 전하량은 $\frac{1}{10}Q_0$ 이다. 충전된 전하량이 Q_0 인 축전기에 전구를 연결한 지 $2a+b$ 초 후에 남아 있는 전하량은 $\frac{Q_0}{p}$ 이다. 상수 p 의 값을 구하시오. (단, 전하량의 단위는 쿨롱(C)이다.) [4점]

27. 첫째항이 1이고 공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

$$T_n = -a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + (-1)^n a_n$$

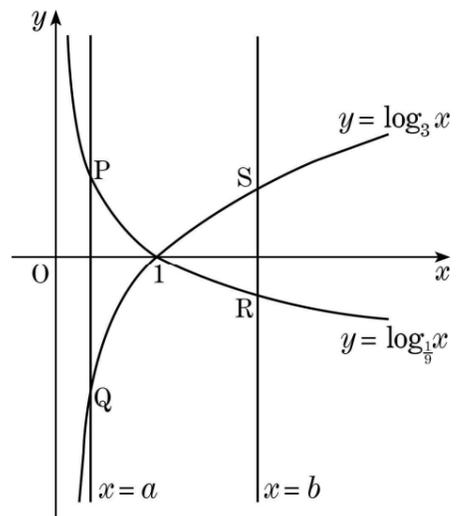
이러 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n} T_{2n}}{S_{2n}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 좌표평면에서 직선 $x=a$ ($0 < a < 1$)가 두 곡선 $y = \log_{\frac{1}{9}} x$, $y = \log_3 x$ 와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 직선 $x=b$ ($b > 1$)가 두 곡선 $y = \log_{\frac{1}{9}} x$, $y = \log_3 x$ 와 만나는 점을 각각 R, S라 하자. 네 점 P, Q, R, S는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{PQ} : \overline{SR} = 2 : 1$

(나) 선분 PR의 중점의 x 좌표는 $\frac{9}{8}$ 이다.

두 상수 a, b 에 대하여 $40(b-a)$ 의 값을 구하시오. [4점]



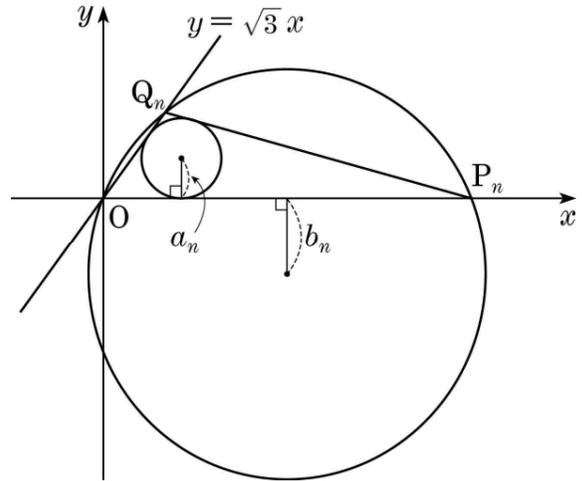
29. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k \log a_k = n^2 - n \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. $\log a_m$ 의 가수가 0.9일 때, m 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 좌표평면 위에 직선 $y = \sqrt{3}x$ 가 있다. 자연수 n 에 대하여 x 축 위의 점 중에서 x 좌표가 n 인 점을 P_n , 직선 $y = \sqrt{3}x$ 위의 점 중에서 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 인 점을 Q_n 이라 하자. 삼각형 OP_nQ_n 의 내접원의 중심에서 x 축까지의 거리를 a_n , 삼각형 OP_nQ_n 의 외접원의 중심에서 x 축까지의 거리를 b_n 이라 할 때 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = L$ 이다. $100L$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

출수형

5지선다형

1. $8^{\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 10 ③ 8 ④ 6 ⑤ 4

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

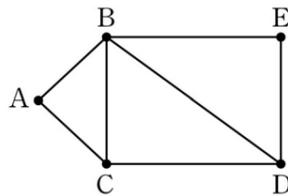
- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 3^{n+1} + 5}{3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

4. 그래프와 그 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬이 다음과 같을 때, $a+b+c+d+e$ 의 값은?

[3점]



	A	B	C	D	E
A	0	1	1	0	a
B	1	0	1	b	1
C	1	1	c	1	0
D	0	d	1	0	1
E	e	1	0	1	0

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = 2x^2 + ax$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 6$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{27}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{7}{27}$ ④ $\frac{8}{27}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

6. 첫째항이 6이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$\frac{a_8 - a_6}{S_8 - S_6} = 2$$

가 성립한다. d 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

8. 곡선 $y = x^2 - 4x + 3$ 과 직선 $y = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 10 ② $\frac{31}{3}$ ③ $\frac{32}{3}$ ④ 11 ⑤ $\frac{34}{3}$

9. 확률변수 X 가 이항분포 $B(9, p)$ 를 따르고 $\{E(X)\}^2 = V(X)$ 일 때, p 의 값은? (단, $0 < p < 1$) [3점]

- ① $\frac{1}{13}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{11}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

10. 단면의 반지름의 길이가 $R(R < 1)$ 인 원기둥 모양의 어느 급수관에 물이 가득 차 흐르고 있다. 이 급수관의 단면의 중심에서의 물의 속력을 v_c , 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $x(0 < x \leq R)$ 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력을 v 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

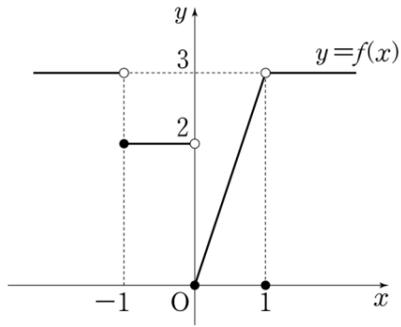
$$\frac{v_c}{v} = 1 - k \log \frac{x}{R}$$

(단, k 는 양의 상수이고, 길이의 단위는 m, 속력의 단위는 m/초이다.)

$R < 1$ 인 이 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $R^{\frac{27}{23}}$ 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{2}$ 일 때, 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 R^a 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{3}$ 이다. a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{39}{23}$ ② $\frac{37}{23}$ ③ $\frac{35}{23}$ ④ $\frac{33}{23}$ ⑤ $\frac{31}{23}$

11. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

12. 어느 약품 회사가 생산하는 약품 1병의 용량은 평균이 m , 표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사가 생산한 약품 중에서 임의로 추출한 25명의 용량의 표본평균이 2000 이상일 확률이 0.9772일 때, m 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 용량의 단위는 mL이다.) [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ① 2003
- ② 2004
- ③ 2005
- ④ 2006
- ⑤ 2007

[13~14] 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 이 다음과 같다.

$$f(n) = \begin{cases} \log_3 n & (n \text{이 홀수}) \\ \log_2 n & (n \text{이 짝수}) \end{cases}$$

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_n = f(6^n) - f(3^n)$ 일 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① $120(\log_2 3 - 1)$ ② $105 \log_3 2$ ③ $105 \log_2 3$
 ④ $120 \log_2 3$ ⑤ $120(\log_3 2 + 1)$

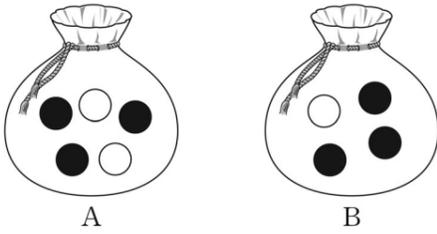
14. 20 이하의 두 자연수 m, n 에 대하여

$f(mn) = f(m) + f(n)$ 을 만족시키는 순서쌍 (m, n) 의 개수는?
 [4점]

- ① 220 ② 230 ③ 240 ④ 250 ⑤ 260

15. 주머니 A에는 흰 공 2개와 검은 공 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 1개와 검은 공 3개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 흰 공이면 흰 공 2개를 주머니 B에 넣고 검은 공이면 검은 공 2개를 주머니 B에 넣은 후, 주머니 B에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때 꺼낸 공이 흰 공일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{7}{30}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{3}{10}$



16. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고

$$(a_{n+1})^n = 10(a_n)^{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변에 상용로그를 취하면

$$n \log a_{n+1} = (n+1) \log a_n + 1$$

이다. 양변을 $n(n+1)$ 로 나누면

$$\frac{\log a_{n+1}}{n+1} = \frac{\log a_n}{n} + \frac{1}{n(n+1)} \quad \text{(가)}$$

이다. $b_n = \frac{\log a_n}{n}$ 이라 하면 $b_1 = 1$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + \frac{1}{n(n+1)} \quad \text{(가)}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \frac{1}{n} \quad \text{(나)}$$

이므로

$$\log a_n = n \times \frac{1}{n} \quad \text{(나)}$$

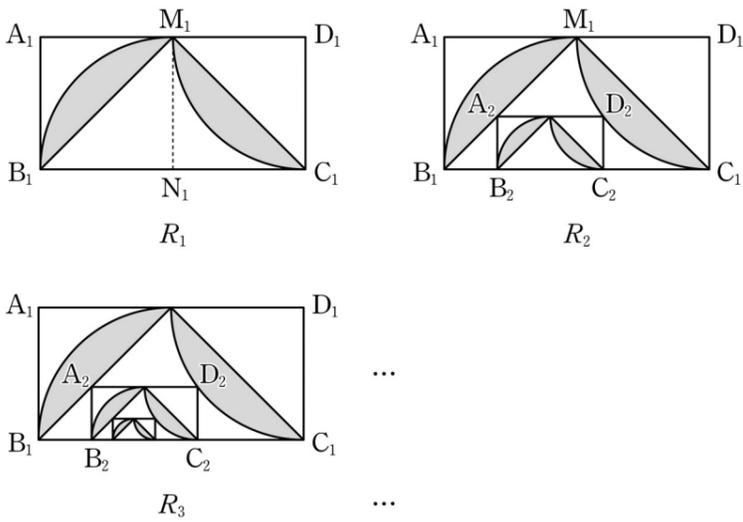
이다. 그러므로 $a_n = 10^{n \times \frac{1}{n}}$ 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$ 과 $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{g(10)}{f(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

17. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$ 이다. 그림과 같이 선분 A_1D_1 과 선분 B_1C_1 의 중점을 각각 M_1 , N_1 이라 하자. 중심이 N_1 , 반지름의 길이가 $\overline{B_1N_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $N_1M_1B_1$ 을 그리고, 중심이 D_1 , 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $D_1M_1C_1$ 을 그린다. 부채꼴 $N_1M_1B_1$ 의 호 M_1B_1 과 선분 M_1B_1 로 둘러싸인 부분과 부채꼴 $D_1M_1C_1$ 의 호 M_1C_1 과 선분 M_1C_1 로 둘러싸인 부분인  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 선분 M_1B_1 위의 점 A_2 , 호 M_1C_1 위의 점 D_2 와 변 B_1C_1 위의 두 점 B_2 , C_2 를 꼭짓점으로 하고 $A_2B_2 : A_2D_2 = 1 : 2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{25}{19} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$ ② $\frac{5}{4} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$ ③ $\frac{25}{21} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$
- ④ $\frac{25}{22} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$ ⑤ $\frac{25}{23} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$

18. 흰색 탁구공 8개와 주황색 탁구공 7개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 흰색 탁구공과 주황색 탁구공을 각각 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수는? [4점]

- ① 295 ② 300 ③ 305 ④ 310 ⑤ 315

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB + A^2B = E, \quad (A - E)^2 + B^2 = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. B 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $(A^3 - A)^2 + E = O$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 양의 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각

$f(x), g(x)$ 라 하자. 자연수 n 에 대하여

$f(x) - (n+1)g(x) = n$ 을 만족시키는 모든 x 의 값의 곱을

a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log a_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

21. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 점 P까지의 거리를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(1) = 2$
 (나) 함수 $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{2x+9}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 실수 a 에 대하여 $\int_{-a}^a (3x^2 + 2x) dx = \frac{1}{4}$ 일 때, $50a$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) a_1 = a_2 + 3$$

$$(나) a_{n+1} = -2a_n \quad (n \geq 1)$$

a_9 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + ax - 4$ 가 $x=1$ 에서 극댓값 M 을 가질 때, $a+M$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

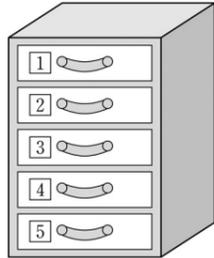
26. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 5 & a \\ a & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+5y \\ 6x+y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

27. 1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 서랍이 있다. 5개의 서랍 중 영희에게 임의로 2개를 배정해 주려고 한다. 영희에게 배정되는 서랍에 적혀 있는 자연수 중 작은 수를 확률변수 X 라 할 때, $E(10X)$ 의 값을 구하시오.

[4점]



28. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}x+7 & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$ 가 $x=a$ 에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 함수 $f(x) = 3x^2 - ax$ 가

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{3k}{n}\right) = f(1)$$

을 만족시킬 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 $a > 1$ 인 자연수 a 에 대하여 두 곡선

$y = 4^x$, $y = a^{-x+4}$ 과 직선 $y = 1$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a 의 개수를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $\frac{1}{2} \log_2 8 - \log_2 \sqrt{2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A - 2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 3}{3n^2 - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

4. $\int_0^1 (3x^2 - 4x + 5) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 5개의 꼭짓점으로 이루어진 그래프 G 의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬 M 이 다음과 같을 때, 그래프 G 의 변의 개수는? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & a & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & b & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^7$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① 7 ② 14 ③ 21 ④ 28 ⑤ 35

7. 서로 배반인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A^C \cap B^C) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

8. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-1}{x-2} = 2$$

일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

9. 부등식

$$1 < \log_4 \frac{x^2-1}{2} < 3$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

10. 같은 종류의 선물 4개를 4명의 학생에게 남김없이 나누어 줄 때, 2명의 학생만 선물을 받는 경우의 수는? (단, 선물끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

11. 함수 $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + k$ 의 극댓값이 20일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

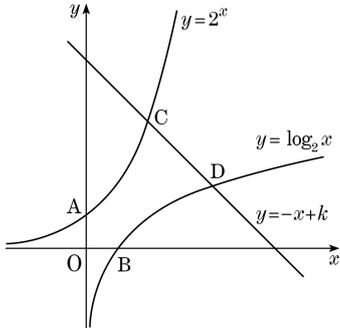
12. 어떤 무선 수신기에서 수신 가능한 신호의 최소 크기 P 와 수신기의 잡음 지수 F (dB) 그리고 수신기의 주파수 대역 B (Hz) 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$P = a + F + 10 \log B \quad (\text{단, } a \text{는 상수이다.})$$

잡음 지수가 5 이고 주파수 대역이 B_1 일 때의 수신 가능한 신호의 최소 크기와 잡음 지수가 15 이고 주파수 대역이 B_2 일 때의 수신 가능한 신호의 최소 크기가 같을 때, $\frac{B_2}{B_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ 10 ⑤ 20

[13~14] 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 이 y 축과 만나는 점을 A, 곡선 $y=\log_2 x$ 가 x 축과 만나는 점을 B 라 하자. 또, 직선 $y=-x+k$ 가 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 각각 C, D 라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 사각형 ABDC 가 정사각형일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $1 + \sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 3 ⑤ $2 + \sqrt{2}$

14. 한 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수를 점 C의 x 좌표라고 할 때, 선분 CD의 길이의 기댓값은? [4점]

- ① $\frac{33\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{35\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{37\sqrt{2}}{2}$
- ④ $\frac{39\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{41\sqrt{2}}{2}$

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고

$$a_{n+1} = \frac{na_n + 6}{n+2} \quad (n \geq 1)$$

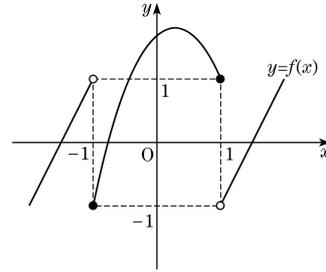
을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여
 $(n+2)a_{n+1} = na_n + 6$
 이다. $b_n = n(n+1)a_n$ 이라 하면
 $b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}}$
 이고, $b_1 = 2$ 이므로
 $b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$
 이다. 따라서
 $a_n = \frac{\boxed{\text{(나)}}}{n(n+1)} \quad (n \geq 1)$
 이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(4) + g(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 356 ② 357 ③ 358 ④ 359 ⑤ 360

16. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

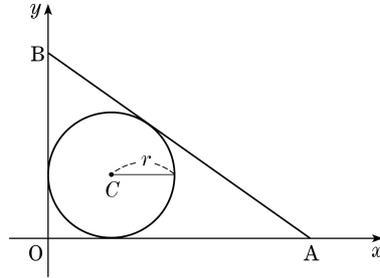
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 0$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(-x)$ 는 존재한다.
 ㄷ. 함수 $f(x)f(-x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 어느 밭에서 수확한 딸기의 무게는 정규분포를 따른다고 한다. 이 딸기 중에서 임의추출한 n 개의 무게를 조사하였더니 평균이 20g, 표준편차가 5g이었다. 이 결과를 이용하여 이 밭에서 수확한 딸기 무게의 평균을 신뢰도 95%로 추정할 신뢰구간이 $[19.02, a]$ 이다. $n+a$ 의 값은? (단, 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 이다.) [4점]

- ① 84.98 ② 85.96 ③ 101.02
- ④ 120.98 ⑤ 121.96

18. 그림과 같이 두 점 $A(a, 0)$, $B(0, 3)$ 에 대하여 삼각형 OAB 에 내접하는 원 C 가 있다. 원 C 의 반지름의 길이를 r 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{r}{a}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]



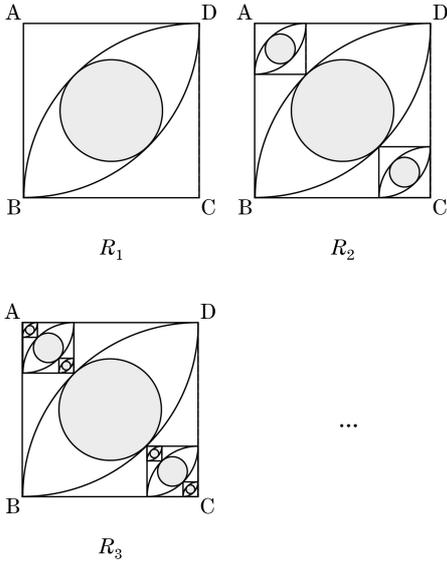
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD 안에 꼭짓점 A, C를 중심으로 하고 선분 AB, CD를 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 두 사분원의 호로 둘러싸인 부분에 내접하는 가장 큰 원을 그리고, 그 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 두 꼭짓점 A, C로부터 두 사분원의 호와 원이 접하는 두 점 중 가까운 점까지의 선분을 대각선으로 하는 정사각형을 각각 그린다. 이 2개의 정사각형 안에 그림 R_1 에서 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 2개의 원의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 있는 작은 두 정사각형에서 두 꼭짓점으로부터 사분원과 원의 접점 중 가까운 점까지의 선분을 대각선으로 하는 정사각형을 각각 그린다. 이 4개의 정사각형 안에 그림 R_1 에서 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 4개의 원의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]

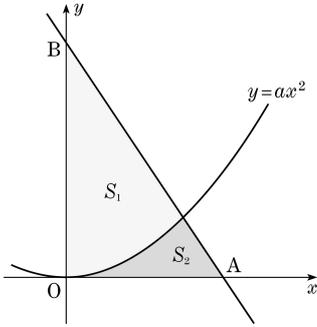


- ① $(3-2\sqrt{2})\pi$
- ② $(2-\sqrt{3})\pi$
- ③ $(\sqrt{2}-1)\pi$
- ④ $(4-2\sqrt{3})\pi$
- ⑤ $(2-\sqrt{2})\pi$

20. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax$ 가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 A $(-1, -1-a)$ 에서의 접선이 이 곡선과 만나는 다른 한 점을 B라 하자. 또, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 B에서의 접선이 이 곡선과 만나는 다른 한 점을 C라 하자. 두 점 B, C의 x 좌표를 각각 b, c 라 할 때, $f(b) + f(c) = -80$ 을 만족시킨다. 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

21. 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 A(2, 0), B(0, 3)을 지나는 직선과 곡선 $y=ax^2$ ($a > 0$) 및 y 축으로 둘러싸인 부분 중에서 제1사분면에 있는 부분의 넓이를 S_1 이라 하자. 또, 직선 AB와 곡선 $y=ax^2$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 : S_2 = 13 : 3$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 2$, $a_4 + a_{10} = 28$ 일 때, a_{13} 의 값을 구하시오. [3점]

23. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} t & 2 \\ 6 & t-4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 양수 t 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-a_n}{2} = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4na_n+5}{n-3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 a 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) f(a) = f(2) = f(6)$$

$$(나) f'(2) = -4$$

25. 주머니 속에 ‘대’, ‘한’, ‘민’, ‘국’의 글자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드가 있다. 이 중에서 임의로 2장의 카드를 꺼낼 때, 카드에 적힌 글자가 ‘한’과 ‘국’일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

27. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. $\frac{1}{100} \leq x \leq 100$ 일 때, 방정식 $f(x) = \log 3$ 의 서로 다른 실근의 개수를 구하시오. [4점]

28. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t ($0 \leq t \leq 8$)에서의 속도가 각각 $2t^2 - 8t$, $t^3 - 10t^2 + 24t$ 이다. 두 점 P, Q 사이의 거리의 최댓값을 구하시오. [4점]

29. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq x < 4$ 일 때, $f(x) = \begin{cases} 3^x & (0 \leq x < 2) \\ 3^{-(x-4)} & (2 \leq x < 4) \end{cases}$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이다.

닫힌 구간 $[0, 40]$ 에서 방정식 $f(x) - 5 = 0$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. [4점]

30. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_1 = b_1 = 6$
 (나) 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 p 인 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 은 공비가 p 인 등비수열이다.

수열 $\{b_n\}$ 의 모든 항이 수열 $\{a_n\}$ 의 항이 되도록 하는 1보다 큰 모든 자연수 p 의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $4^{\frac{3}{2}} \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

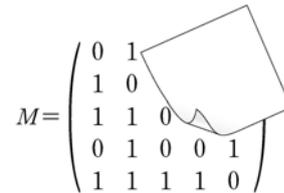
2. 두 행렬 A, B 에 대하여 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 이고 $A+B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬 B 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{(x+1)(x-2)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

4. 그래프 G 를 나타내는 행렬 M 의 일부분이 그림과 같이 가려져 있다. 그래프 G 의 꼭짓점의 개수를 a , 행렬 M 의 성분 중 0의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은? [3점]



- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

5. $\int_0^1 (4x^3 + a) dx = 8$ 일 때 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르고 $E(2X+5) = 13$ 일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 1) \\ -x+a & (x > 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

8. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1=2$ 이고,

$$\log_2 a_{n+1} = 1 + \log_2 a_n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_8 = 2^k$ 일 때 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

9. 어느 학교의 독후감 쓰기 대회에 1, 2학년 학생 50명이 참가하였다. 이 대회에 참가한 학생은 다음 두 주제 중 하나를 반드시 골라야 하고, 각 학생이 고른 주제별 인원수는 표와 같다.

주제 A : 수학의 역사 주제 B : 수학과 예술

(단위: 명)

구분	1학년	2학년	합계
주제 A	8	12	20
주제 B	16	14	30
합계	24	26	50

이 대회에 참가한 학생 50명 중에서 임의로 선택한 1명이 1학년 학생일 때, 이 학생이 주제 B를 고른 학생일 확률을 p_1 이라 하고, 이 대회에 참가한 학생 50명 중에서 임의로 선택한 1명이 주제 B를 고른 학생일 때, 이 학생이 1학년 학생일 확률을 p_2 라 하자. $\frac{p_2}{p_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

10. $3 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 10$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [3점]

- ① 240 ② 270 ③ 300 ④ 330 ⑤ 360

11. 어느 전화 상담원 A가 지난해 받은 상담 전화의 상담 시간은 평균이 20분, 표준편차가 5분인 정규분포를 따른다고 한다. 전화 상담원 A가 지난해 받은 상담 전화를 대상으로 크기가 16인 표본을 임의추출할 때, 상담 시간의 표본평균이 19분 이상이고 22분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.8	0.2881
1.2	0.3849
1.6	0.4452
2.0	0.4772

- ① 0.6730 ② 0.7333 ③ 0.7653
 ④ 0.8301 ⑤ 0.9224

12. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=3$ 이고

$$na_{n+1} - 2na_n + \frac{n+2}{n+1} = 0 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 이

$$a_n = 2^n + \frac{1}{n} \quad \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때, (좌변) $= a_1 = 3$, (우변) $= 2^1 + \frac{1}{1} = 3$ 이므로

(*)이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$a_k = 2^k + \frac{1}{k} \text{ 이므로}$$

$$ka_{k+1} = 2ka_k - \frac{k+2}{k+1}$$

$$= \boxed{\text{(가)}} - \frac{k+2}{k+1}$$

$$= k2^{k+1} + \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 따라서 $a_{k+1} = 2^{k+1} + \frac{1}{k+1}$ 이므로

$n=k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

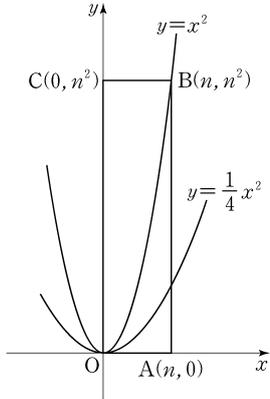
(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = 2^n + \frac{1}{n} \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 할 때, $f(3) \times g(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

[13~14] 그림은 두 곡선 $y = x^2$, $y = \frac{1}{4}x^2$ 과 꼭짓점의 좌표가 $O(0, 0)$, $A(n, 0)$, $B(n, n^2)$, $C(0, n^2)$ 인 직사각형 $OABC$ 를 나타낸 것이다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.
(단, n 은 자연수이다.)



13. $n = 4$ 일 때, 두 곡선 $y = x^2$, $y = \frac{1}{4}x^2$ 과 직선 AB 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

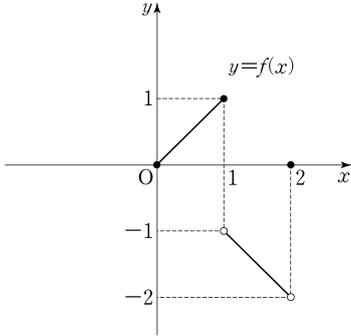
- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

14. 자연수 n 에 대하여, x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점 중에서 직사각형 $OABC$ 또는 그 내부에 있고 부등식 $y \geq x^2$ 을 만족시키는 모든 점의 개수를 a_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

15. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 구간 $[0, 2]$ 에서 그림과 같고, 정의역에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다. $\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2-0} f(x)$ 의 값은? [4점]

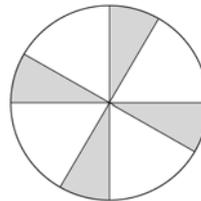


- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

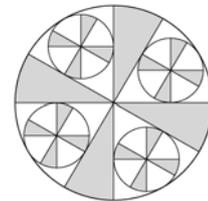
16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 중심각의 크기가 60° 이고 반지름의 길이가 1인 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4개 그린 후 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 1]이라 하자.

[그림 1]에서 색칠되지 않은 각 부채꼴에 두 반지름과 호에 모두 접하도록 원을 그린다. 새로 그린 각 원에 중심각의 크기가 60° 이고 반지름의 길이가 새로 그린 원의 반지름의 길이와 같은 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4개씩 그린 후 새로 그린 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 2]라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림에서 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



[그림 1]



[그림 2]

- ① $\frac{7}{15}\pi$ ② $\frac{8}{15}\pi$ ③ $\frac{3}{5}\pi$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{11}{15}\pi$

17. 질량 $a(g)$ 의 황성탄 A를 염료 B의 농도가 $c(\%)$ 인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 황성탄 A에 흡착되는 염료 B의 질량 $b(g)$ 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$\log \frac{b}{a} = -1 + k \log c \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

10g의 황성탄 A를 염료 B의 농도가 8%인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 황성탄 A에 흡착되는 염료 B의 질량은 4g이다. 20g의 황성탄 A를 염료 B의 농도가 27%인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 황성탄 A에 흡착되는 염료 B의 질량(g)은? (단, 각 용액의 양은 충분하다.) [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

18. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$2A - A^2B = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^{-1} = 2E - AB$

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $A = \frac{1}{2}(E + BA^2)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 확률변수 X 가 평균이 $\frac{3}{2}$, 표준편차가 2인 정규분포를 따를 때, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $H(t)$ 는

$$H(t) = P(t \leq X \leq t+1)$$

이다. $H(0) + H(2)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.25	0.0987
0.50	0.1915
0.75	0.2734
1.00	0.3413

- ① 0.3494 ② 0.4649 ③ 0.4852
 ④ 0.5468 ⑤ 0.6147

20. 자연수 n 에 대하여 실수 a 가 $10^n < a < 10^{n+1}$ 을 만족시킨다. $\log a$ 의 가수와 $\log \sqrt[n]{a}$ 의 가수의 합이 정수이고 $(n+1)\log a = n^2 + 8$ 일 때, $\frac{\log a}{n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{57}{56}$ ② $\frac{22}{21}$ ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{17}{12}$

21. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = (x+1)(x^2+ax+b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$ 가 구간 $(-\infty, 0)$ 에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여, a^2+b^2 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

단답형

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+28n}-n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 7x^3 - ax + 3$ 에 대하여 $f'(1) = 2$ 를 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차정사각행렬 A, B 는 $AB=E$ 를 만족시키고, x, y 에 대한 연립일차방정식 $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ 은 해 $x=\alpha, y=\beta$ 를 갖는다.
 $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때, $\alpha+\beta$ 의 값을 구하시오.
 (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

26. n 이 3 이상의 자연수일 때, x 에 대한 다항식 $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 a_n 이라 하자.
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 방정식 $(\log_3 x)^2 - 6\log_3 \sqrt{x} + 2 = 0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

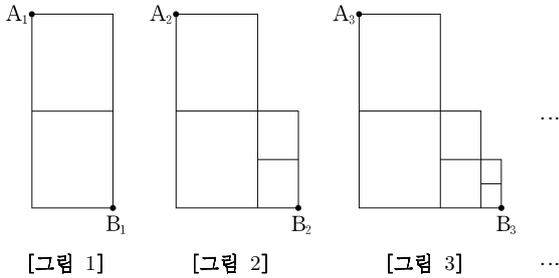
27. 곡선 $y = x^3 + 2x + 7$ 위의 점 $P(-1, 4)$ 에서의 접선이 점 P 가 아닌 점 (a, b) 에서 곡선과 만난다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = x^3 - 2x^2 - 2x \int_0^1 f(t) dt$$

일 때, $f(0) = a$ 라 하자. $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림 1]이라 하자. [그림 1]을 $\frac{1}{2}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 1]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 2]라 하자. 이와 같이 3 이상의 자연수 k 에 대하여 [그림 1]을 $\frac{1}{2^{k-1}}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 k]라 하자. 자연수 n 에 대하여 [그림 n]에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A_n , 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 B_n 이라 할 때, 점 A_n 에서 점 B_n 까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n 이라 하자. a_7 의 값을 구하시오. [4점]



30. 자연수 n 에 대하여 부등식 $4^k - (2^n + 4^n)2^k + 8^n \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 k 의 합을 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오

제 2 교시

수학 영역 (A형)

5지 선다형

1. $\log_2 \frac{4}{3} + \log_2 6$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+5}{n^2+2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{3}{4}$, $P(A \cap B^C) = \frac{2}{3}$ 일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? (단, B^C 는 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

5. $\int_{-1}^1 (3x^2 + 6x + 7)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

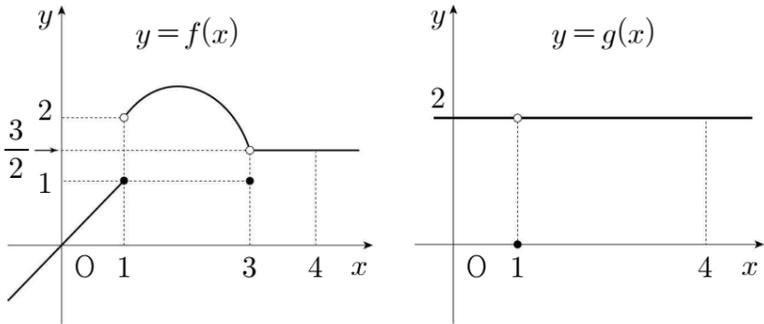
6. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n+1} = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)a_n}{3n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 곡선 $y = x^3 + 6x^2 - 11x + 7$ 위의 점 $(1, 3)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 할 때, 상수 m, n 에 대하여 $m - n$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

8. 그림은 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]



<보 기>

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)g(x) = 2$
- ㄴ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=3$ 에서 연속이다.
- ㄷ. 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 함수 $f(x)g(x)$ 의 불연속인 점은 오직 한 개 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 함수 $f(x) = x^2$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{6}{n} f\left(1 + \frac{k}{n}\right)$ 의 값은?

[3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

10. 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 은 다음 두 조건을 만족시킨다. 이때 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- (가) $a_n \neq 0$
- (나) x 에 대한 다항식 $a_n x^2 + a_n x + 2$ 를 $x - n$ 으로 나누는 나머지가 20이다.

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

11. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치는 $P(t)=t^3-9t^2+34t$ 이다. 점 P의 속도가 처음으로 10이 되는 순간 점 P의 위치는? [3점]

- ① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

12. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = x^2 - 2x + \int_0^1 tf(t)dt$ 를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{17}{6}$ ④ $\frac{19}{6}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

[13~14] 어느 지역의 5개 야구팀 A, B, C, D, E 는 매년 각 팀이 서로 다른 팀들과 각각 9번씩 경기를 하여 승리한 경기 수가 많은 순서로 순위를 결정하는 대회를 한다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오. (단, 모든 경기에서 무승부는 없다고 한다.)

13. 2012년 대회의 최종결과에서는 1위부터 5위 팀까지의 승리한 경기 수가 등차수열을 이루었다. 5위 팀이 승리한 경기 수가 10일 때, 1위 팀이 승리한 경기 수는? [3점]

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

14. 어느 야구전문가는 각 팀의 전력을 분석하여 내년 대회의 최종 결과 중 우선 A, B 두 팀이 승리할 것으로 예상되는 경기 수를 발표하였다. 그 발표를 바탕으로 나머지 세 팀의 결과를 예상하여 최종결과를 다음과 같이 표로 완성할 때, 만들 수 있는 서로 다른 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? (단, x, y, z 는 모두 5이상의 자연수이다.) [4점]

팀 명	A	B	C	D	E
승리할 것으로 예상되는 경기 수	27	33	x	y	z

- ① 124 ② 130 ③ 136 ④ 142 ⑤ 148

15. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{2n-1}{2n} \leq \frac{1}{\sqrt{3n+1}} \dots\dots (\star)$$

이 성립함을 증명하는 과정이다.

<증명>
 (i) $n=1$ 일 때
 $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{\sqrt{4}}$ 이므로 (\star) 이 성립한다.
 (ii) $n=k$ 일 때 (\star) 이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{2k-1}{2k} \times \frac{2k+1}{2k+2}$$

$$\leq \frac{1}{\sqrt{3k+1}} \cdot \frac{2k+1}{2k+2} = \frac{1}{\sqrt{3k+1}} \cdot \frac{1}{1+(\text{가})}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3k+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1+(\text{가}))^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3k+1+2(3k+1) \cdot (\text{가})+(3k+1) \cdot (\text{가})^2}}$$

$$< \frac{1}{\sqrt{3k+1+2(3k+1) \cdot (\text{가})+(\text{나}) \cdot (\text{가})^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3(k+1)+1}}$$
 따라서 $n=k+1$ 일 때도 (\star) 이 성립한다.
 그러므로 (i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (\star) 이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 할 때, $f(4) \times g(13)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 다음과 같이 제 n 행에 첫째항이 $\frac{1}{2^n}$ 이고 공차가 $\frac{1}{2^n}$ 인 등차 수열의 항을 첫째항부터 차례로 (2^n-1) 개 나열한다.

제1행	$\frac{1}{2}$
제2행	$\frac{1}{2^2}, \frac{2}{2^2}, \frac{3}{2^2}$
제3행	$\frac{1}{2^3}, \frac{2}{2^3}, \frac{3}{2^3}, \frac{4}{2^3}, \frac{5}{2^3}, \frac{6}{2^3}, \frac{7}{2^3}$
⋮	⋮
제 n 행	$\frac{1}{2^n}, \frac{2}{2^n}, \frac{3}{2^n}, \frac{4}{2^n}, \dots, \frac{2^n-2}{2^n}, \frac{2^n-1}{2^n}$

위와 같이 나열할 때, 제 n 행에서 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 수의 개수를 a_n 이라

하자. $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 1003 ② 1008 ③ 1013
 ④ 1018 ⑤ 1023

17. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x) = 3x^2 - 4x - 4$

(나) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 $(2, 0)$ 을 지난다.

이때 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{56}{3}$ ② $\frac{58}{3}$ ③ 20 ④ $\frac{62}{3}$ ⑤ $\frac{64}{3}$

18. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

$$A - 2B = E, \quad A^2 = 2A + E$$

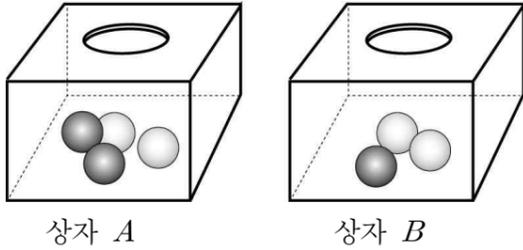
일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $AB = BA$
 ㄴ. $B^{-1} = A - E$
 ㄷ. $B(A - A^{-1})B^{-1} = 2E$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 크기와 모양이 같은 공이 상자 A에는 검은 공 2개와 흰 공 2개, 상자 B에는 검은 공 1개와 흰 공 2개가 들어 있다. 두 상자 A, B 중 임의로 선택한 하나의 상자에서 공을 1개 꺼냈더니 검은 공이 나왔을 때, 그 상자에 남은 공이 모두 흰 공일 확률은? [4점]



- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

20. 컴퓨터 통신이론에서 디지털 신호를 아날로그 신호로 바꾸는 통신장치의 성능을 평가할 때, 전송대역폭은 중요한 역할을 한다. 서로 다른 신호요소의 개수를 L , 필터링과 관련된 변수를 r , 데이터 전송률을 R (bps), 신호의 전송대역폭을 B (Hz)라고 할 때, 다음의 식이 성립한다고 한다.

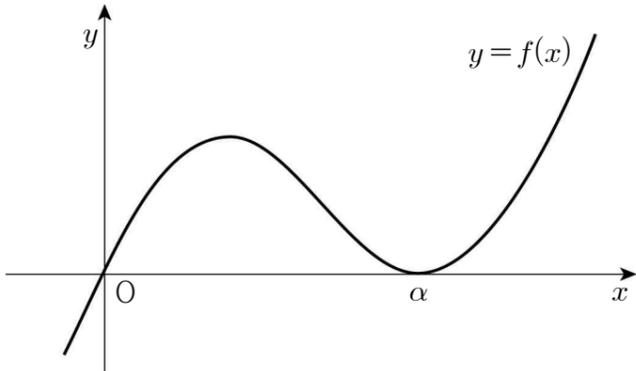
$$B = \left(\frac{1+r}{\log_2 L} \right) \times R$$

데이터 전송률이 같은 두 통신장치 P, Q의 서로 다른 신호요소의 개수, 필터링과 관련된 변수, 신호의 전송대역폭이 다음과 같을 때, k 의 값은? [4점]

	서로 다른 신호요소의 개수	필터링과 관련된 변수	신호의 전송대역폭
P	l^3	0.32	b
Q	l	k	$4b$

- ① 0.74 ② 0.75 ③ 0.76 ④ 0.77 ⑤ 0.78

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$, $f(\alpha)=0$, $f'(\alpha)=0$ 이고 함수 $g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $g\left(\frac{\alpha}{3}\right)$ 의 값은? (단, α 는 양수이다.) [4점]



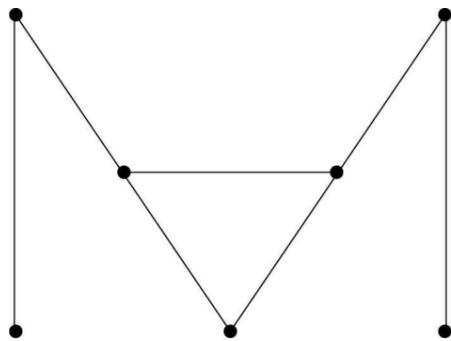
- (가) $g'(x)=f(x)+xf'(x)$
 (나) $g(x)$ 의 극댓값이 81이고 극솟값이 0이다.

- ① 56 ② 58 ③ 60 ④ 62 ⑤ 64

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x^2 - 24}{x^2 - 2x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]



24. 함수 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax + 2 & (x \geq 2) \\ 2x + b & (x < 2) \end{cases}$ 가 $x = 2$ 에서 미분가능할 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오. [3점]

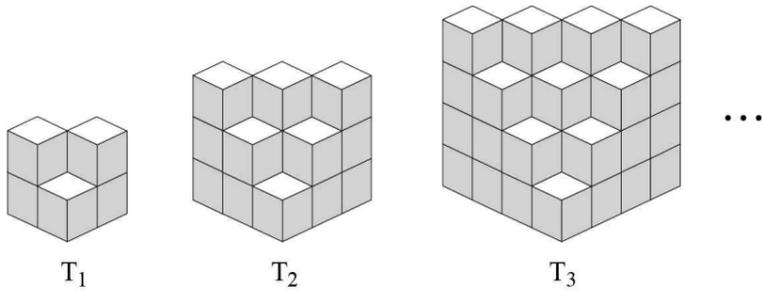
26. 0이 아닌 세 실수 α, β, γ 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

$x^\alpha = y^{-\frac{1}{\beta}} = z^{\frac{2}{\gamma}}$ 일 때, $16xz^2 + 9y^2$ 의 최솟값을 구하시오.
(단, x, y, z 는 1이 아닌 양수이다.) [4점]

25. $(x-2)^6$ 의 전개식에서 x^4 의 계수를 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육면체 모양의 블록 5개를 사용하여 입체도형 T_1 을 만들고, T_1 의 겉넓이를 a_1 이라 하자. 입체도형 T_1 에 9개의 블록을 더 쌓아서 입체도형 T_2 를 만들고, T_2 의 겉넓이를 a_2 라 하자. 입체도형 T_2 에 16개의 블록을 더 쌓아서 입체도형 T_3 을 만들고, T_3 의 겉넓이를 a_3 이라 하자.

이와 같은 방법으로 n 번째 얻은 입체도형 T_n 에 $(n+2)^2$ 개의 블록을 더 쌓아서 도형 T_{n+1} 을 만들고, T_{n+1} 의 겉넓이를 a_{n+1} 이라 하자. 예를 들어 $a_1 = 22$, $a_2 = 48$ 이다. 이때 a_{10} 의 값을 구하시오. [4점]



28. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-2} & (x \neq 2) \\ 1 & (x = 2) \end{cases}$ 와 이차함수 $g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(0) = 8$
- (나) 함수 $f(x)g(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.

이때 $g(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 상용로그 $\log 2x, \log 4x, \log 6x, \log 8x, \log 10x$ 의 지표의 합이 12가 되도록 하는 모든 자연수 x 의 개수를 구하시오. [4점]

30. 한 변의 길이가 1인 정사각형을 R_1 이라 하자. 그림과 같이 R_1 의 한 꼭짓점과 정사각형 R_1 의 변 위의 두 점을 세 꼭짓점으로 하는 정삼각형 하나를 그리고 이 정삼각형에 내접하는 원을 그린 후, 이 원에 내접하는 하나의 정사각형을 R_2 라 하자.

정사각형 R_2 의 한 꼭짓점과 정사각형 R_2 의 변 위의 두 점을 세 꼭짓점으로 하는 정삼각형 하나를 그리고 이 정삼각형에 내접하는 원을 그린 후, 이 원에 내접하는 하나의 정사각형을 R_3 이라 하자.

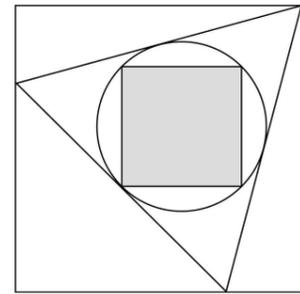
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 정사각형을 R_n 이라 하자.

정사각형 R_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{a+b\sqrt{3}}{11}$ 이다.

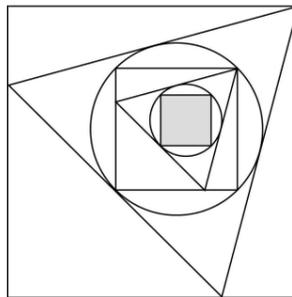
이때 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 자연수이다.) [4점]



R_1



R_2



R_3

...

※ 확인 사항
 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{2}} \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

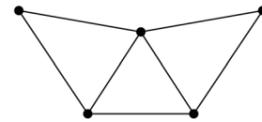
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A - B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \times 7^{n+1} + 3}{7^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬에서 행의 모든 성분의 합이 3인 행의 개수는? [3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. $\log_5(6 - \sqrt{11}) + \log_5(6 + \sqrt{11})$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 a_9 = 4$ 일 때, $a_2 a_8 + a_4 a_6$ 의 값은?
[3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

6. 함수 $f(x) = x^3 - x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{2h}$ 의 값은?
[3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

8. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} t & -2 \\ 3 & t-7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 t 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

9. 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-3}{x-2} = 5$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\{f(x)\}^2-9}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{1}{24}$ ④ $\frac{1}{27}$ ⑤ $\frac{1}{30}$

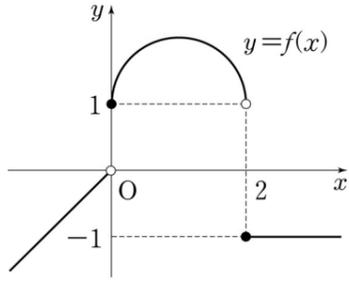
10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x \leq 1) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{n+1} + 3x^n}{x^n + 1} & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

11. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 1$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = -1$

ㄷ. 함수 $|f(x)|$ 는 $x=2$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

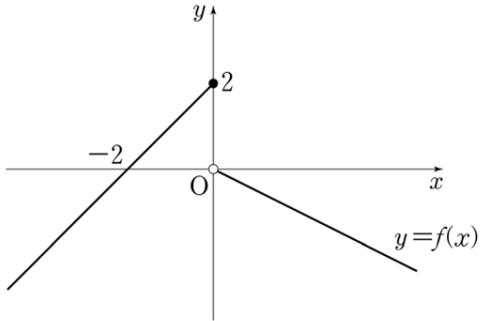
$S_n = n^2 - 10n$ 일 때, $a_n < 0$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

[13~14] 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}x & (x > 0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $g(x) = f(x)\{f(x)+k\}$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

14. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고

$$a_{n+1} = f(f(a_n)) \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

6

수학 영역(A형)

15. 지면으로부터 H_1 인 높이에서 풍속이 V_1 이고 지면으로부터 H_2 인 높이에서 풍속이 V_2 일 때, 대기 안정도 계수 k 는 다음 식을 만족시킨다.

$$V_2 = V_1 \times \left(\frac{H_2}{H_1} \right)^{\frac{2}{2-k}}$$

(단, $H_1 < H_2$ 이고, 높이의 단위는 m, 풍속의 단위는 m/초이다.)

A지역에서 지면으로부터 12m와 36m인 높이에서 풍속이 각각 2(m/초)와 8(m/초)이고, B지역에서 지면으로부터 10m와 90m인 높이에서 풍속이 각각 a (m/초)와 b (m/초)일 때, 두 지역의 대기 안정도 계수 k 가 서로 같았다. $\frac{b}{a}$ 의 값은?

(단, a, b 는 양수이다.) [4점]

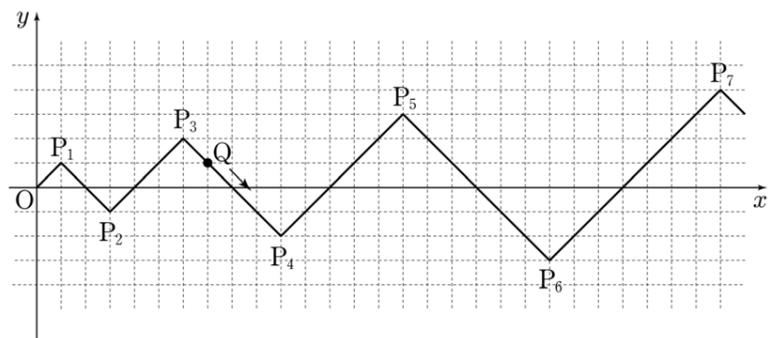
- ① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

16. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 $P_n(x_n, y_n)$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) $x_1 = y_1 = 1$

(나) $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + (n+1) \\ y_{n+1} = y_n + (-1)^n \times (n+1) \end{cases} \quad (n \geq 1)$

점 Q는 원점 O를 출발하여 $\overline{OP_1}$ 을 따라 점 P_1 에 도착한다. 자연수 n 에 대하여 점 P_n 에 도착한 점 Q는 점 P_{n+1} 을 향하여 $\overline{P_n P_{n+1}}$ 을 따라 이동한다. 점 Q는 한 번에 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한다. 예를 들어, 원점에서 출발하여 7번 이동한 점 Q의 좌표는 (7, 1)이다. 원점에서 출발하여 55번 이동한 점 Q의 y 좌표는? [4점]



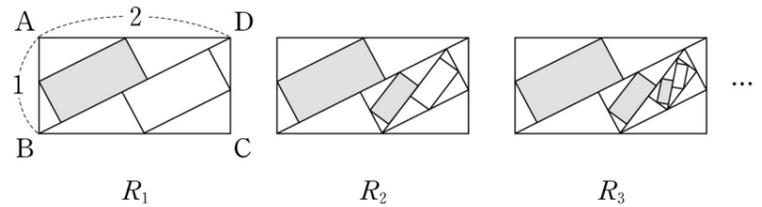
- ① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

17. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선이 서로 평행하다. 점 A의 x 좌표가 3일 때, 점 B에서의 접선의 y 절편의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

18. 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$ 이다.

그림과 같이 직사각형 ABCD의 한 대각선에 의하여 만들어지는 두 직각삼각형의 내부에 두 변의 길이의 비가 1:2인 두 직사각형을 긴 변이 대각선 위에 놓이면서 두 직각삼각형에 각각 내접하도록 그리고, 새로 그려진 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 새로 그려진 두 직사각형 중 색칠되어 있지 않은 직사각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{37}{61}$ ② $\frac{38}{61}$ ③ $\frac{39}{61}$ ④ $\frac{40}{61}$ ⑤ $\frac{41}{61}$

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=2$ 이고,

$$n^2 a_{n+1} = (n^2 - 1)a_n + n(n+1)2^n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$a_{n+1} = \frac{(n+1)(n-1)}{n^2} a_n + \frac{n+1}{n} 2^n$$

이다. $b_n = \frac{n-1}{n} a_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이고, $b_1 = 0$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

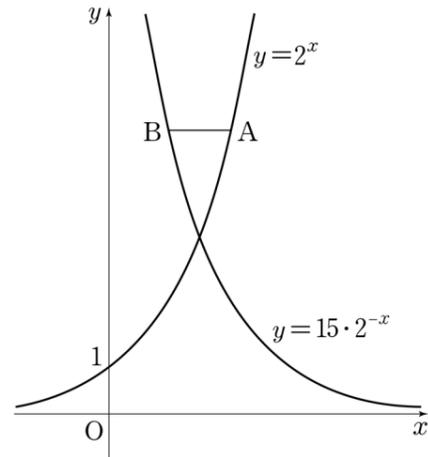
$$a_n = \begin{cases} 2 & (n=1) \\ \frac{n}{n-1} \times \boxed{\text{(나)}} & (n \geq 2) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(5)+g(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 1014 ② 1024 ③ 1034 ④ 1044 ⑤ 1054

20. 그림과 같이 함수 $y=2^x$ 의 그래프 위의 한 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=15 \cdot 2^{-x}$ 의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 A의 x 좌표를 a 라 할 때, $1 < \overline{AB} < 100$ 을 만족시키는 2 이상의 자연수 a 의 개수는? [4점]



- ① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

21. 함수

$$f(x) = \begin{cases} a(3x - x^3) & (x < 0) \\ x^3 - ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 극댓값이 5일 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 8$, $a_6 - a_4 = 12$ 일 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 5x^2 + 3x - 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$3n^2 + 2n < a_n < 3n^2 + 3n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5a_n}{n^2 + 2n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2} = b$ 일 때, $10a+4b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선의 기울기가 2이다.

$g(x)=x^3f(x)$ 일 때, $g'(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 방정식 $x^{\log_2 x} = 8x^2$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 7$ 이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_{n+2} = a_n - 4$ ($n = 1, 2, 3, 4$)
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+6} = a_n$ 이다.

$\sum_{k=1}^{50} a_k = 258$ 일 때, a_2 의 값을 구하시오. [4점]

29. 이차정사각행렬 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) A^3 = E$$

(나) $A - E$ 의 역행렬이 존재한다.

행렬 $(A - E)^{60}$ 의 모든 성분의 합이 $2^a \times 3^b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 자연수이고, E 는 단위행렬이다.) [4점]

30. 자연수 k 에 대하여 $\log k$ 의 지표와 가수를 각각 x 좌표와 y 좌표로 갖는 점을 P_k 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 자연수 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오. [4점]

$$(가) 1 \leq m < n < 100$$

$$(나) \overline{P_m P_n} = \sqrt{1 + (\log 2)^2}$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수학 영역(A형)

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호									3				
------	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

1

1. $2 \times 4^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $\frac{1}{2}A$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 3^n - 2}{3^{n+1} + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

4. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & (x \neq 2) \\ a & (x = 2) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에서 연속일 때,

상수 a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3$, $a_5 = a_3 + 4$ 일 때,
 $a_n > 100$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은? [3점]

- ① 46 ② 47 ③ 48
 ④ 49 ⑤ 50

6. 수열 $\left\{\left(\frac{2x-1}{5}\right)^n\right\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

7. 지수부등식 $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+1} > \left(\frac{1}{9}\right)^{x+2}$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때,
 $\beta - \alpha$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

8. $a = \log_3 \sqrt{7 + \sqrt{48}}$ 일 때, $\frac{3^a - 3^{-a}}{3^a + 3^{-a}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{6}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 로그부등식 $2\log_2(x-4) \leq \log_2(x-1)+2$ 를 만족시키는 모든 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

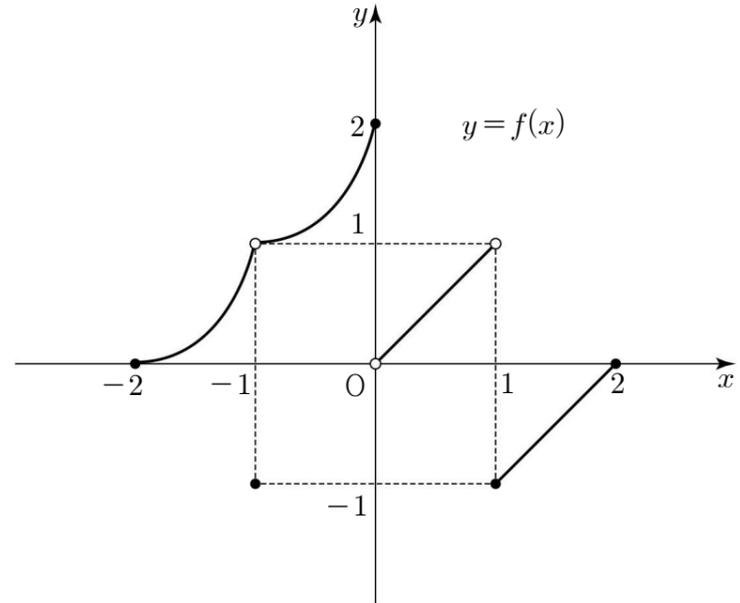
10. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점]

(가) $\frac{2n^3+3}{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2} < a_n < 2b_n \quad (n=1,2,3,\dots)$
 (나) $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n-3) = 2$

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

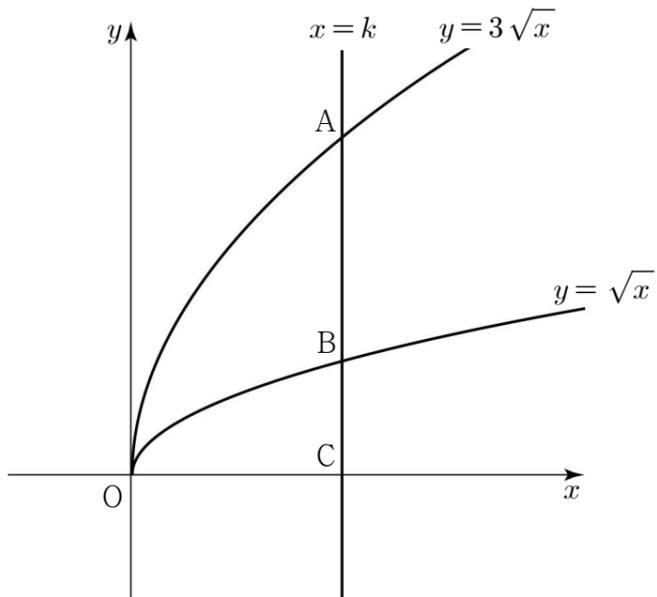
11. 정의역이 $\{x|-2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



이때, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x-1)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

[12~13] 그림과 같이 두 함수 $y=3\sqrt{x}$, $y=\sqrt{x}$ 의 그래프와 직선 $x=k$ 가 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 직선 $x=k$ 가 x 축과 만나는 점을 C 라 하자. 12번과 13번의 두 물음에 답하시오.
(단, $k > 0$ 이고, O는 원점이다.)



12. \overline{BC} , \overline{OC} , \overline{AC} 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 k 의 값은?
[3점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3
④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

13. $\lim_{k \rightarrow +0} \frac{\overline{OA} - \overline{AC}}{\overline{OB} - \overline{BC}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

14. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 a_2 = a_{10}, a_1 + a_9 = 20 \text{ 일 때,}$$

$(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9)(a_1 - a_3 + a_5 - a_7 + a_9)$ 의 값은? [4점]

- ① 494 ② 496 ③ 498
 ④ 500 ⑤ 502

15. 맥동변광성은 팽창과 수축을 반복하여 광도가 바뀌는 별이다.

맥동변광성의 반지름의 길이가 R_1 (km), 표면온도가 T_1 (K)일 때의 절대등급이 M_1 이고, 이 맥동변광성이 팽창하거나 수축하여 반지름의 길이가 R_2 (km), 표면온도가 T_2 (K)일 때의 절대등급을 M_2 라고 하면 이들 사이에는 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$M_2 - M_1 = 5 \log \frac{R_1}{R_2} + 10 \log \frac{T_1}{T_2}$$

어느 맥동변광성의 반지름의 길이가 5.88×10^6 (km), 표면온도가 5000(K)일 때의 절대등급이 0.7이었고, 이 맥동변광성이 수축하여 반지름의 길이가 R (km), 표면온도가 7000(K)일 때의 절대등급이 -0.3 이었다. 이때, R 의 값은? [4점]

- ① $3 \times 10^{6.2}$ ② $2.5 \times 10^{6.2}$ ③ $3 \times 10^{6.1}$
 ④ $2 \times 10^{6.2}$ ⑤ $2.5 \times 10^{6.1}$

6

수학 영역(A형)

16. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$B^2 = B - E, A^2 + B = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보기 >

- ㄱ. 행렬 B 가 역행렬을 갖는다.
- ㄴ. $AB = BA$
- ㄷ. $A^{12} = E$

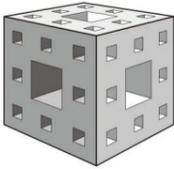
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 그림은 어느 고등학교의 수학 동아리에서 만든 두 종류의 수학체험전 입장권이다.

입장권 A

판매가격
1000원

입장권의 판매금액의 일부는 불우 이웃 돕기 성금으로 사용됩니다.

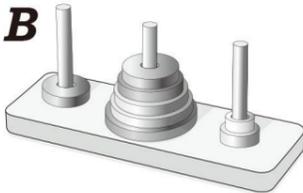


**수학
체험전**

입장권 B

판매가격
500원

입장권의 판매금액의 일부는 불우 이웃 돕기 성금으로 사용됩니다.



**수학
체험전**

수학동아리에서는 입장권 A 를 x 매, 입장권 B 를 y 매로 총 500매를 만들어 이를 모두 판매하였다.

이 동아리에서는 입장권 A 의 한 매당 판매가격의 70%, 입장권 B 의 한 매당 판매가격의 40%를 적립한 총 금액 250000원을 불우 이웃 돕기 성금으로 내었다.

x 와 y 의 값을 구하는 식을 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} -2 & a \\ b & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

이때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

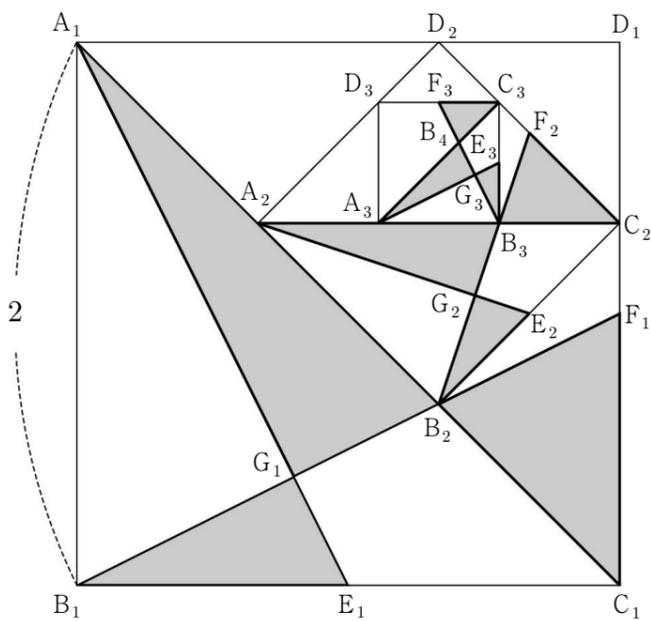
18. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 두 선분 B_1C_1, C_1D_1 의 중점을 각각 E_1, F_1 이라 하고, 두 선분 A_1E_1 과 A_1C_1 이 선분 B_1F_1 과 만나는 두 점을 각각 G_1, B_2 라 하자. 이때, 세 삼각형 $A_1G_1B_2, B_1E_1G_1, C_1F_1B_2$ 의 넓이의 합을 S_1 이라 하자.

점 B_2 를 지나고 선분 A_1B_2 에 수직인 직선과 선분 C_1D_1 이 만나는 점을 C_2 라 하자. 점 C_2 를 지나고 선분 B_2C_2 에 수직인 직선과 선분 A_1D_1 이 만나는 점을 D_2 라 하고, 점 D_2 에서 선분 A_1B_2 에 내린 수선의 발을 A_2 라 하자. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 두 선분 B_2C_2, C_2D_2 의 중점을 각각 E_2, F_2 라 하고, 두 선분 A_2E_2 와 A_2C_2 가 선분 B_2F_2 와 만나는 두 점을 각각 G_2, B_3 이라 하자. 이때, 세 삼각형 $A_2G_2B_3, B_2E_2G_2, C_2F_2B_3$ 의 넓이의 합을 S_2 라 하자.

점 B_3 을 지나고 선분 A_2B_3 에 수직인 직선과 선분 C_2D_2 가 만나는 점을 C_3 이라 하자. 점 C_3 을 지나고 선분 B_3C_3 에 수직인 직선과 선분 A_2D_2 가 만나는 점을 D_3 이라 하고, 점 D_3 에서 선분 A_2B_3 에 내린 수선의 발을 A_3 이라 하자. 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$ 에서 두 선분 B_3C_3, C_3D_3 의 중점을 각각 E_3, F_3 이라 하고, 두 선분 A_3E_3 과 A_3C_3 이 선분 B_3F_3 과 만나는 두 점을 각각 G_3, B_4 라 하자. 이때, 세 삼각형 $A_3G_3B_4, B_3E_3G_3, C_3F_3B_4$ 의 넓이의 합을 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 세 삼각형 $A_nG_nB_{n+1}, B_nE_nG_n, C_nF_nB_{n+1}$ 의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점]



- ① $\frac{41}{35}$ ② $\frac{44}{35}$ ③ $\frac{46}{35}$
- ④ $\frac{48}{35}$ ⑤ $\frac{51}{35}$

19. 함수 $f(x)=2^{x-2}$ 의 역함수의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시키면 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 된다. 두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프가 직선 $y=1$ 과 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 선분 AB 의 중점의 좌표가 $(8, 1)$ 이다. 이때, 실수 a 의 값은? [4점]

- ① -8 ② -7 ③ -6
- ④ -5 ⑤ -4

20. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ 4S_{n+1} = 3a_{n+1} + 10a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

이 성립한다.

다음은 $\sum_{k=1}^n a_{k+1} - 5 \sum_{k=1}^n a_k$ 를 구하는 과정이다.

$4S_{n+2} = 3a_{n+2} + 10a_{n+1}$ 에서
 $a_{n+2} = 7a_{n+1} + \boxed{\text{(가)}} \times a_n$ 이다.
 $a_{n+1} - 5a_n = b_n$ 이라 하면,
 수열 $\{b_n\}$ 은 공비가 2인 등비수열이다.
 $\therefore b_n = \boxed{\text{(나)}} (n = 1, 2, 3, \dots)$
 따라서 $\sum_{k=1}^n a_{k+1} - 5 \sum_{k=1}^n a_k = \boxed{\text{(다)}}$

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나), (다)에 알맞은 식을

각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $\frac{2 \times p \times g(10)}{5 \times f(3)}$ 의 값은? [4점]

- ① -1027 ② -1025 ③ -1023
 ④ -1021 ⑤ -1019

21. 실수 t 에 대하여 열린 구간 $(t-1, t+1)$ 에서 함수

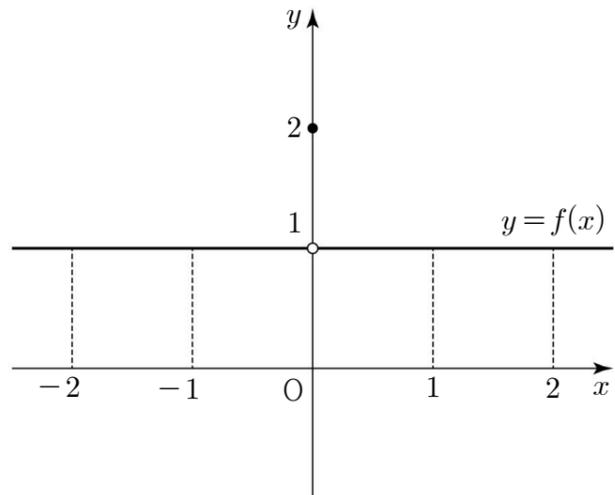
$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x \neq 0) \\ 2 & (x = 0) \end{cases}$$

의 불연속인 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $g(0) = 1$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1-0} g(x) + \lim_{x \rightarrow -1+0} g(x) = 2$
 ㄷ. 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



단답형

22. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{99}{100}$ 일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

23. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

24. 정의역이 $\{x | 4 \leq x \leq 9\}$ 인 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+a)$ 의 최댓값이 -3 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 0$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$$

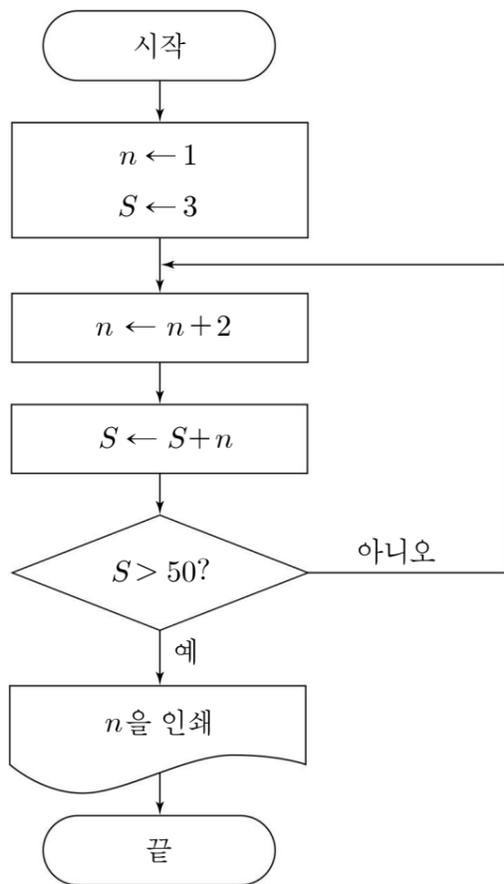
(다) 방정식 $f(x) = 2x$ 의 한 근이 2이다.

26. 두 실수 x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 2^x - 2 \cdot 4^{-y} = 7 \\ \log_2(x-2) - \log_2 y = 1 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $10\alpha\beta$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다음 순서도에서 인쇄되는 n 의 값을 구하시오. [4점]



28. 두 이차정사각행렬 A, B 의 (i, j) 성분을 각각 a_{ij}, b_{ij} 라 할 때,

$$a_{ij} + a_{ji} = 0, b_{ij} - b_{ji} = 0 \quad (i = 1, 2, j = 1, 2)$$

이 성립한다.

두 행렬 A, B 가 $2A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ 를 만족시킬 때,

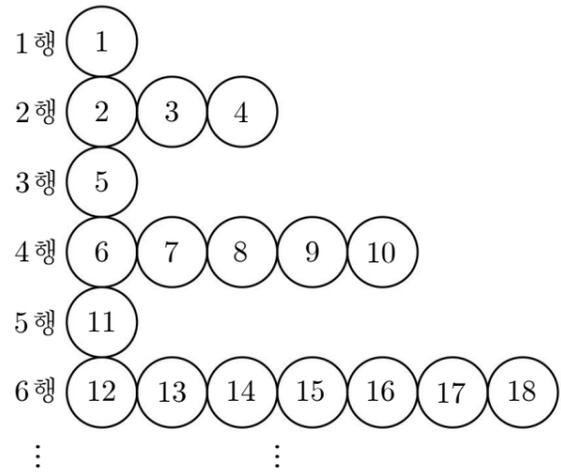
행렬 $A^2 - B$ 의 $(2, 2)$ 성분을 구하시오. [4점]

29. 자연수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표와 가수를 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하자. 세 자연수 x, y, z 가 다음 조건을 만족시킬 때, $x+f(y)+f(z)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $f(x) < f(y) < f(z)$
- (나) $g(x) = g(y) = g(z)$
- (다) $x+y+z = 15873$

30. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 $(2n-1)$ 행에는 1개, $2n$ 행에는 $(2n+1)$ 개의 원을 나열하고, 각 원 안에는 1부터 연속된 자연수를 하나씩 다음과 같은 규칙에 따라 써 넣는다.

- (가) 1행의 원 안에는 1을 써 넣는다.
- (나) $2n$ 행의 모든 원 안에는 $(2n-1)$ 행에 써 넣은 수보다 1만큼 큰 수부터 차례로 써 넣는다.
- (다) $(2n+1)$ 행의 원 안에는 $2n$ 행의 마지막에 써 넣은 수보다 1만큼 큰 수를 써 넣는다.



20 행에 나열된 원 안에 써 넣은 모든 수의 합을 S 라 할 때, $\frac{1}{10}S$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $6\log_3 \sqrt{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $AB - A$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n}{(2n+1)(2n-1)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

4. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_4 = 36$ 일 때, a_6 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 64 ③ 96 ④ 108 ⑤ 128

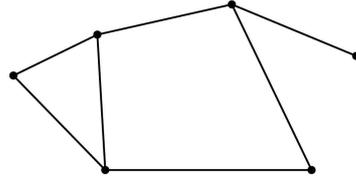
5. 지수방정식 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} = \sqrt[3]{4}$ 의 해는? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

6. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{3^n}$ 의 합은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

7. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0의 개수를 m , 1의 개수를 n 이라 할 때, $m-n$ 의 값은? [3점]



- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

수학 영역(A형)

3

8. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 7$

(나) 수열 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 은 등차수열이다.

a_8 의 값은? [3점]

- ① 49 ② 51 ③ 53 ④ 55 ⑤ 57

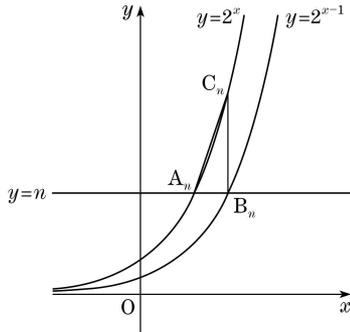
9. 가정의 전력량 요금은 200 kWh 이하까지는 다음과 같은 방법으로 계산한다.

사용한 전력량 중에서 100 kWh까지는 1 kWh에 59원이고, 100 kWh를 초과한 나머지 전력량에 대해서는 1 kWh에 122원이다.

한 달간 사용한 전력량이 a kWh ($100 < a \leq 200$, a 는 자연수)인 어느 가정의 전력량 요금(원)은 행렬 $\begin{pmatrix} 100 & a \\ 0 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 59 \\ 122 \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합과 같다. x 의 값은? [3점]

- ① -100 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 100

[10~11] 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 이 두 곡선 $y=2^x$, $y=2^{x-1}$ 과 만나는 점을 각각 A_n , B_n 이라 하자. 또, 점 B_n 을 지나고 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 C_n 이라 하자. 10 번과 11 번의 두 물음에 답하시오.



10. $n=3$ 일 때, 직선 A_nC_n 의 기울기는? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

11. 선분 A_nC_n 의 길이를 $f(n)$, 선분 B_nC_n 의 길이를 $g(n)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n\{f(n)-g(n)\}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

수학 영역(A형)

12. 두 실수 x, y 에 대하여

$$75^x = \frac{1}{5}, 3^y = 25$$

일 때, $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

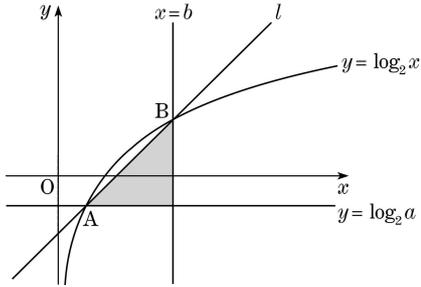
13. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - n}{n}$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + a_n}{5n - a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

수학 영역(A형)

14. 그림과 같이 기울기가 1인 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 서로 다른 두 점 $A(a, \log_2 a)$, $B(b, \log_2 b)$ 에서 만난다. 직선 l 과 두 직선 $x = b$, $y = \log_2 a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 2일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$ 이다.) [4점]



- ① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $a_3 = 2$ 이고,

$$a_{n+3} - a_{n+2} = a_{n+1} - a_n + 1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$b_n = a_{n+1} - a_n$ 이라 하면

$$b_1 = b_2 = 1, \quad b_{n+2} = b_n + 1 \quad (n \geq 1)$$

이므로 두 수열 $\{b_{2n-1}\}$, $\{b_{2n}\}$ 은 모두 첫째항이 1이고, 공차가 1인 등차수열이다. 즉,

$$b_{2n-1} = b_{2n} = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

그러므로 $n \geq 2$ 일 때, a_n 은 다음과 같다.

(i) n 이 홀수일 때, $n = 2m - 1$ 이라 하면

$$\begin{aligned} a_{2m-1} &= a_1 + \sum_{k=1}^{2(m-1)} b_k \\ &= a_1 + \sum_{k=1}^{m-1} (b_{2k-1} + b_{2k}) \\ &= m^2 - m \end{aligned}$$

(ii) n 이 짝수일 때, $n = 2m$ 이라 하면

$$\begin{aligned} a_{2m} &= a_1 + \sum_{k=1}^{2m-1} b_k \\ &= \boxed{\text{(나)}} \end{aligned}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(m)$ 이라 할 때, $f(10) + g(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

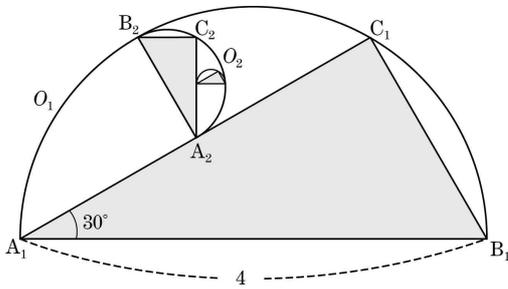
수학 영역(A형)

16. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 반원 O_1 을 그리고, 반원 O_1 위에 $\angle C_1A_1B_1 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_1 을 정한다. 이때 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자.

선분 A_1C_1 의 중점을 A_2 라 하고, 호 A_1B_2 와 호 C_1B_2 의 길이가 같도록 점 B_2 를 정한다. 선분 A_2B_2 를 지름으로 하는 반원 O_2 를 그리고, 반원 O_2 위에 $\angle C_2A_2B_2 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_2 를 정한다. 이때 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자.

선분 A_2C_2 의 중점을 A_3 이라 하고, 호 A_2B_3 과 호 C_2B_3 의 길이가 같도록 점 B_3 을 정한다. 선분 A_3B_3 을 지름으로 하는 반원 O_3 을 그리고, 반원 O_3 위에 $\angle C_3A_3B_3 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_3 을 정한다. 이때 삼각형 $A_3B_3C_3$ 의 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 삼각형 $A_nB_nC_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $2\sqrt{3}$
- ② $\frac{32\sqrt{3}}{15}$
- ③ $\frac{34\sqrt{3}}{15}$
- ④ $\frac{12\sqrt{3}}{5}$
- ⑤ $\frac{38\sqrt{3}}{15}$

17. 수열 $\{a_n\}$ 이 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k+1} = n^2 + n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{11}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{6}{11}$
- ④ $\frac{13}{22}$
- ⑤ $\frac{7}{11}$

수학 영역(A형)

18. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 를

$$f(x) = x^2 - 6x + 3, \quad g(x) = a^x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

이라 하자. $1 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최댓값은 27, 최솟값은 m 이다. m 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ 3 ⑤ $3\sqrt{3}$

19. 자연수 n 에 대하여 다음과 같은 규칙으로 제 n 행에 n 개의 정수를 적는다.

- (가) 제 1행에는 100을 적는다.
 (나) 제 $(n+1)$ 행의 왼쪽 끝에 적힌 수는 제 n 행의 오른쪽 끝에 적힌 수보다 1이 작다.
 (다) 제 n 행의 수들은 왼쪽부터 순서대로 공차가 -1 인 등차수열을 이룬다. ($n \geq 2$)

제 n 행에 적힌 모든 수의 합을 a_n 이라 할 때, $a_{13} - a_{12}$ 의 값은?

[4점]

- ① -136 ② -134 ③ -132 ④ -130 ⑤ -128

제1행	100				
제2행	99	98			
제3행	97	96	95		
제4행	94	93	92	91	
제5행	90	89	88	87	86
	⋮		⋮		⋮

수학 영역(A형)

9

20. 영행렬이 아닌 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 + B^2 = O, (A+B)^2 = O$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

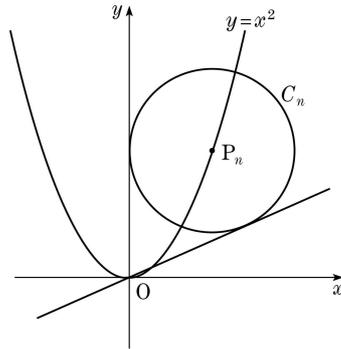
< 보 기 >

㉠. $AB = -BA$
 ㉡. $A^3B^3 = B^3A^3$
 ㉢. 행렬 $A+B+E$ 는 역행렬을 갖는다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

21. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P_n(n, n^2)$ 을 중심으로 하고 y 축에 접하는 원을 C_n 이라 하자. 원점을 지나고 원 C_n 에 접하는 직선 중에서 y 축이 아닌 직선의 기울기를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$



단답형

22. 방정식 $\log_2(2x-5) = 2\log_2 3$ 의 해를 구하시오. [3점]

23. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 1-a & a \end{pmatrix}$ 의 역행렬 A^{-1} 의 모든 성분의 합이 13일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다음 등식을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

$$\sum_{k=1}^{n+1} k^2 - \sum_{k=1}^n (k^2 + k) = 78$$

25. 무한등비수열 $\left\{ \left(\frac{2x-3}{5} \right)^n \right\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 합을 구하시오. [3점]

26. 공기 중의 암모니아 농도가 C 일 때 냄새의 세기 I 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$I = k \log C + a \quad (\text{단, } k \text{ 와 } a \text{ 는 상수이다.})$$

공기 중의 암모니아 농도가 40일 때 냄새의 세기는 5이고, 공기 중의 암모니아 농도가 10일 때 냄새의 세기는 4이다. 공기 중의 암모니아 농도가 p 일 때 냄새의 세기는 2.5이다. $100p$ 의 값을 구하시오. (단, 암모니아 농도의 단위는 ppm이다.) [4점]

27. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$ 라 하자. 등식

$$2f(m) - f(2m) = 1$$

을 만족시키는 1000 이하의 자연수 m 의 개수를 구하시오. [4점]

28. 두 실수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x = \alpha, y = \beta$ 는 연립방정식 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 의 해이다. (단, k 는 상수이다.)
 (나) 점 (α, β) 는 직선 $2x - y + 1 = 0$ 위의 점이다.

$20(k + \alpha + \beta)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} - 64$ 에 대하여 함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 가 제1사분면에서 만나도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오. (단, 좌표축은 어느 사분면에도 속하지 않는다.) [4점]

30. 첫째항이 60인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{T_n\}$ 을

$$T_n = |a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n|$$

이라 하자. 수열 $\{T_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) T_{19} < T_{20}$$

$$(나) T_{20} = T_{21}$$

$T_n > T_{n+1}$ 을 만족시키는 n 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수리 영역(나형)

출수형

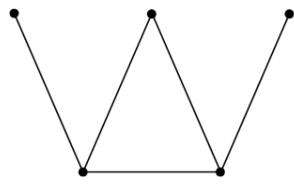
5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

2. $\log_2 40 - \log_2 5$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

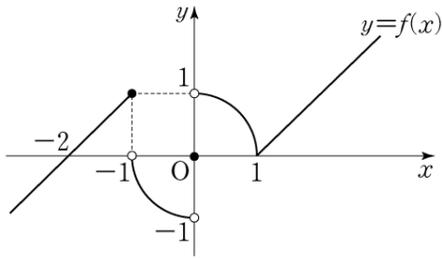
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2+1}{3n^2-1}$ 의 값은? [2점]
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]



- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_1 a_2}{a_3} = 2, \quad \frac{2a_2}{a_1} + \frac{a_4}{a_2} = 8$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

7. 화재가 발생한 화재실의 온도는 시간에 따라 변한다.

어떤 화재실의 초기 온도를 T_0 (°C), 화재가 발생한 지 t 분 후의 온도를 T (°C)라고 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$T = T_0 + k \log(8t+1) \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

초기 온도가 20°C인 이 화재실에서 화재가 발생한 지 $\frac{9}{8}$ 분 후의 온도는 365°C이었고, 화재가 발생한 지 a 분 후의 온도는 710°C이었다. a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{99}{8}$ ② $\frac{109}{8}$ ③ $\frac{119}{8}$ ④ $\frac{129}{8}$ ⑤ $\frac{139}{8}$

8. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}, \quad P(B^c | A) = 2P(B | A)$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

9. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a+1 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

의 해가 방정식 $x + 2y - 4a = 0$ 을 만족시킨다. 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따른다. 확률변수

$2X - 5$ 의 평균과 표준편차가 각각 175와 12일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 130 ② 135 ③ 140 ④ 145 ⑤ 150

11. 함수 $f(x) = x+1$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 dx = k \left(\int_{-1}^1 f(x) dx \right)^2$$

일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

12. 같은 종류의 주스 4병, 같은 종류의 생수 2병, 우유 1병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?
(단, 1병도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다.) [3점]

- ① 330 ② 315 ③ 300 ④ 285 ⑤ 270

13. 어느 학교 전체 학생의 시험 점수는 평균이 500점, 표준편차가 25점인 정규분포를 따른다고 한다.

이 학교 학생 중 임의로 1명을 선택할 때, 이 학생의 시험 점수가 475점 이상이고 550점 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

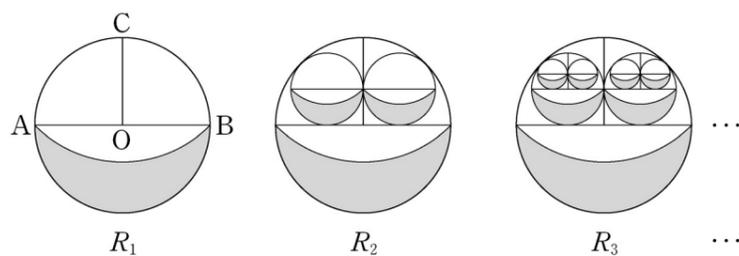
- ① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.9104
 ④ 0.9270 ⑤ 0.9710

14. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. 원 O의 중심을 지나고 선분 AB와 수직인 직선이 원과 만나는 2개의 점 중 한 점을 C라 하자. 점 C를 중심으로 하고 점 A와 점 B를 지나는 원의 외부와 원 O의 내부의 공통부분인 \cap 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 색칠된 부분을 포함하지 않은 원 O의 반원을 이등분한 2개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 2개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \cap 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 새로 생긴 2개의 원의 색칠된 부분을 포함하지 않은 반원을 각각 이등분한 4개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 4개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \cap 모양의 4개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5+2\sqrt{2}}{7}$ ② $\frac{5+3\sqrt{2}}{7}$ ③ $\frac{5+4\sqrt{2}}{7}$
 ④ $\frac{5+5\sqrt{2}}{7}$ ⑤ $\frac{5+6\sqrt{2}}{7}$

15. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + 3$ 의 그래프 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = 2x + b$ 이다. $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$2A^2 + AB = E, \quad AB + BA = 2A + E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^{-1} = 2A + B$

ㄴ. $B = 2A + 2E$

ㄷ. $(B - E)^2 = O$ (단, O 는 영행렬이다.)

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=4$ 이고,

$$a_{n+1} = n \cdot 2^n + \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$a_n = (n-1) \cdot 2^{n-1} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{a_k}{k} \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = \boxed{\text{(가)}} + \frac{a_n}{n}$$

이므로

$$a_{n+1} = \frac{(n+1)a_n}{n} + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = \frac{a_n}{n}$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \frac{\boxed{\text{(가)}}}{n+1} \quad (n \geq 2)$$

이고, $b_2=3$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \begin{cases} 4 & (n=1) \\ n \times \boxed{\text{(나)}} & (n \geq 2) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(4)+g(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 90 ② 95 ③ 100 ④ 105 ⑤ 110

18. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax & (x < 1) \\ bx^2 + x + 1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

19. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(na_n - \frac{n^2+1}{2n+1} \right) = 3$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + 2a_n + 2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{13}{4}$ ② 3 ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

20. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -1 & (|x| \geq 1) \\ 1 & (|x| < 1) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ -x & (|x| < 1) \end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = -1$

ㄴ. 함수 $g(x+1)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(x)g(x+1)$ 은 $x=-1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x + a$ 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수 a 의 최솟값은?

[4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+3)}{x-2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 16, \quad a_5 = 10$$

일 때, $a_k = 0$ 을 만족시키는 k 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = x^3 + 9x + 2$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. $2 \leq n \leq 100$ 인 자연수 n 에 대하여 $(\sqrt[3]{3^5})^{\frac{1}{2}}$ 이 어떤 자연수의 n 제곱근이 되도록 하는 n 의 개수를 구하시오. [4점]

25. 어느 회사에서 생산된 모니터의 수명은 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 모니터 중 임의추출한 100대의 수명의 표본평균이 \bar{x} , 표본표준편차가 500이었다. 이 결과를 이용하여 이 회사에서 생산된 모니터의 수명의 평균을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간이 $[\bar{x} - c, \bar{x} + c]$ 이다. c 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 이다.) [3점]

27. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 세 점 P_1, P_2, P_3 의 좌표는 각각 $(-1, 0), (1, 0), (-1, 2)$ 이다.
 (나) 선분 $P_n P_{n+1}$ 의 중점과 선분 $P_{n+2} P_{n+3}$ 의 중점은 같다.

예를 들어, 점 P_4 의 좌표는 $(1, -2)$ 이다. 점 P_{25} 의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 $f(3)=0$ 이고,

$$\int_0^{2013} f(x)dx = \int_3^{2013} f(x)dx$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 S 일 때, $30S$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 다음 좌석표에서 2행 2열 좌석을 제외한 8개의 좌석에 여학생 4명과 남학생 4명을 1명씩 임의로 배정할 때, 적어도 2명의 남학생이 서로 이웃하게 배정될 확률은 p 이다. $70p$ 의 값을 구하시오. (단, 2명이 같은 행의 바로 옆이나 같은 열의 바로 앞뒤에 있을 때 이웃한 것으로 본다.) [4점]

	1열	2열	3열
1행			
2행		X	
3행			

30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\{(x, y) \mid 2^x - n \leq y \leq \log_2(x+n)\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n 이라 하자.

- (가) x 좌표와 y 좌표는 서로 같다.
- (나) x 좌표와 y 좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1=2, a_2=4$ 이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수리 영역(나형)

5지선다형

1. $\log_{\sqrt{3}} 2 + \log_3 \frac{\sqrt{3}}{4}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

$$A+B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad A-B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

이 성립할 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{\sqrt{n^2+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\int_0^2 (x^2+1) dx - \int_0^2 x^2 dx$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 로그부등식 $\log_2(x-1) \leq 3$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

6. 다항식 $(x^2+1)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

8. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가 $f(x) = \frac{1}{2}x$ ($0 \leq x \leq 2$)

일 때, $P(0 \leq X \leq 1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

9. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 $\log a, \log b$ 라 할 때,

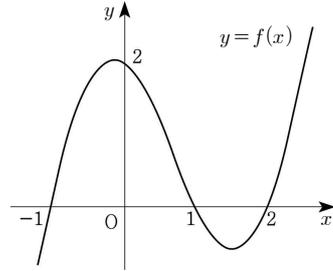
$\log_a b + \log_b a$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

10. 그림과 같이 삼차함수 $y = f(x)$ 가

$$f(-1) = f(1) = f(2) = 0, f(0) = 2$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 f'(x) dx$ 의 값은? [3점]



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. 미분가능한 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & (x < 0) \\ a(x-1)^2+b & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 $f(1)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

12. 어느 도시의 인구가 P_0 명에서 P 명이 될 때까지 걸리는 시간 T (년)은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$T = C \log \frac{P(K-P_0)}{P_0(K-P)}$$

(단, C 는 상수, K 는 최대 인구 수용 능력이다.)

이 도시의 최대 인구 수용 능력이 30만 명이고, 인구가 6만 명에서 10만 명이 될 때까지 10년이 걸렸다고 한다. 인구가 처음으로 15만 명 이상이 되는 것은 인구가 6만 명일 때부터 몇 년 후인가? [3점]

- ① 18년 후 ② 20년 후 ③ 22년 후
④ 24년 후 ⑤ 26년 후

13. A역에서 출발하여 다른 역을 거치지 않고 B역만을 거쳐 C역으로 가는 기차가 있다. A역에서 비어 있는 기차에 남자 90명, 여자 60명의 승객이 승차하였다. B역에서는 남자 18명, 여자 12명의 승객이 하차하고 남자 60명, 여자 60명의 승객이 승차하여 C역으로 이동하였다. B역에서 C역으로 가는 도중에 임의로 선택된 한 승객이 여자였을 때, 이 승객이 A역에서 승차한 승객일 확률은? (단, 하차한 승객이 하차한 역에서 다시 승차하는 경우는 없다.) [4점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

14. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + n + 1$$

을 만족시킬 때, 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다.

$n \geq 1$ 일 때,
 $a_{n+1} = 2a_n + n + 1 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$
 $a_{n+2} = 2a_{n+1} + \boxed{\text{가}}$ $\dots\dots \textcircled{㉡}$
 이고, ㉡에서 ㉠을 뺀 식으로부터
 $a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) + 1$
 을 얻는다. $b_n = a_{n+1} - a_n$ 이라 하면
 $b_{n+1} = 2b_n + 1$
 이므로
 $b_n = 2^{n+1} - 1$
 $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2^{k+1} - 1) \quad (n \geq 2)$
 $= 2^{n+1} + \boxed{\text{나}}$
 이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(5) - g(5)$ 의 값은? [4점]

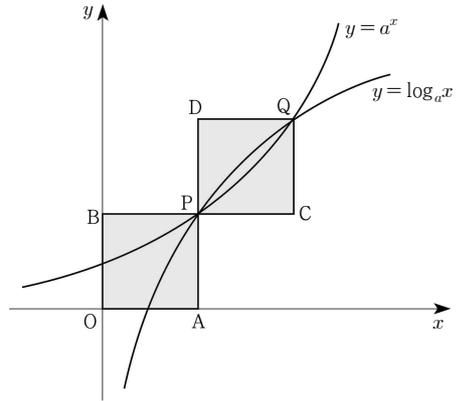
- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

15. 곡선 $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + ax$ 위의 두 점 $(0, f(0)), (1, f(1))$ 에서의 접선이 서로 수직일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

16. 그림과 같이 지수함수 $y = a^x$ 과 로그함수 $y = \log_a x$ 가 두 점 P, Q에서 만날 때, 점 P에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자.

점 Q를 지나고 x 축과 평행한 직선이 직선 AP와 만나는 점을 D, 점 Q를 지나고 y 축과 평행한 직선이 직선 BP와 만나는 점을 C라 할 때, 두 사각형 OAPB와 PCQD는 합동이다. a 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ 2

수리 영역(나형)

7

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

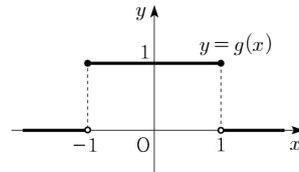
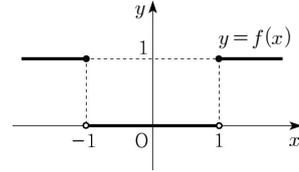
$$A^2B + AB^2 = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $(A+B)^{-1}$ 이 존재한다.
 ㄴ. $A+B=E$ 이면 $A^3=E$ 이다.
 ㄷ. $A^2B=BA^2$ 이면 $AB=BA$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

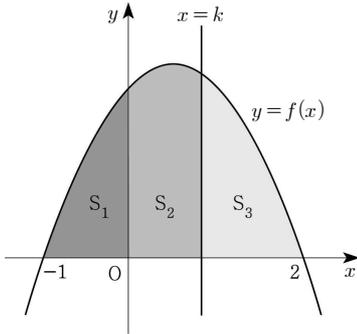
18. 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = f(-1)$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)g(x)$
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = f(1)g(1)$

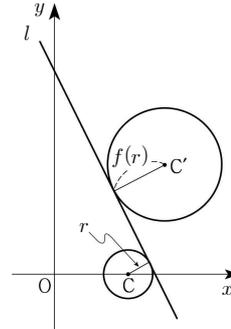
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

19. 함수 $f(x) = -x^2 + x + 2$ 에 대하여 그림과 같이 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분을 y 축과 직선 $x = k$ ($0 < k < 2$)로 나누는 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하자. S_1, S_2, S_3 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, S_2 의 값은? [4점]



- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

20. 그림과 같이 중심이 $C(2, 0)$ 이고 반지름의 길이가 r ($r < \sqrt{5}$)인 원 C 가 있다. 기울기가 -2 이고 원 C 에 접하는 직선을 l 이라 하자. 직선 l 에 접하고 중심이 $C'(3, 3)$ 인 원 C' 의 반지름을 $f(r)$ 라 할 때, $\lim_{r \rightarrow +0} f(r)$ 의 값은? [4점]

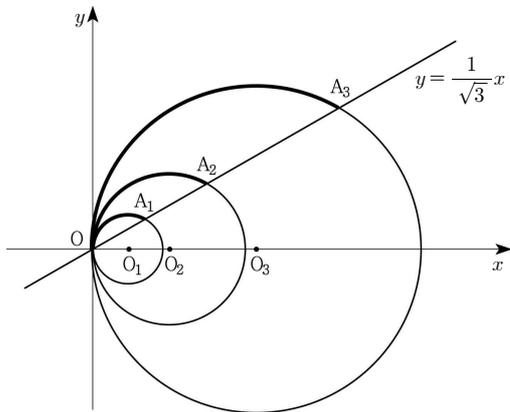


- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

21. 그림과 같이 중심이 $(1, 0)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원 O_1 이 있다. 원 O_1 이 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 와 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A_1 이라 하고 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 의 윗 쪽에 있는 호 OA_1 의 길이를 l_1 이라 하자.

중심이 $(l_1, 0)$ 이고 반지름의 길이가 l_1 인 원 O_2 를 그린다. 원 O_2 가 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 와 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A_2 라 하고 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 의 윗 쪽에 있는 호 OA_2 의 길이를 l_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 호의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{l_n}$ 의 값은? [4점]

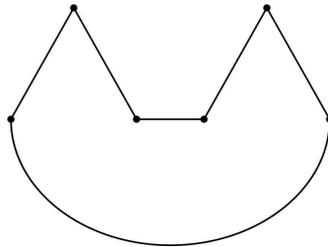


- ① $\frac{1}{\pi-3}$
- ② $\frac{2}{\pi-3}$
- ③ $\frac{1}{2\pi-3}$
- ④ $\frac{2}{2\pi-3}$
- ⑤ $\frac{3}{2\pi-3}$

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고 공차가 3인 등차수열일 때, $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다음 그래프에서 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]



24. 확률변수 X 의 확률분포표가 다음과 같을 때, 확률변수 $10X$ 의 평균 $\mathbf{E}(10X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

X	1	2	3	계
$\mathbf{P}(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	1

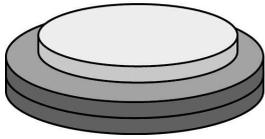
26. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 4} \int_2^x (t^2 + 3t - 2) dt$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $\sum_{n=2}^6 [\log_n 64]$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

27. 반지름의 길이가 서로 다른 여섯 종류의 원판이 각각 3개씩 18개가 있다. 원판을 다음과 같은 규칙으로 쌓으려고 한다.

- (가) 원판 3개를 택하여 원판의 중심이 일치하도록 쌓는다.
- (나) 반지름의 길이가 작은 원판은 반지름의 길이가 큰 원판 위에 쌓는다.
- (다) 반지름의 길이가 같은 원판은 구별하지 않으면서 쌓는다.

그림은 반지름의 길이가 같은 두 개의 원판과 반지름의 길이가 작은 한 개의 원판을 규칙에 따라 쌓은 예이다.



이와 같이 쌓는 방법의 수를 구하시오. [4점]

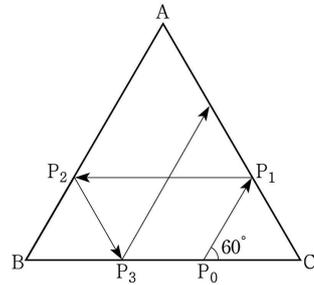
28. 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. 변 BC 위에 양 끝점이 아닌 한 점 P_0 을 잡는다. 그림과 같이 P_0 을 지나고 변 AB와 평행한 직선을 그어 변 AC와 만나는 점을 P_1 , 점 P_1 을 지나고 변 BC와 평행한 직선을 그어 변 AB와 만나는 점을 P_2 , 점 P_2 를 지나고 변 AC와 평행한 직선을 그어 변 BC와 만나는 점을 P_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 점을 P_n 이라 하고, 점 P_0 을 출발하여 점 P_n 까지 이동한 거리 l_n 을

$$l_n = \overline{P_0P_1} + \overline{P_1P_2} + \overline{P_2P_3} + \dots + \overline{P_{n-1}P_n} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_{2n}}{2n+1} = \frac{b}{a}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) = f'(-x)$ 이다.
- (나) 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극솟값 0을 갖는다.

30. 동전의 앞면과 뒷면은 다음과 같다.



동전 $4n$ 개 (n 은 자연수)가 앞면이 보이도록 일렬로 나열되어 있다. 이웃한 동전 한 쌍을 뒤집는 시행을 반복하여 <그림>과 같이 앞면과 뒷면이 앞면부터 교대로 나열되도록 만들려고 한다.



수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \left(\begin{array}{l} \text{앞면이 보이도록 나열된 } 4n \text{ 개의 동전을 <그림>} \\ \text{처럼 만드는데 필요한 최소의 시행 횟수} \end{array} \right)$$

이다. 예를 들어, 앞면이 보이도록 나열된 4개의 동전을



와 같이 두 번의 시행으로 <그림>처럼 만들 수 있으므로 $a_1 = 2$ 이다.

$\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수리 영역(나형)

5지선다형

1. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A$ 의 모든 성분의 합은?
[2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2}{8n^3 + 5}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 1, a_4 = 7$ 일 때, $a_2 + a_3$ 의 값은?
[2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

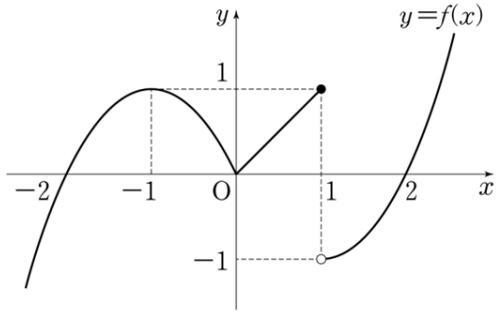
이 무수히 많은 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2

수리 영역(나형)

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. $(\sqrt{2^3\sqrt{4}})^3$ 보다 큰 자연수 중 가장 작은 것은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

7. 어떤 물질이 녹아 있는 용액에 단색광을 투과시킬 때 투과 전 단색광의 세기에 대한 투과 후 단색광의 세기의 비를 그 단색광의 투과도라고 한다. 투과도를 T , 단색광이 투과한 길이를 l , 용액의 농도를 d 라 할 때, 다음 관계가 성립한다.

$$\log T = -kld \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

이 물질에 대하여 투과길이가 $l_0 (l_0 > 0)$ 이고 용액의 농도가 $3d_0 (d_0 > 0)$ 일 때의 투과도를 T_1 , 투과길이가 $2l_0$ 이고 용액의 농도가 $4d_0$ 일 때의 투과도를 T_2 라 하자. $T_2 = T_1^n$ 을 만족시키는 n 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{13}{6}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

8. 5명의 학생 A, B, C, D, E가 김밥, 만두, 쫄면 중에서 서로 다른 2종류의 음식을 표와 같이 선택하였다. 이 5명 중에서 임의로 뽑힌 한 학생이 만두를 선택한 학생일 때, 이 학생이 쫄면도 선택하였을 확률은? [3점]

	A	B	C	D	E
김밥	○	○		○	
만두	○	○	○		○
쫄면			○	○	○

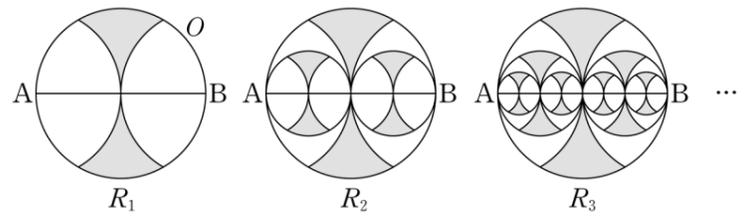
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

9. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. A, B를 각각 중심으로 하고 원 O와 반지름의 길이가 같은 두 원의 외부와 원 O의 내부의 공통부분인 \bowtie 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 AB를 2등분한 선분을 각각 지름으로 하는 두 원을 그리고, 이 두 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \bowtie 모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 선분 AB를 4등분한 선분을 각각 지름으로 하는 네 원을 그리고, 이 네 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \bowtie 모양의 네 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 \bowtie 모양의 모든 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $3\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$ ② $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ ③ $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$
 ④ $3\sqrt{3} - \pi$ ⑤ $3\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$

10. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(6, \frac{2}{3}\right)$ 를 따를 때, $V(-3X+2)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

11. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1a_5 = 9, a_2a_6 = 36$$

일 때, $8(a_1a_2 + a_3a_4)$ 의 값은? [3점]

- ① 153 ② 157 ③ 161 ④ 165 ⑤ 169

12. 주머니 안에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 주머니에서 같이 2장의 카드를 임의로 뽑고
 을이 남은 2장의 카드 중에서 1장의 카드를 임의로 뽑을 때,
 같이 뽑은 2장의 카드에 적힌 수의 곱이 을이 뽑은 카드에
 적힌 수보다 작을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

13. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} a & (x \leq 1) \\ -x+2 & (x > 1) \end{cases}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, a 는 상수이다.) [3점]

<보 기>

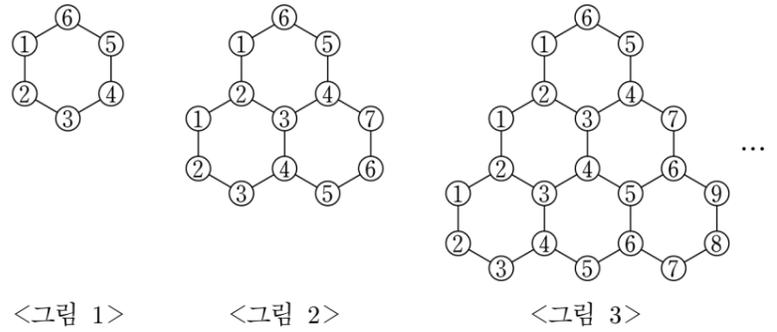
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 1$
 ㄴ. $a=0$ 이면 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $y=(x-1)f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 다음 [단계]에 따라 정육각형이 인접해 있는 모양의 도형에 자연수를 적는다.

[단계 1] <그림 1>과 같이 한 개의 정육각형을 그리고, 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적는다.
 [단계 2] <그림 1>의 아래에 2개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 2>를 얻는다.
 ∴
 [단계 n] <그림 $n-1$ >의 아래에 n 개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 n >을 얻는다.

<그림 6>에 적혀있는 모든 수의 합은? [4점]



- ① 338 ② 349 ③ 360 ④ 371 ⑤ 382

6

수리 영역(나형)

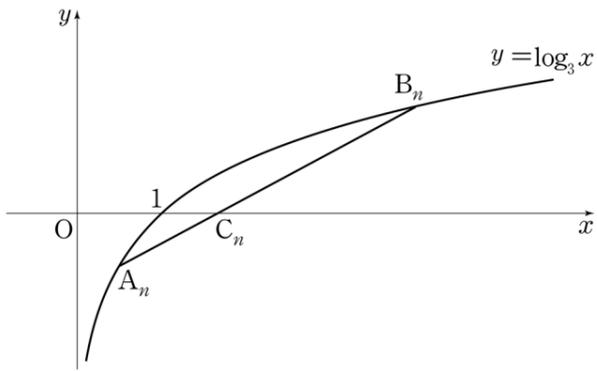
15. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 인 점을 A_n 이라 하자. 그래프 위의 점 B_n 과 x 축 위의 점 C_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 C_n 은 선분 $A_n B_n$ 과 x 축의 교점이다.

(나) $\overline{A_n C_n} : \overline{C_n B_n} = 1 : 2$

점 C_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1



16. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$(A+B)(A^{-1}+B^{-1})=4E$$

를 만족시킨다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^{-1}+B^{-1}$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $A=E$ 이면 $B=E$ 이다.

ㄷ. $AB=\frac{1}{2}E$ 이면 $A^2+B^2=E$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -\frac{4}{9}$ 이고,

$$2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 $2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n$ 의 양변을 2^{2n+1} 으로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} = \frac{n}{2^{2n+1}} \quad (n \geq 1)$$

이므로 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_n}{2^n} = \frac{a_1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} \dots\dots (*)$$

이다. 한편

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} &= \frac{2}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} - \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} \right) \\ &= \frac{2}{3} \left\{ \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \dots + \frac{n-1}{4^{n-1}} \right) - \left(\frac{1}{4^2} + \frac{2}{4^3} + \dots + \frac{n-1}{4^n} \right) \right\} \\ &= \frac{2}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{[(7)]}{4^n} \right) \end{aligned}$$

이므로 (*)에 의하여

$$\begin{aligned} a_n &= [(나)] + \frac{2^{n+1}}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{[(7)]}{4^n} \right) \\ &= -\frac{3n+1}{9 \cdot 2^{n-1}} \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(10) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① -64 ② -56 ③ -48 ④ -40 ⑤ -32

18. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \int \{x^2 + f(x)\} dx, \quad f(x)g(x) = -2x^4 + 8x^3$$

을 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은? [4점]

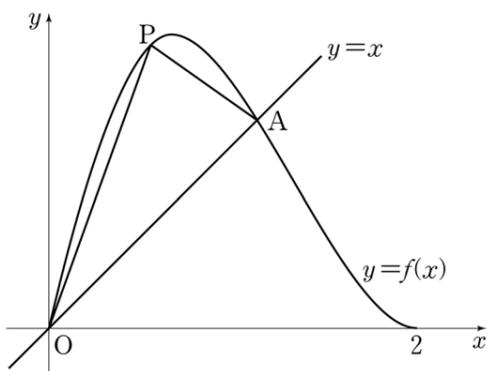
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = ax(x-2)^2 \quad \left(a > \frac{1}{2}\right)$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$ 의 교점 중 원점 O 가 아닌 점을 A 라 하자. 점 P 가 원점으로부터 점 A 까지 곡선 $y=f(x)$ 위를 움직일 때, 삼각형 OAP 의 넓이가 최대가 되는 점 P 의 x 좌표가 $\frac{1}{2}$ 이다. 상수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{19}{12}$



20. 어느 공장에서 생산하는 제품의 무게는 모평균이 m , 모표준편차가 $\frac{1}{2}$ 인 정규분포를 따른다고 한다.

이 공장에서 생산한 제품 중에서 25개를 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간이 $[a, b]$ 일 때, $P(|Z| \leq c) = 0.95$ 를 만족시키는 c 를 a, b 로 나타낸 것은? (단, 확률변수 Z 는 표준정규분포를 따른다.) [4점]

- ① $3(b-a)$ ② $\frac{7}{2}(b-a)$ ③ $4(b-a)$
 ④ $\frac{9}{2}(b-a)$ ⑤ $5(b-a)$

21. 좌표평면에서 두 함수

$$f(x) = 6x^3 - x, \quad g(x) = |x - a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x}{x + 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_{-2}^2 x(3x+1)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다항식 $(1+ax)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 1440일 때, 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = x^3 + 4x - 2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{h}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 그래프 G 를 나타내는 행렬 M 이 다음과 같다.
그래프 G 의 꼭짓점의 개수를 a , 변의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

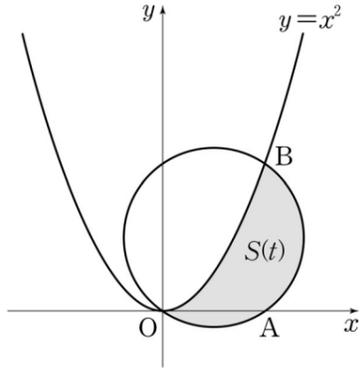
27. A 과수원에서 생산하는 꺾기의 무게는 평균이 86, 표준편차가 15인 정규분포를 따르고, B 과수원에서 생산하는 꺾기의 무게는 평균이 88, 표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. A 과수원에서 임의로 선택한 꺾기의 무게가 98 이하일 확률과 B 과수원에서 임의로 선택한 꺾기의 무게가 a 이하일 확률이 같을 때, a 의 값을 구하시오.
(단, 꺾기의 무게의 단위는 g이다.) [4점]

28. 첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n < a_{n+1}, \quad \sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k)^2 = 2\left(1 - \frac{1}{9^n}\right)$$

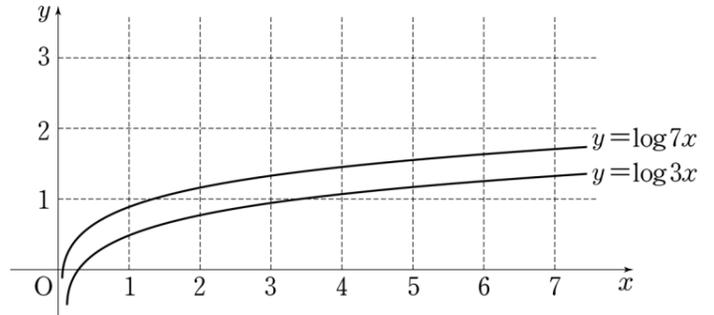
을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 곡선 $y = x^2$ 과 양수 t 에 대하여 세 점 $O(0, 0)$, $A(t, 0)$, $B(t, t^2)$ 을 지나는 원 C 가 있다. 원 C 의 내부와 부등식 $y \leq x^2$ 이 나타내는 영역의 공통부분의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $S'(1) = \frac{p\pi + q}{4}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 정수이다.) [4점]



30. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y = \log 3x$, $y = \log 7x$ 의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.
- (나) 꼭짓점의 x 좌표는 모두 100 이하이다.



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

()

성명		수험 번호						3			
----	--	-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. 두 행렬 A, B 에 대하여

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때, $A^2 - AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 12 ② 10 ③ 8 ④ 6 ⑤ 4

2. $\left(\frac{1}{\log_8 2}\right)^3 + \log_2 16^2$ 의 값은? [2점]

- ① 18 ② 28 ③ 32 ④ 35 ⑤ 46

3. 지수부등식 $3^{x^2} < 9 \cdot 3^x$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & (x \neq 1) \\ k & (x = 1) \end{cases}$$

가 $x = 1$ 에서 연속일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 함수 $f(x) = \int (x^2 + 2x) dx$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

6. 한 꼭짓점에서 자기 자신으로 가는 변이 없고, 두 꼭짓점 사이에 많아야 한 개의 변이 존재하는 다섯 개의 꼭짓점을 갖는 그래프 G 의 두 꼭짓점을 잇는 변의 개수를 성분으로 하는 행렬을 M 이라 할 때, 다음은 행렬 M^2 을 나타낸 것이다.

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

이때, 그래프 G 의 모든 변의 개수는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 식품의 부패 정도를 수치화한 식품손상지수 G 와 상대습도 $H(\%)$, 기온 $T(^{\circ}\text{C})$ 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$G = \frac{H-65}{14} \times (1.05)^T$$

상대습도가 80%, 기온이 35 $^{\circ}\text{C}$ 일 때의 식품손상지수를 G_1 , 상대습도가 70%, 기온이 20 $^{\circ}\text{C}$ 일 때의 식품손상지수를 G_2 라 할 때, $\frac{G_1}{G_2}$ 의 값은? (단, $1.05^{15} = 2$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 체중이 각각 75kg, 80kg인 갑과 을이 1개월짜리 다이어트 프로그램에 참가하여 동시에 다이어트를 시작하였다. 갑은 매일 전날에 비해 0.3%의 체중이 감소하였고, 을은 매일 전날에 비해 0.5%의 체중이 감소하였다고 할 때, 갑과 을의 체중이 같아지는 때는 다이어트 시작일로부터 며칠 후인가? (단, $\log 2 = 0.301$, $\log 3 = 0.477$, $\log 9.95 = 0.998$, $\log 9.97 = 0.999$ 로 계산한다.)

[3점]

- ① 15일 ② 18일 ③ 22일
- ④ 25일 ⑤ 28일

9. 주사위 1개와 동전 5개를 동시에 던져 나온 주사위의 눈의 수를 a , 동전의 앞면의 개수를 b 라 할 때, $a = 3b$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{64}$ ② $\frac{1}{32}$ ③ $\frac{3}{64}$
- ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{5}{64}$

10. 실수 전체에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 $f(x) = f(x+4)$ 를 만족하고

$$f(x) = \begin{cases} -4x+2 & (0 \leq x < 2) \\ x^2-2x+a & (2 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

일 때, $\int_9^{11} f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① -8 ② $-\frac{26}{3}$ ③ $-\frac{28}{3}$
- ④ -10 ⑤ $-\frac{32}{3}$

11. 자연수 n 에 대하여 두 함수 $f(x) = x^2 - (n+1)x + n^2$, $g(x) = n(x-1)$ 의 그래프의 두 교점의 x 좌표를 a_n, b_n 이라 할

때, $\sum_{n=1}^{19} \frac{100}{a_n b_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 80 ② 85 ③ 90 ④ 95 ⑤ 100

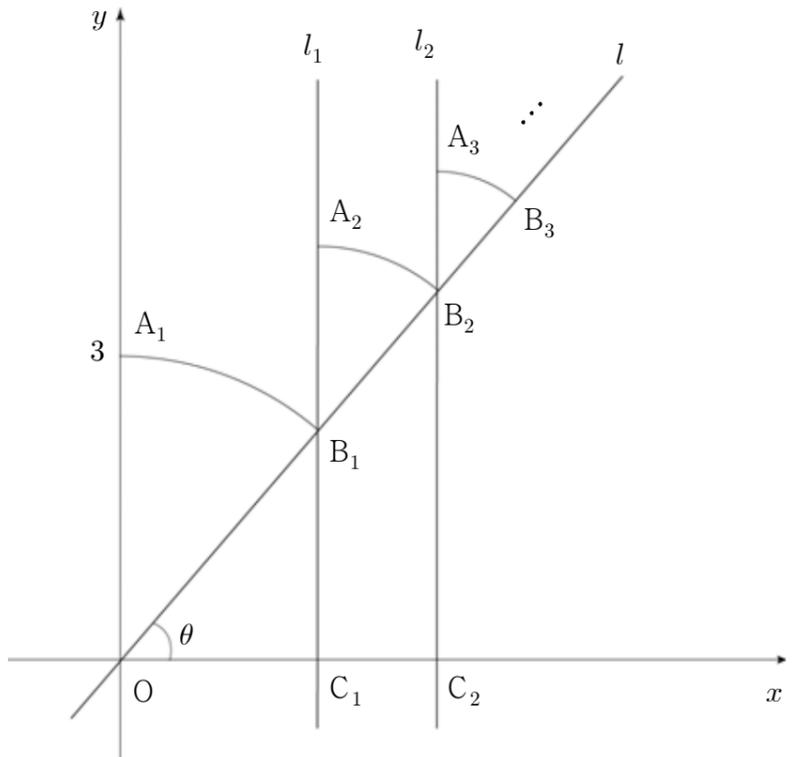
12. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) \cdots (x-10)$ 에 대하여

$\frac{f'(1)}{f'(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① -80 ② -84 ③ -88 ④ -92 ⑤ -96

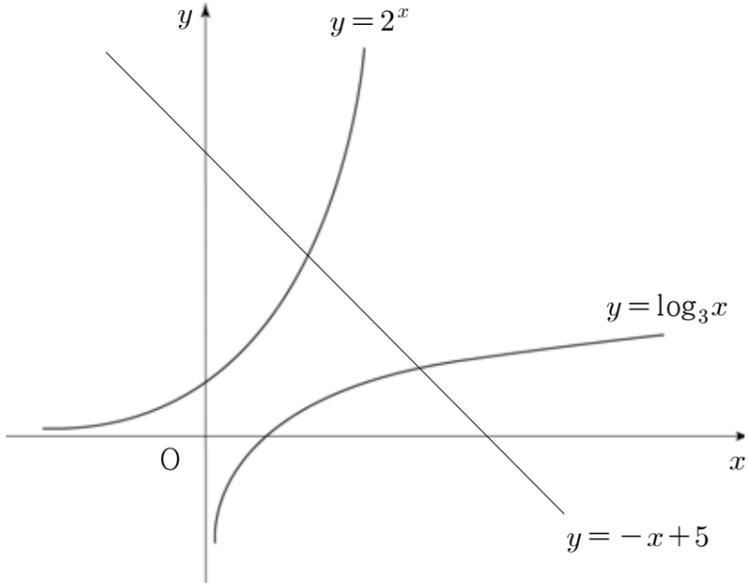
13. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x f(t) dt - f(x)}{x^2 - 1} = 2$ 를 만족할 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]
- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

14. 그림과 같이 원점 O 를 지나고 기울기가 $\tan\theta$ 인 직선 l 과 점 $A_1(0, 3)$ 이 있다. 점 O 를 중심으로 하고 $\overline{OA_1}$ 을 반지름으로 하는 원과 직선 l 이 만나는 점을 B_1 이라 하자. B_1 을 지나고 y 축에 평행한 직선 l_1 이 x 축과 만나는 점을 C_1 이라 하고, 직선 l_1 위에 $\overline{OC_1} = \overline{B_1A_2}$ 가 되는 점 A_2 를 잡는다. 점 B_1 을 중심으로 하고 $\overline{B_1A_2}$ 를 반지름으로 하는 원과 직선 l 이 만나는 점을 B_2 라 하자. B_2 를 지나고 y 축에 평행한 직선 l_2 가 x 축과 만나는 점을 C_2 라 하고, 직선 l_2 위에 $\overline{C_1C_2} = \overline{B_2A_3}$ 이 되는 점 A_3 을 잡는다. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부채꼴 $B_{n-1}B_nA_n$ 의 호의 길이를 $\widehat{A_nB_n}$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \widehat{A_nB_n} = 9\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 이다. $\overline{B_1C_1}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고 B_0 은 원점이다.) [4점]



- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

15. 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_3x$ 와 직선 $y=-x+5$ 가 만나는 점을 각각 $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $a_1 > b_2$

ㄴ. $a_1 + a_2 = b_1 + b_2$

ㄷ. $\frac{a_1}{a_2} < \frac{b_2}{b_1}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 국가의 정책 수립을 위해 국민 5만 명을 대상으로 전화와 인터넷을 이용한 설문조사를 실시하였다. 전화조사 대상자 1만 명 중 70%가 조사에 참여하였고, 인터넷조사 대상자 4만 명 중 85%가 조사에 참여하였다고 한다. 조사에 참여한 대상자 중에서 임의로 한 명 선택하였을 때, 이 사람이 인터넷조사에 참여하였을 확률은? [3점]



- ① $\frac{26}{41}$ ② $\frac{28}{41}$ ③ $\frac{30}{41}$ ④ $\frac{32}{41}$ ⑤ $\frac{34}{41}$

17. 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = a_{n+1} + \frac{a_n}{n+1}$$

으로 정의할 때, 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다.

$b_n = \frac{a_n}{n+1}$ 이라 놓으면 $a_n = (n+1)b_n$ 이므로

$$(n+3)b_{n+2} = \left(\frac{[가]}{n+2} \right) b_{n+1} + b_n$$

$$(n+3)(b_{n+2} - b_{n+1}) = -(b_{n+1} - b_n) \dots \dots (\star)$$

식 (\star) 에 $n = 1, 2, \dots, m-1$ ($m \geq 2$)를 대입하면

$$4(b_3 - b_2) = -(b_2 - b_1)$$

$$5(b_4 - b_3) = -(b_3 - b_2)$$

$$\vdots$$

$$(m+2)(b_{m+1} - b_m) = -(b_m - b_{m-1})$$

좌변과 우변을 각각 곱하여 정리하면,

$$b_{m+1} - b_m = \left(-\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)\dots\left(-\frac{1}{m+2}\right)(b_2 - b_1)$$

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (b_{k+1} - b_k) \quad (n \geq 2)$$

따라서 $a_1 = 1, a_n = (n+1)\left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{[나]}{k+2}\right)$ ($n \geq 2$)이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(n), g(k)$ 라 할 때, $f(1)g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{240}$ ② $\frac{1}{180}$ ③ $\frac{1}{40}$
- ④ $\frac{1}{30}$ ⑤ $\frac{1}{24}$

18. 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \log_c |x|$ 의 그래프와 직선 $y = n$ 의 교점의 x 좌표를 각각 a_n, b_n ($a_n > b_n$)이라 할 때, 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a_n + b_n = 0$

ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{c}{1-c}$ 이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{b_n}$ 이 발산하면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 발산한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

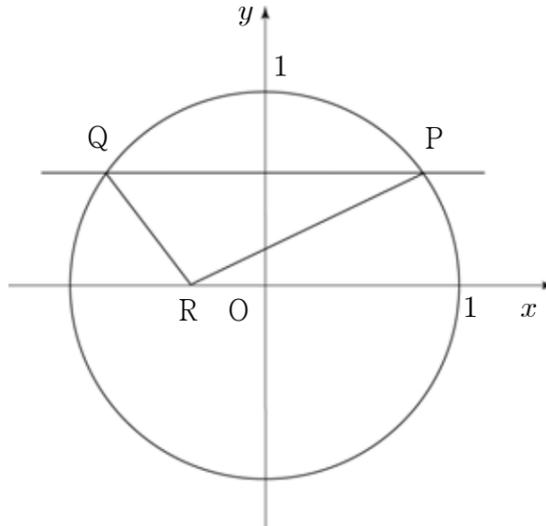
19. 정수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 10$ 이 다음 두 조건을 모두 만족시킨다.

(가) 모든 실수 α 에 대하여 $\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)dx = 2 \int_0^{\alpha} f(x)dx$
 (나) $-6 < f'(1) < -2$

이때, 함수 $y = f(x)$ 의 극솟값은? [4점]

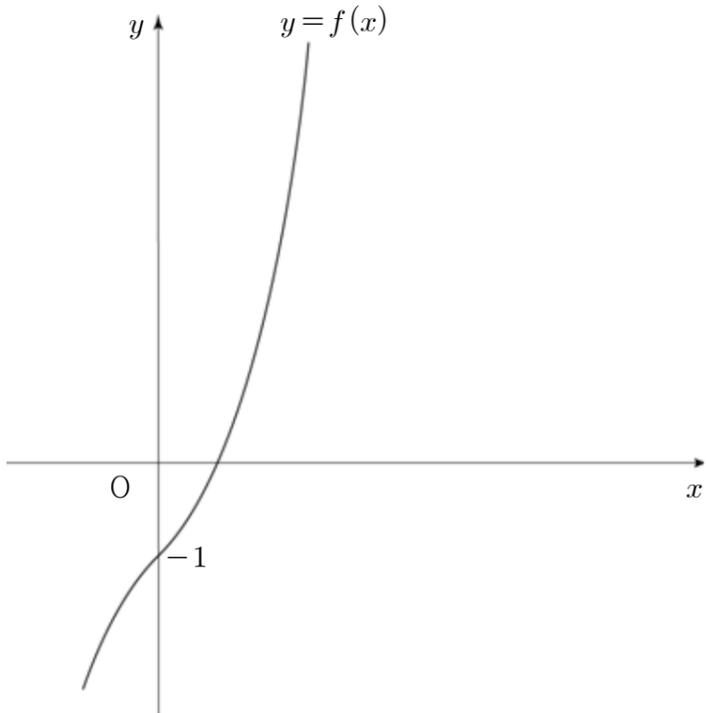
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

20. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위를 움직이는 제1사분면 위의 점 $P(\alpha, \beta)$ 를 지나고 x 축과 평행한 직선을 그어 원과 만나는 다른 점을 Q , x 축 위의 한 점을 R 라 하자. 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\alpha)$ 라 할 때, $\lim_{\alpha \rightarrow 1-0} \frac{S(\alpha)}{\sqrt{1-\alpha}}$ 의 값은? [4점]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

21. 함수 $f(x) = x^3 + x - 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,
 $\int_1^9 g(x)dx$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{47}{4}$ ② $\frac{49}{4}$ ③ $\frac{51}{4}$
- ④ $\frac{53}{4}$ ⑤ $\frac{55}{4}$

단답형(22 ~ 30)

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2$, $a_{100} - a_{90} = 34$ 를 만족할 때, a_{21} 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $x + y + z = 20$ 을 만족시키는 양의 정수 중 짝수인 x, y, z 에 대하여 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오. [3점]

24. 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $P(x, y)$ 에서의 접선의 기울기가 $3x^2-12$ 이고 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 3일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]
26. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n+n} - \sqrt{n}) = 5$ 를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수 $f(x) = \int \left\{ \frac{d}{dx} (x^2 - 6x) \right\} dx$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값이 8일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다음 두 조건을 모두 만족시키는 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{f(x)} = \frac{1}{2}$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$$

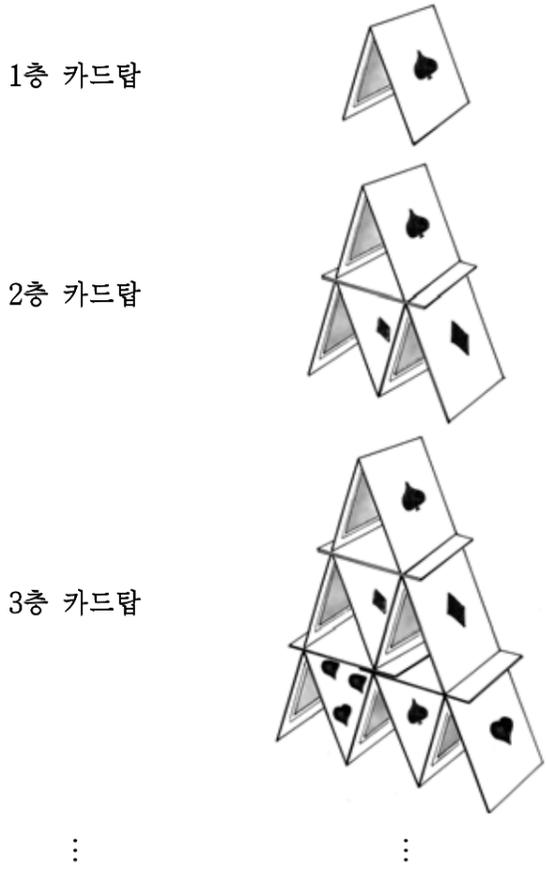
28. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$ 라 하자. 정수 부분이 네 자리인 양수 t 에 대하여

$$\log t = \frac{1}{4}f(t^2) - \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{t}\right)$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 곱을 A 라 할 때, $4 \log A$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 다음은 n 층 카드탑에 대한 설명이다.

- I. 1층 카드탑 : 두 장의 카드를 맞대어 세운 것.
- II. 2층 카드탑 : 1층 카드탑 두 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 한 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 1층 카드탑을 쌓은 것.
- III. 3층 카드탑 : 1층 카드탑 세 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 두 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 2층 카드탑을 쌓은 것.
- IV. n 층 카드탑 : 1층 카드탑 n 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 $(n-1)$ 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 $(n-1)$ 층 카드탑을 쌓은 것.



n 층 카드탑을 만드는데 필요한 카드의 개수를 a_n 이라 할 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [3점]

30. 좌표평면 위의 두 점 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$ 이 있다. 자연수 n 에 대하여 \overline{OA} 를 n 등분한 점을 차례로 A_1, A_2, \dots, A_{n-1} 이라 하고, 점 O 는 A_0 , 점 A 는 A_n 이라 하자. 점 A_k 를 지나고 x 축과 수직인 직선이 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 의 그래프와 만나는 점을 B_k 라 하자. ($k=1, 2, 3, \dots, n$)

$\overline{A_{k-1}A_k}$ 를 밑변으로 하고, $\overline{A_kB_k}$ 를 높이로 하는 직사각형 n 개의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $2\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오

제 2 교시

수리 영역(나형)

5지선다형

1. $\log_2 3 + \log_2 \frac{4}{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

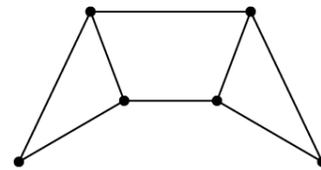
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

3. $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 2x + 3)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0의 개수는? [3점]

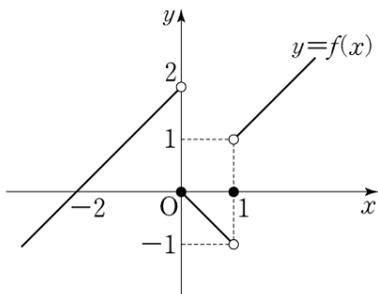


- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

5. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax}{x-1} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
[3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

7. 밀폐된 용기 속의 액체에서 증발과 응축이 계속하여 같은 속도로 일어나는 동적 평형 상태의 증기압을 포화 증기압이라 한다. 밀폐된 용기 속에 있는 어떤 액체의 경우 포화 증기압 $P(\text{mmHg})$ 와 용기 속의 온도 $t(^{\circ}\text{C})$ 사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log P = 8.11 - \frac{1750}{t+235} \quad (0 < t < 60)$$

용기 속의 온도가 15°C 일 때의 포화 증기압을 P_1 , 45°C 일 때의 포화 증기압을 P_2 라 할 때, $\frac{P_2}{P_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $10^{\frac{1}{4}}$ ② $10^{\frac{1}{2}}$ ③ $10^{\frac{3}{4}}$
④ 10 ⑤ $10^{\frac{5}{4}}$

8. 첫째항이 1이고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$b_n = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2$$

일 때, $\frac{b_6}{b_3}$ 의 값은? [3점]

- ① 56 ② 58 ③ 60 ④ 62 ⑤ 64

9. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)}{x^2-2x} = 4$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t 일 때의 위치는 각각 $f(t) = 2t^2 - 2t$, $g(t) = t^2 - 8t$ 이다. 두 점 P와 Q가 서로 반대방향으로 움직이는 시각 t 의 범위는? [3점]

- ① $\frac{1}{2} < t < 4$ ② $1 < t < 5$ ③ $2 < t < 5$
 ④ $\frac{3}{2} < t < 6$ ⑤ $2 < t < 8$

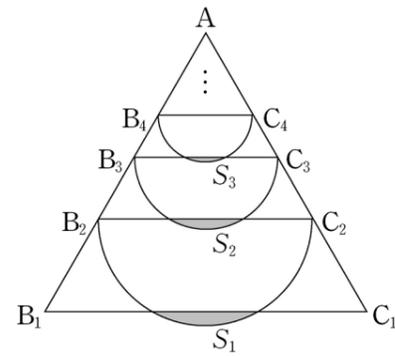
11. 첫째항이 2이고, 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \frac{1}{3}$ 일 때, S_{11} 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 한 변의 길이가 3인 정삼각형 AB_1C_1 이 있다. 그림과 같이 선분 AB_1 과 선분 AC_1 을 2:1로 내분하는 점을 각각 B_2, C_2 라 하고, 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 원의 호 B_2C_2 와 선분 B_1C_1 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 이라 하자.

정삼각형 AB_2C_2 에서 선분 AB_2 와 선분 AC_2 를 2:1로 내분하는 점을 각각 B_3, C_3 이라 하고, 선분 B_3C_3 을 지름으로 하는 원의 호 B_3C_3 과 선분 B_2C_2 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{3\pi - 5\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{6\pi - 9\sqrt{3}}{20}$ ③ $\frac{4\pi - 5\sqrt{3}}{10}$
 ④ $\frac{8\pi - 9\sqrt{3}}{20}$ ⑤ $\frac{10\pi - 9\sqrt{3}}{20}$

13. 닫힌 구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m=20$ 일 때, 상수 a 의 값은?
[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 집합 S 가

$$S = \{M \mid M \text{은 이차정사각행렬이고 } M^2 = M\}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

$$\neg. \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \in S$$

ㄴ. $A \in S$ 이고 A 의 역행렬이 존재하면 $A = E$ 이다.

ㄷ. $A + E \in S$ 이면 $A^4 \in S$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6

수리 영역(나형)

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=2$ 이고, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$a_{n+1} = \frac{S_n}{a_n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 S_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식으로부터 $a_2 = \frac{S_1}{a_1} = 1$ 이다.

$n \geq 3$ 일 때,

$$a_n = \frac{S_{n-1}}{a_{n-1}} = \frac{S_{n-2} + a_{n-1}}{a_{n-1}} = \frac{a_{n-2}a_{n-1} + a_{n-1}}{a_{n-1}}$$

이므로

$$a_n = a_{n-2} + 1$$

이다. 따라서 일반항 a_n 을 구하면, 자연수 k 에 대하여

$$n = 2k-1 \text{ 일 때, } a_{2k-1} = k+1$$

$$n = 2k \text{ 일 때, } a_{2k} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 한편, $S_n = a_n a_{n+1}$ 이므로

$$S_n = \begin{cases} (k+1) \times \boxed{\text{(가)}} & (n=2k-1) \\ \boxed{\text{(나)}} & (n=2k) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 할 때, $f(6)+g(7)$ 의 값은? [4점]

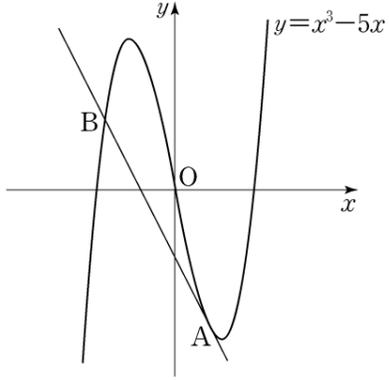
- ① 65 ② 67 ③ 69 ④ 71 ⑤ 73

16. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때,

$$\sum_{k=1}^{10} (k-\alpha)(k-\beta) \text{의 값은? [4점]}$$

- ① 255 ② 265 ③ 275 ④ 285 ⑤ 295

17. 곡선 $y = x^3 - 5x$ 위의 점 $A(1, -4)$ 에서의 접선이 점 A 가 아닌 점 B 에서 곡선과 만난다. 선분 AB 의 길이는? [4점]



- ① $\sqrt{30}$ ② $\sqrt{35}$ ③ $2\sqrt{10}$
- ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

18. 2보다 큰 자연수 n 에 대하여 $(-3)^{n-1}$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

19. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (|x| \geq 1) \\ -x & (|x| < 1) \end{cases}$$

에 대하여, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

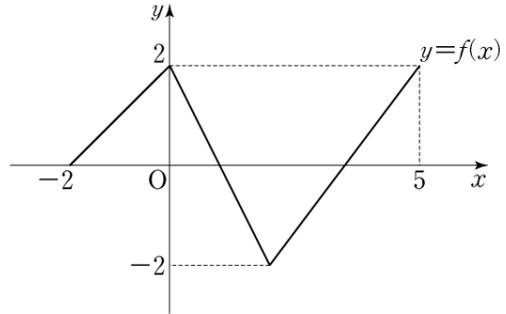
[4점]

<보 기>

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 가 불연속인 점은 2개이다.
- ㄴ. 함수 $(x-1)f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
- ㄷ. 함수 $\{f(x)\}^2$ 은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 닫힌 구간 $[-2, 5]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|nf(a)-1|-nf(a)}{2n+3} = 1$ 을 만족시키는 상수 a 의 개수는?

[4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 할 때,
 $f(2x) \leq f(x)$ 를 만족시키는 100보다 작은 자연수 x 의 개수는?
 [4점]

- ① 55 ② 57 ③ 59 ④ 61 ⑤ 63

단답형

22. 함수 $f(x) = x^2 + 7x$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 7}{3n + 1} = 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_{10} + a_6 = 6, \quad a_{10} - a_6 = -12$$

를 만족시킬 때, a_2 의 값을 구하시오. [3점]

25. 로그부등식

$$\log_2(7-x) + \log_2(7+x) > 4$$

를 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 역행렬을 갖는 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 x, y 의 연립방정식

$$\begin{cases} ax + by = 1 \\ cx + dy = 2 \end{cases}$$

의 해가 $x=5, y=4$ 일 때, $A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-5}{x-1} = 9$ 를 만족시킨다.
 $g(x) = xf(x)$ 라 할 때, $g'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 2$ 이고, $n \geq 1$ 일 때 a_{n+1} 은

$$\frac{1}{n+2} < \frac{a_n}{k} < \frac{1}{n}$$

- 을 만족시키는 자연수 k 의 개수이다. a_{10} 의 값을 구하시오.

[4점]

29. 방정식

$$4^x + 4^{-x} + a(2^x - 2^{-x}) + 7 = 0$$

이 실근을 갖기 위한 양수 a 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하십시오. [4점]

30. 3보다 큰 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 a 라 하자.

- (가) $a \geq 3$
 (나) 두 점 $(2, 0)$, $(a, \log_n a)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 보다 작거나 같다.

예를 들어 $f(5) = 4$ 이다. $\sum_{n=4}^{30} f(n)$ 의 값을 구하십시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.

5. 지수부등식 $4^{-x^2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4x}$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

6. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3^a + 1)^n}{6^{3n}}$ 이 수렴하도록 하는 자연수 a 의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

7. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-a}{(x-2)(x-3)} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

8. 모든 자연수 n 에 대하여 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

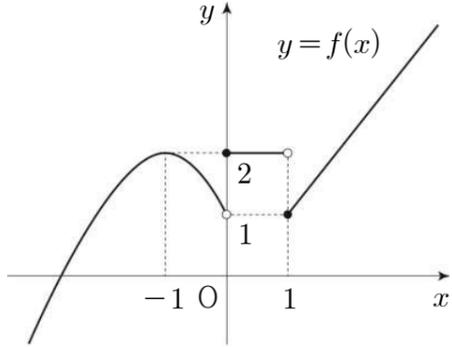
(가) $3n^2 + 1 < (2 + 4 + 6 + \dots + 2n)a_n$

(나) $b_n < 6 - 2a_n$

(다) 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 수렴한다.

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

9. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 일부가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

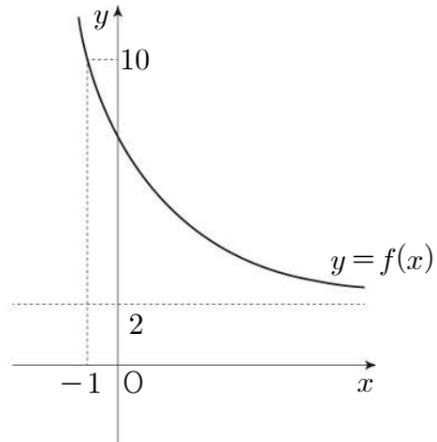
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$
- ㄴ. $\lim_{x \rightarrow -1+0} f(-x) = f(1)$
- ㄷ. 함수 $f(x)f(x+1)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 두 양수 a, b 에 대하여 세 수 $a+3, 3, b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 $\frac{2}{b}, 1, \frac{2}{a+3}$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 이때, $b-a$ 의 값은? [3점]

- ① $-5-2\sqrt{5}$ ② $-3-2\sqrt{5}$ ③ $-1-2\sqrt{5}$
- ④ $1-2\sqrt{5}$ ⑤ $3-2\sqrt{5}$

11. 점근선의 방정식이 $y=2$ 인 지수함수 $y=2^{2x+a}+b$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동시킨 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 점 $(-1, 10)$ 을 지날 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

12. 해발고도 $H(\text{m})$ 인 곳에서의 기압을 $p(\text{hPa})$, 평균해수면으로부터 해발고도 $H(\text{m})$ 까지의 기층의 평균기온을 $t(^{\circ}\text{C})$ 라 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$H = 18400(1 + 0.04t) \log \frac{p_0}{p} \quad (\text{단, } p_0 \text{은 평균해수면의 기압이다.})$$

어느 지역에서 평균해수면의 기압이 1000hPa이고, 평균해수면으로부터 해발고도 1840m까지의 기층의 평균기온이 10°C 일 때, 해발고도 1840m인 곳에서의 기압(hPa)은? [3점]

- ① $10^{\frac{29}{14}}$ ② $10^{\frac{16}{7}}$ ③ $10^{\frac{5}{2}}$
 ④ $10^{\frac{19}{7}}$ ⑤ $10^{\frac{41}{14}}$

13. 이차함수 $f(x)$ 와 다항함수 $g(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - 3g(x)\} = 2$ 를

만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8f(x) - 3g(x)}{3g(x)}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
 ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

14. 영행렬이 아닌 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. 행렬 A 의 역행렬이 존재하면 $(ABA^{-1})^2 = AB^2A^{-1}$ 이다.
 ㄴ. 행렬 A 의 역행렬이 존재하면 행렬 A^2 의 역행렬도 존재한다.
 ㄷ. 행렬 AB 의 역행렬이 존재하지 않으면 행렬 A 의 역행렬도 존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$\sum_{k=1}^n \frac{6S_k}{a_k+3} = S_n \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식에 $n=1$ 을 대입하면

$S_1 > 0$ 이므로 $a_1 = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{6S_k}{a_k+3} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{6S_k}{a_k+3} = \frac{6S_n}{a_n+3} \quad (n \geq 2) \text{이고}$$

$$a_1 = \frac{6S_1}{a_1+3} \text{이므로}$$

$$\boxed{\text{(나)}} \cdot S_n = a_n^2 + \boxed{\text{(가)}} \cdot a_n \quad (n \geq 1) \text{이다.}$$

한편, $6(S_{n+1} - S_n) = a_{n+1}^2 + 3a_{n+1} - (a_n^2 + 3a_n)$ 이므로

$$6a_{n+1} = a_{n+1}^2 - a_n^2 + 3a_{n+1} - 3a_n$$

⋮

따라서 $a_n = \boxed{\text{(다)}}$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (다)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p+q+f(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 36 ② 39 ③ 42
 ④ 45 ⑤ 48

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 2, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열이다.

모든 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 의 좌표를 (n, a_n) , 점 Q_n 의 좌표를 $(n, 0)$ 이라 하자.

삼각형 $P_nQ_nQ_{n+1}$ 의 넓이를 A_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{20} A_n$ 의 값은? [4점]

- ① $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{19}$ ② $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$ ③ $2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{21}$
 ④ $2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$ ⑤ $2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{19}$

17. 첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 부등식

$$|x - a_n| \geq |x - a_{n+1}| \quad (n \geq 1)$$

을 만족시키는 x 의 최솟값을 b_n 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

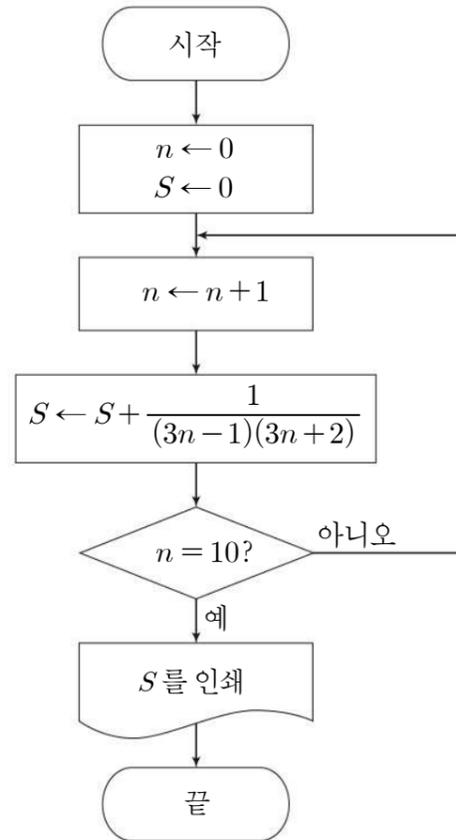
ㄱ. $b_1 = \frac{a_1 + a_2}{2}$

ㄴ. 수열 $\{b_n\}$ 은 공차가 $\frac{3}{2}$ 인 등차수열이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{10} b_n = 160$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 다음 순서도에서 인쇄되는 S 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{32}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{15}{32}$
 ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{25}{32}$

19. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^n - 2}{\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^n + 2}$ 에 대하여

$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \lim_{x \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} - 0} f(x)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

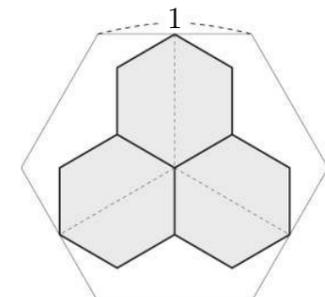
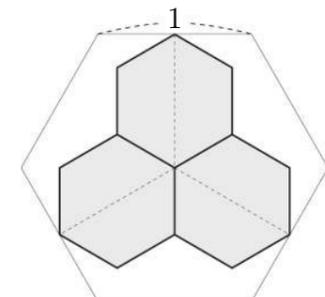
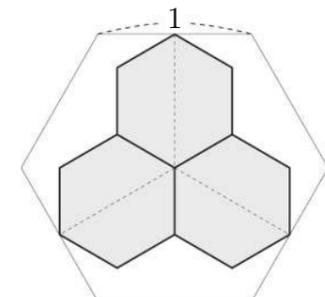
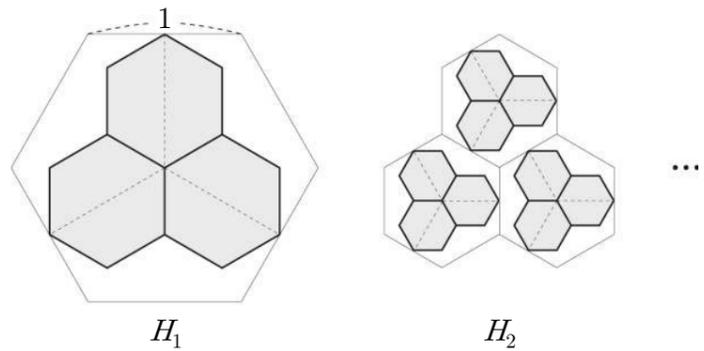
20. 한 변의 길이가 1인 정육각형에서 서로 이웃하지 않는 세 변의 중점과 이 정육각형에 외접하는 원의 중심을 각각 연결하여 세 선분을 얻는다. 이 세 선분을 각각 가장 긴 대각선으로 하는 3개의 정육각형을 그려서 얻은  모양의 그림을 H_1 이라 하고, 그림 H_1 의 넓이를 S_1 이라 하자.

그림 H_1 에서 새로 그려진 세 정육각형 내부에 각각 그림 H_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 그려서 얻은 3개의  모양의 그림을 H_2 라 하고, 그림 H_2 의 넓이를 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 그려서 얻은 3^{n-1} 개의  모양의 그림을 H_n 이라 하고, 그림 H_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점]



- ① $\frac{27}{11} \sqrt{3}$ ② $\frac{9}{4} \sqrt{3}$ ③ $\frac{27}{13} \sqrt{3}$
 ④ $\frac{27}{14} \sqrt{3}$ ⑤ $\frac{9}{5} \sqrt{3}$

21. 초콜릿이 5개 들어 있는 상자 A의 개수를 x , 초콜릿이 10개 들어 있는 상자 B의 개수를 y 라 하자. A, B 두 종류의 모든 상자 개수의 합이 15이고, 모든 초콜릿 개수의 합이 125일 때, 등식 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 25 \end{pmatrix}$ 가 성립한다. 이때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① -6 ② -5 ③ -4
 ④ -3 ⑤ -2

단답형

22. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+4x-5}{x-1} & (x \neq 1) \\ a & (x = 1) \end{cases}$ 이 $x=1$ 에서 연속일 때,

상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$$

을 만족시킬 때, $100a_{10}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 로그부등식 $\log_2 x + \log_2(x-4) \leq 5$ 를 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26. 두 실수 x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 3^x = 9^y \\ (\log_2 8x)(\log_2 4y) = -1 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\frac{1}{\alpha\beta}$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$S_n = \frac{n^2 + 3n}{2} \text{ 일 때, } \sum_{n=1}^7 2^{a_n} \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

28. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = \sin \frac{n\pi}{4}$ 일 때, $\sum_{n=1}^{32} na_n^2$ 의 값을 구하시오.

[4점]

29. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 x 의 값은 $10^{\frac{n}{m}}$ 이다.

(가) $f(x) = g(x^2) + g(x^3)$

(나) $g(x^2) > g(x^3) > g(x^4)$

이때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.)

[4점]

30. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $a_1 = 1$

(나) $\{a_n\}$ 의 계차수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $b_n = 2n - 1$ 이다.

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

5. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n - 3}{a_n + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

7. 지수방정식 $5^{2x} - 5^{x+1} + k = 0$ 이 서로 다른 두 개의 양의 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix}$$

가 $x=1, y=1$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

‘나’형

8. 세 수 $1, \log_2(2^x+1), \log_2(4^x-1)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 x 의 값을 α 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

[3점]

- ① $0 < \alpha < 1$ ② $1 < \alpha < 2$ ③ $2 < \alpha < 3$
- ④ $3 < \alpha < 4$ ⑤ $4 < \alpha < 5$

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = 2^{n-5} + n$$

을 만족시킬 때, $a_{10} - a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 40 ② 44 ③ 48 ④ 52 ⑤ 56

10. $80^x = 2, \left(\frac{1}{10}\right)^y = 4, a^z = 8$ 을 만족시키는 세 실수 x, y, z 에

대하여 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} - \frac{1}{z} = 1$ 이 성립할 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 64 ③ 96 ④ 128 ⑤ 160

11. 역행렬을 갖는 이차정사각행렬 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A + A^{-1} = E$
 (나) $A \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

행렬 A 의 모든 성분의 합은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $n < a_n < n+1$ 을 만족

시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n a_k$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

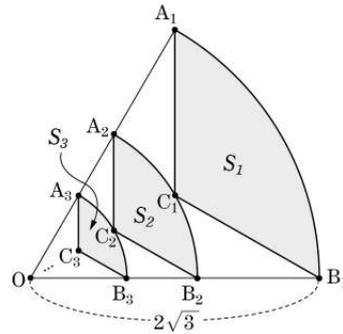
13. 그림과 같이 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$ 이고 $\angle A_1OB_1 = 60^\circ$ 인 부채꼴 A_1OB_1 이 있다.

세 점 A_1, O, B_1 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_1OB_1 의 무게중심을 C_1 이라 할 때, 두 선분 A_1C_1, B_1C_1 과 호 A_1B_1 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 이라 하자.

점 O 를 중심으로 하고 점 C_1 을 지나는 원이 두 선분 OA_1, OB_1 과 만나는 점을 각각 A_2, B_2 라 하자. 세 점 A_2, O, B_2 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_2OB_2 의 무게중심을 C_2 라 할 때, 두 선분 A_2C_2, B_2C_2 와 호 A_2B_2 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 라 하자.

점 O 를 중심으로 하고 점 C_2 를 지나는 원이 두 선분 OA_2, OB_2 와 만나는 점을 각각 A_3, B_3 이라 하자. 세 점 A_3, O, B_3 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_3OB_3 의 무게중심을 C_3 이라 할 때, 두 선분 A_3C_3, B_3C_3 과 호 A_3B_3 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $2\pi - \sqrt{3}$ ② $2\pi - 2\sqrt{3}$ ③ $2\pi - 3\sqrt{3}$
 ④ $3\pi - 3\sqrt{3}$ ⑤ $3\pi - 4\sqrt{3}$

14. 신경세포 또는 근육세포와 같은 대부분의 세포에서는 흥분하지 않은 상태에서 세포의 외부와 내부의 전위차가 생기는데 이것을 휴지전위라고 한다. 세포의 외부와 내부의 칼륨이온 농도(단위는 mM)가 각각 $[K^+]_O$, $[K^+]_I$ 일 때의 휴지전위(단위는 mV)를 E_K 라 하면 등식

$$E_K = t(\log[K^+]_O - \log[K^+]_I) \quad (\text{단, } t \text{ 는 양의 상수이다.})$$

가 성립한다. $[K^+]_O$, $[K^+]_I$, E_K 의 값이 표와 같을 때, 실수 q 의 값은? [4점]

$[K^+]_O$	$[K^+]_I$	E_K
a	b	p
$10a$	b	$p+60$
10^2a	$\sqrt{10}b$	$p+q$

- ① 90 ② 120 ③ 150 ④ 180 ⑤ 210

15. n 이 자연수일 때, x 에 대한 방정식

$$\sum_{k=0}^n (x-k)^2 = \sum_{k=1}^n (x+k)^2$$

의 0이 아닌 해를 $x = a_n$ 이라 하자. a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260

16. 등식 $2^a = 5^b$ 을 만족시키는 양의 실수 a, b 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $b = \frac{1}{2}$ 이면 $a = \log_4 5$ 이다.

ㄴ. $2 < \frac{a}{b} < 3$

ㄷ. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 은 무리수이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 일반항이 $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ ($n=1, 2, 3, \dots$)인 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_n 의 값이 6의 배수인 항들을 작은 것부터 차례로 나열한 수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, 다음은 $\sum_{k=1}^{4n} b_k$ 를 구하는 과정이다.

$a_{n+12} - a_n = \boxed{\text{(가)}}$ 이므로 $a_{n+12} - a_n$ 은 6의 배수이다. ㉠

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12}$ 중에서 6의 배수인 것은 $a_3 = 6, a_8 = 36, a_{11} = 66, a_{12} = 78$ 이므로 $b_1 = a_3, b_2 = a_8, b_3 = a_{11}, b_4 = a_{12}$ 이다. ㉡

㉠, ㉡에서

$b_{4n-3} = a_{12n-9} = 6(4n-3)(3n-2)$

$b_{4n-2} = a_{12n-4} = 6(3n-1)(4n-1)$

$b_{4n-1} = \boxed{\text{(나)}}$

$b_{4n} = 6n(12n+1)$

따라서 $\sum_{k=1}^{4n} b_k = \sum_{k=1}^n \boxed{\text{(다)}} = \boxed{\hspace{2cm}}$

위의 (가), (나), (다)에 들어갈 식을 각각 $f(n), g(n), h(k)$ 라 할 때, $f(1)+g(2)+h(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 552 ② 558 ③ 564 ④ 570 ⑤ 576

‘나’형

18. 두 이차정사각행렬 A, B 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $BA + B = E$
- (나) $A^2B = A + E$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

- <보 기> —————
- ㄱ. 행렬 B 의 역행렬이 존재한다.
 - ㄴ. $AB = BA$
 - ㄷ. 행렬 AB 의 모든 성분의 합은 -2 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 네 직선 $x=1, x=n+1, y=x, y=2x$ 로 둘러싸인 사각형의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

20. 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

(가) $[\log_3 n] = 3$

(나) $[\log n^2] = [\log 2n] + 2$

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

21. 자연수 n 에 대하여 다음 시행을 한다.

n 이 홀수이면 n 에서 1을 빼고,
 n 이 짝수이면 n 을 2로 나눈다.

자연수 n 이 1이 될 때까지 반복한 시행의 횟수를 a_n 이라 정의하자. 예를 들어 $a_7 = 4$, $a_8 = 3$ 이다. $S_n = \sum_{k=2^n}^{2^{n+3}} a_k$ 라 할 때, S_{50} 의 값은? (단, $a_1 = 0$ 이다.) [4점]

- ① 200 ② 201 ③ 202 ④ 203 ⑤ 204

‘나’형

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 4$, $a_2 + a_3 = 17$ 일 때, a_4 의 값을 구하시오. [3점]

23. $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 10$ 을 만족시키는 양수 a 에 대하여 $a + a^{-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $y = \log_3\left(\frac{x}{9} - 1\right)$ 의 그래프는 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 것이라 할 때, $10(m+n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 꼭짓점의 개수가 5인 그래프 G 의 연결 관계를 나타내는 행렬을 P 라 할 때, 행렬 P 의 (i, j) 성분 a_{ij} 는 다음과 같다.

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & (i+j \text{가 짝수일 때}) \\ 1 & (i+j \text{가 홀수일 때}) \end{cases} \quad (i=1, 2, 3, 4, 5, j=1, 2, 3, 4, 5)$$

그래프 G 의 변의 개수를 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오.

[3점]

26. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$, $a_2=1$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n+2} - a_{2n} = 1$

(나) $a_{2n+1} - a_{2n-1} = 0$

$a_{100} + a_{101}$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$S_n = \frac{6n}{n+1} \text{ 이다. } \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1}) \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

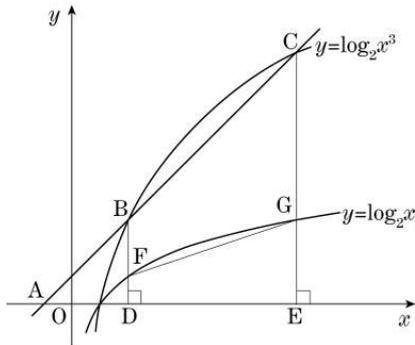
28. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$$

$$(나) \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - 5b_n) = 3$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 3b_n}{a_n + b_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 그림과 같이 x 축 위의 한 점 A 를 지나는 직선이 곡선 $y = \log_2 x^3$ 과 서로 다른 두 점 B, C 에서 만나고 있다. 두 점 B, C 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하고, 두 선분 BD, CE 가 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 각각 F, G 라 하자. $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$ 이고, 삼각형 ADB 의 넓이가 $\frac{9}{2}$ 일 때, 사각형 $BFGC$ 의 넓이를 구하시오. (단, 점 A 의 x 좌표는 0보다 작다.) [4점]



30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 점 P_n, Q_n 을 다음 규칙대로 잡는다.

- (가) 점 P_1 의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- (나) 점 P_n 을 x 축의 방향으로 n 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 점은 Q_n 이다.
- (다) 점 Q_n 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 점은 P_{n+1} 이다.

점 Q_n 의 좌표를 (a_n, b_n) 이라 할 때, $a_{21} + b_{21}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수리 영역(나형)

출수형

5지선다형

1. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 의 역행렬 A^{-1} 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 2}{5^n + 3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

3. 함수 $f(x) = x^2 + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

4. 어느 학교 학생회가 축제 기간에 운영하는 먹거리 장터에서 수학 동아리가 다음과 같은 차림표를 마련하였다.

차림표		
품명	단위	가격(원)
유클리드 생수	병	$500 \times \sqrt[3]{8}$
피타고라스 김밥	줄	$500 \times \log_3 27$
가우스 떡볶이	접시	$500 \times \sum_{k=1}^3 k$
⋮	⋮	⋮

유클리드 생수 1병과 피타고라스 김밥 1줄을 살 때, 지불해야 할 금액은? [3점]

- ① 1500 원 ② 2000 원 ③ 2500 원
 ④ 3000 원 ⑤ 3500 원

5. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1=1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{2n}{n+1} a_n$$

을 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

6. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	$2a$	1

$E(4X+10)$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

7. 누에나방 암컷은 페로몬을 분비하여 수컷을 유인한다.

누에나방 암컷이 페로몬을 분비한 후 t 초가 지났을 때 분비한 곳으로부터 거리가 x 인 곳에서 측정한 페로몬의 농도 y 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$\log y = A - \frac{1}{2} \log t - \frac{Kx^2}{t} \quad (\text{단, } A \text{와 } K \text{는 양의 상수이다.})$$

누에나방 암컷이 페로몬을 분비한 후 1초가 지났을 때 분비한 곳으로부터 거리가 2인 곳에서 측정한 페로몬의 농도는 a 이고, 분비한 후 4초가 지났을 때 분비한 곳으로부터 거리가 d 인

곳에서 측정한 페로몬의 농도는 $\frac{a}{2}$ 이다. d 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

8. 다항식 $(x+a)^7$ 의 전개식에서 x^4 의 계수가 280일 때, x^5 의 계수는? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 84 ② 91 ③ 98 ④ 105 ⑤ 112

9. 함수 $F(x) = \int_0^x (t^3 - 1)dt$ 에 대하여 $F'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 9 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

10. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고,

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2}, \quad P(A|B) = \frac{3}{8}$$

일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

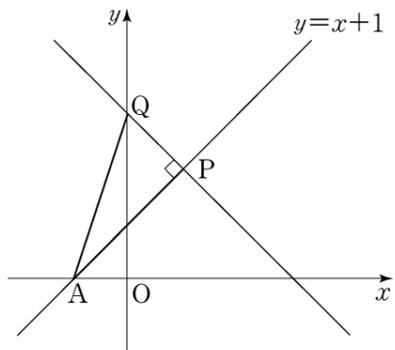
- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

11. 첫째항이 -5 이고 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=11}^{20} a_k \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 260 ② 255 ③ 250 ④ 245 ⑤ 240

12. 그림과 같이 직선 $y=x+1$ 위에 두 점 $A(-1, 0)$ 과 $P(t, t+1)$ 이 있다. 점 P 를 지나고 직선 $y=x+1$ 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AQ}^2}{\overline{AP}^2}$ 의 값은? [3점]

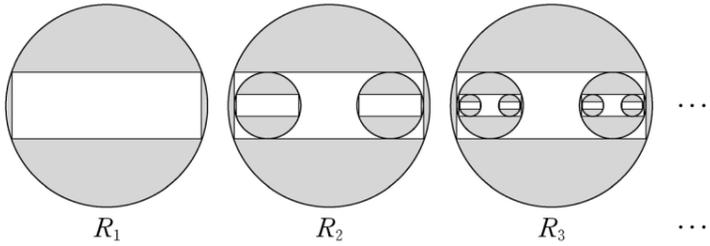


- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

13. 주머니 A에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 주머니 A에서 임의로 카드를 한 장 꺼내고, 3의 배수가 아니면 주머니 B에서 임의로 카드를 한 장 꺼낸다. 주머니에서 꺼낸 카드에 적힌 수가 짝수일 때, 그 카드가 주머니 A에서 꺼낸 카드일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

14. 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 그림과 같이 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 3:1인 직사각형을 이 원에 내접하도록 그리고, 원의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에서 직사각형의 세 변에 접하도록 원 2개를 그린다. 새로 그려진 각 원에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 그림 R_2 에서 새로 그려진 직사각형의 세 변에 접하도록 원 4개를 그린다. 새로 그려진 각 원에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{4}\pi - \frac{5}{3}$ ② $\frac{5}{4}\pi - \frac{3}{2}$ ③ $\frac{4}{3}\pi - \frac{8}{5}$
- ④ $\frac{5}{4}\pi - 1$ ⑤ $\frac{4}{3}\pi - \frac{16}{15}$

15. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 + B = 3E, \quad A^4 + B^2 = 7E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $AB = BA$
 ㄴ. $B^{-1} = A^2$
 ㄷ. $A^6 + B^3 = 18E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 어느 공장에서 생산되는 제품의 길이 X 는 평균이 m 이고, 표준편차가 4인 정규분포를 따른다고 한다.

$P(m \leq X \leq a) = 0.3413$ 일 때, 이 공장에서 생산된 제품 중에서 임의추출한 제품 16개의 길이의 표본평균이 $a-2$ 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, a 는 상수이고, 길이의 단위는 cm이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.0919
 ④ 0.1359 ⑤ 0.1587

17. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$nS_{n+1} = (n+2)S_n + (n+1)^3 \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

자연수 n 에 대하여 $S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$ 이므로

$$na_{n+1} = 2S_n + (n+1)^3 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

이다. 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$(n-1)a_n = 2S_{n-1} + n^3 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

이고, ㉠에서 ㉡을 뺀 식으로부터

$$na_{n+1} = (n+1)a_n + \boxed{\text{(가)}}$$

를 얻는다. 양변을 $n(n+1)$ 로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n}{n} + \frac{\boxed{\text{(가)}}}{n(n+1)}$$

이다. $b_n = \frac{a_n}{n}$ 이라 하면,

$$b_{n+1} = b_n + 3 + \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

이므로

$$b_n = b_2 + \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 3)$$

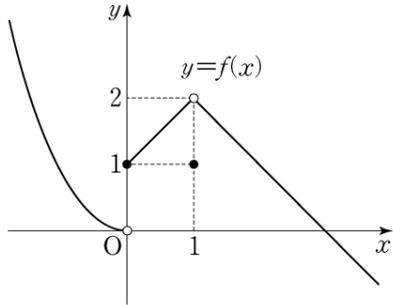
이다.

⋮

위의 (가), (나), (다)에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(3)}{g(3)h(6)}$ 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 54

18. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 1$
 - ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$
 - ㄷ. 함수 $(x-1)f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 이차함수 $f(x)$ 는 $f(0) = -1$ 이고,

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 10 ③ 9 ④ 8 ⑤ 7

20. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 하자. 두 부등식

$$f(n) \leq f(54), \quad g(n) \leq g(54)$$

를 만족시키는 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다. 방정식 $|f(x)| = 2$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4일 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $\log_3(x-11) = 3\log_3 2$ 를 만족시키는 x 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\int_0^5 (4x-3)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 세 수 $a, a+b, 2a-b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 $1, a-1, 3b+1$ 은 이 순서대로 공비가 양수인 등비수열을 이룬다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y = -x^3 + 4x$ 위의 점 $(1, 3)$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 이다. $10a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

27. 구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가 $f(x)$ 이다. X 의 평균이 $\frac{1}{4}$ 이고, $\int_0^1 (ax + 5)f(x)dx = 10$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

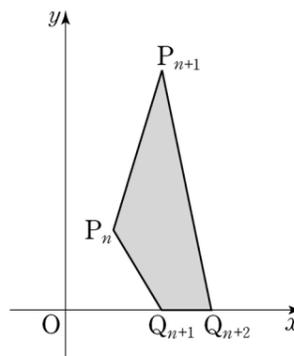
28. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 점 P_n 의 좌표를 $(n, 3^n)$, 점 Q_n 의 좌표를 $(n, 0)$ 이라 하자.

사각형 $P_n Q_{n+1} Q_{n+2} P_{n+1}$ 의 넓이를 a_n 이라 할 때,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$$

이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는

서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 이차정사각행렬 A 가 다음 조건을 만족시킨다. (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

$$(가) A^2 + 2A - E = O$$

$$(나) A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$(A+2E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 자연수 a, b 에 대하여 곡선 $y=a^{x+1}$ 과 곡선 $y=b^x$ 이 직선 $x=t$ ($t \geq 1$)와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. 예를 들어, $a=4, b=5$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

[4점]

$$(가) 2 \leq a \leq 10, 2 \leq b \leq 10$$

$$(나) t \geq 1 \text{인 어떤 실수 } t \text{에 대하여 } \overline{PQ} \leq 10 \text{이다.}$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

1. $\log_2 3 + \log_2 \frac{8}{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 행렬 A, B 에 대하여

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 $A^2 - AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{11}{12}$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

수리 영역(나형)

5. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + 1 & (x \geq 1) \\ 2x^2 + a & (x < 1) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하도록 하는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 어느 양식장의 물고기의 무게는 평균 800 g, 표준편차 50 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양식장에서 임의로 선택한 물고기 한 마리의 무게가 830 g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.3	0.1179
0.4	0.1554
0.5	0.1915
0.6	0.2257

- ① 0.2257 ② 0.2743 ③ 0.3085
 ④ 0.3446 ⑤ 0.3821

7. 이차함수 $f(x) = (x - \alpha)(x - \beta)$ 에서 두 상수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\alpha < 0 < \beta$
 (나) $\alpha + \beta > 0$

이때, 세 정적분

$$A = \int_{\alpha}^0 f(x) dx, \quad B = \int_0^{\beta} f(x) dx, \quad C = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$$

의 값의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
 ④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

수리 영역(나형)

3

8. 주머니 속에 n 개의 흰 바둑돌과 3개의 검은 바둑돌이 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 바둑돌을 동시에 꺼낼 때, 2개 모두 검은 바둑돌일 확률이 $\frac{1}{12}$ 이다. 이때, 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

9. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 2, \quad g(x) = \sin x$$

가 있다. 이때, 합성함수 $(f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

[3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

10. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $AB=BA$ 이면 $A^2B=BA^2$ 이다.

ㄴ. $AB=O$ 이면 $AB=BA$ 이다.

ㄷ. $A^2B=E$ 이면 $AB=BA$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수리 영역(나형)

11. 첫째항이 4이고 공비가 5인 등비수열에서 제 21 항은 n 자리의 수이다. 이때, 자연수 n 의 값은? (단, $\log 2 = 0.3010$ 으로 계산한다.) [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

12. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} (n+1-k)^2 = \sum_{k=1}^n k \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n=1$ 일 때, (좌변) = 1, (우변) = 1 이므로 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

(2) $n=m$ 일 때 $\textcircled{1}$ 이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m (-1)^{k-1} (m+1-k)^2 = \sum_{k=1}^m k$$

이다. $n=m+1$ 일 때 $\textcircled{1}$ 이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{m+1} (-1)^{k-1} (m+2-k)^2 \\ &= (-1)^0 (m+1)^2 + (-1)^1 m^2 + \dots + (-1)^m \cdot 1^2 \\ &= (m+1)^2 + \boxed{\text{가}} \cdot \sum_{k=1}^m (-1)^{k-1} (m+1-k)^2 \\ &= (m+1)^2 + \boxed{\text{나}} \\ &= \sum_{k=1}^{m+1} k \end{aligned}$$

그러므로 $n=m+1$ 일 때도 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

따라서 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

위의 증명에서 (가)에 알맞은 수를 a 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(m)$ 이라 할 때, $a+f(9)$ 의 값은? [4점]

- ① -46 ② -44 ③ -42 ④ -40 ⑤ -38

수리 영역(나형)

5

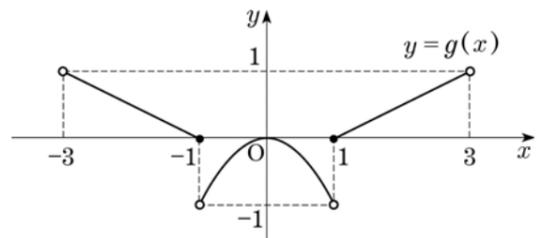
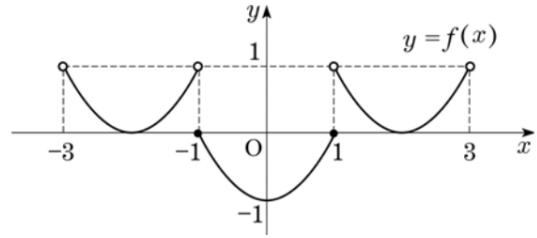
13. 상수함수가 아닌 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = \{f(x)\}^2$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 그림은 열린 구간 $(-3, 3)$ 에서 정의된 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$

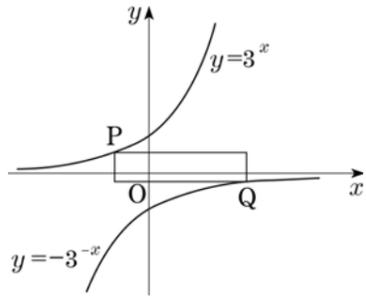
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) + g(x)\} = 1$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)g(x) = 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

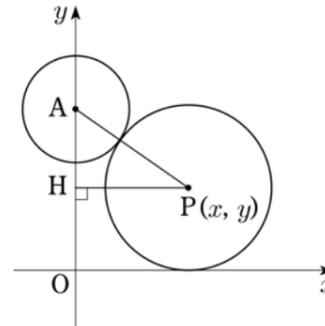
수리 영역(나형)

15. 함수 $y=3^x$ 의 그래프 위의 점 $P(\alpha, 3^\alpha)$ 과 함수 $y=-3^{-x}$ 의 그래프 위의 점 $Q(\beta, -3^{-\beta})$ 에 대하여 $\beta-\alpha=4$ 가 성립한다. 그림과 같이 두 점 P, Q를 지나고 x 축, y 축과 평행한 직선을 그려 만들어지는 직사각형의 넓이의 최솟값은? [4점]



- ① $\frac{2}{9}$
- ② $\frac{2\sqrt{2}}{9}$
- ③ $\frac{4}{9}$
- ④ $\frac{4\sqrt{2}}{9}$
- ⑤ $\frac{8}{9}$

16. 그림과 같이 중심이 $A(0, 3)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 x 축에 접하는 원의 중심을 $P(x, y)$ 라 하자. 점 P에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\overline{PH}^2}{\overline{PA}}$ 의 값은? [4점]



- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

수리 영역(나형)

7

17. 삼차함수 $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 2x - 1$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} f\left(-1 + \frac{2k}{n}\right)$$

의 값은? [4점]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

18. 다음은 6개의 꼭짓점 A, B, C, D, E, F로 이루어진 그래프를 나타내는 행렬이다.

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	1	1
B	0	0	1	0	1	1
C	1	1	0	1	0	0
D	0	0	1	0	1	1
E	1	1	0	1	0	1
F	1	1	0	1	1	0

이 그래프에 대한 옳은 설명만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 두 꼭짓점 A와 F를 연결하는 변이 존재한다.
 ㄴ. 모든 꼭짓점에는 3개 이상의 변이 연결되어 있다.
 ㄷ. 꼭짓점 B에서 출발하여 두 개의 변을 지나 꼭짓점 E로 가는 경로가 존재한다.

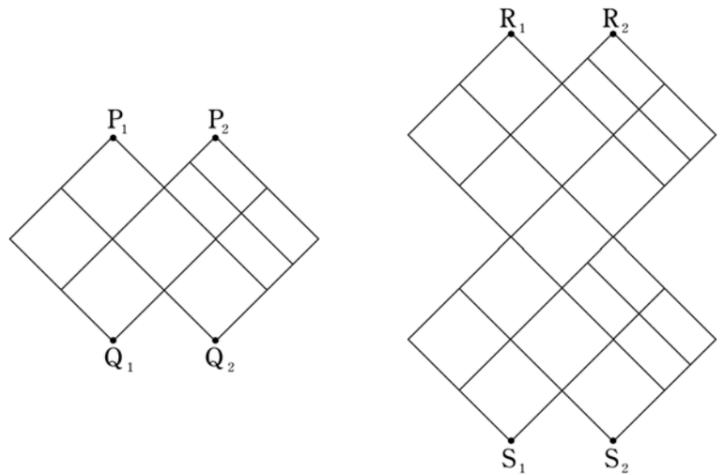
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수리 영역(나형)

19. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 점 P는 점 A(5)를 출발하여 시각 t 에서의 속도가 $3t^2 - 2$ 이고, 점 Q는 점 B(k)를 출발하여 시각 t 에서의 속도가 1이다. 두 점 P, Q가 동시에 출발한 후 2번 만나도록 하는 정수 k 의 값은? (단, $k \neq 5$) [4점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

20. 그림과 같은 두 개의 도로망이 있다.



이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} ($i=1, 2, j=1, 2$)를

$a_{ij} =$ (P_i 지점에서 도로망을 따라 Q_j 지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수)

로 정의하자.

다음 중 R_1 지점에서 도로망을 따라 S_2 지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수와 같은 것은? (단, 모든 도로는 서로 평행하거나 수직이다.) [4점]

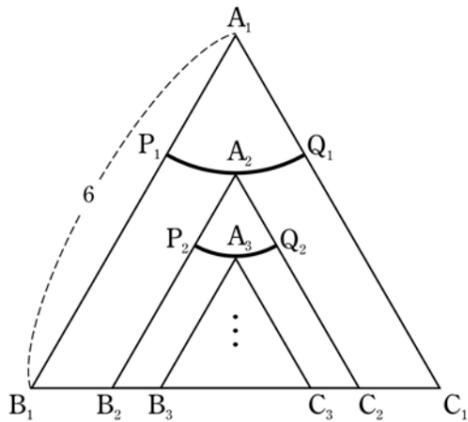
- ① 행렬 $2A$ 의 $(1, 2)$ 성분
- ② 행렬 A^2 의 $(1, 2)$ 성분
- ③ 행렬 A^2 의 $(2, 1)$ 성분
- ④ 행렬 A 의 $(1, 2)$ 성분과 $(2, 2)$ 성분의 곱
- ⑤ 행렬 A 의 $(1, 2)$ 성분과 $(2, 1)$ 성분의 곱

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다.

꼭짓점 A_1 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}\overline{A_1B_1}$ 인 원이 삼각형 $A_1B_1C_1$ 과 만나는 점을 각각 P_1, Q_1 이라 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부에 있는 호 P_1Q_1 을 이등분하는 점을 A_2 라 하자. 점 A_2 를 꼭짓점으로 하고 나머지 두 꼭짓점 B_2, C_2 가 변 B_1C_1 위에 있는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그린다.

꼭짓점 A_2 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}\overline{A_2B_2}$ 인 원이 삼각형 $A_2B_2C_2$ 와 만나는 점을 각각 P_2, Q_2 라 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부에 있는 호 P_2Q_2 를 이등분하는 점을 A_3 이라 하자. 점 A_3 을 꼭짓점으로 하고 나머지 두 꼭짓점 B_3, C_3 이 변 B_1C_1 위에 있는 정삼각형 $A_3B_3C_3$ 을 그린다.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 호 P_nQ_n 의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\sqrt{3}\pi$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi$ ③ $2\sqrt{3}\pi$
- ④ $\frac{5\sqrt{3}}{2}\pi$ ⑤ $3\sqrt{3}\pi$

단답형

22. $(1+x)^{10}$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 첫째항이 a 이고 공차가 $a+1$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 = 15$$

를 만족시킬 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선 $y = x^3 - 2x$ 위의 점 $(2, 4)$ 에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 S 라 할 때, $10S$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 어떤 음원에서 나오는 음향출력이 x (W)일 때, 음향과위레벨 L_w (dB)는 다음과 같이 계산한다.

$$L_w = 10 \log \frac{x}{x_0}$$

(단, x_0 은 기준 음향출력을 나타내는 상수이다.)

일반적인 대화에서 나오는 음향출력이 $\frac{1}{10^5}$ (W)일 때, 음향과위레벨은 70(dB)이라고 한다. 비행기 엔진 소리에서 나오는 음향출력이 10^2 (W)일 때, 음향과위레벨은 a (dB)이다. 이때, a 의 값을 구하시오. [3점]

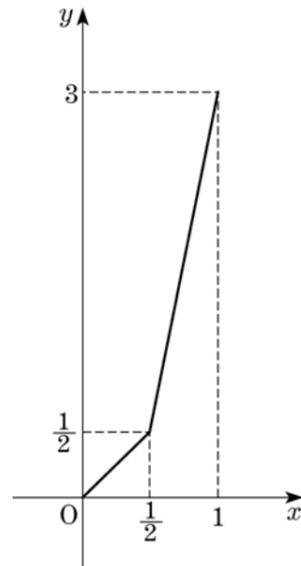
26. x 에 대한 로그방정식

$$(\log x + \log 2)(\log x + \log 4) = -(\log k)^2$$

이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 양수 k 의 값의 범위가 $\alpha < k < \beta$ 일 때, $10(\alpha^2 + \beta^2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 축구공, 농구공, 배구공 중에서 4개의 공을 선택하는 방법의 수를 구하시오. (단, 각 종류의 공은 4개 이상씩 있고, 같은 종류의 공은 서로 구별하지 않는다.) [3점]

28. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위가 $0 \leq X \leq 1$ 이고 확률밀도 함수의 그래프는 그림과 같다. 확률변수 X 의 평균이 $E(X) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 행렬 $A = 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^n 의 모든 성분의 합을 S_n 이라 하자. 이때, $S_n = 3^{n+1}$ 을 만족시키는 100 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 3, a_n = 8n - 4 \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

를 만족시키고, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{S_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수리 영역(나형)

5지선다형

1. $\log_2 12 + \log_2 \frac{4}{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5}{2n^2 + n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $3A^{-1}$ 의 모든 성분의 합은?

[2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{4}{5}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

2

수리 영역(나형)

5. 방정식 $2^x + 2^{5-x} = 33$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

6. 확률변수 X 의 확률분포표가 다음과 같다.

X	1	3	7	계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{4}$	b	1

$E(X) = 5$ 일 때, b 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{19}{36}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{11}{18}$ ⑤ $\frac{23}{36}$

7. 특정 환경의 어느 웹사이트에서 한 메뉴 안에 선택할 수 있는 항목이 n 개 있는 경우, 항목을 1개 선택하는 데 걸리는 시간 T (초)가 다음 식을 만족시킨다.

$$T = 2 + \frac{1}{3} \log_2(n+1)$$

메뉴가 여러 개인 경우, 모든 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 전체 시간은 각 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 시간을 모두 더하여 구한다. 예를 들어, 메뉴가 3개이고 각 메뉴 안에 항목이 4개씩 있는 경우, 모든 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 전체 시간은 $3\left(2 + \frac{1}{3} \log_2 5\right)$ 초이다. 메뉴가 10개이고 각 메뉴 안에 항목이 n 개씩 있을 때, 모든 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 전체 시간이 30초 이하가 되도록 하는 n 의 최댓값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

8. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여

$\frac{S_4}{S_2} = 9$ 일 때, $\frac{a_4}{a_2}$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

9. 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 8, 4인 마름모 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

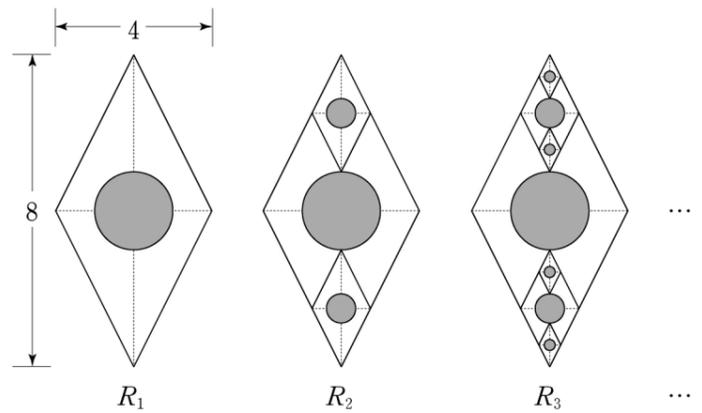
그림 R_1 에 있는 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 2개 그린다.

새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 있는 작은 두 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 4개 그린다.

새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 방법으로 n 번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]

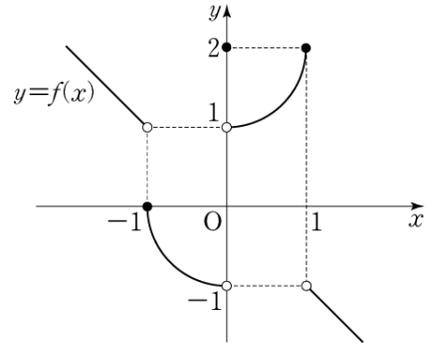


- ① $\frac{16}{13}\pi$ ② $\frac{32}{25}\pi$ ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{32}{23}\pi$ ⑤ $\frac{16}{11}\pi$

10. 곡선 $y = x^2 - x + 2$ 와 직선 $y = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

11. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + f(0) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

12. 주사위를 1개 던져서 나오는 눈의 수가 6의 약수이면 동전을 3개 동시에 던지고, 6의 약수가 아니면 동전을 2개 동시에 던진다. 1개의 주사위를 1번 던진 후 그 결과에 따라 동전을 던질 때, 앞면이 나오는 동전의 개수가 1일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{11}{24}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

13. 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^3 f(x) dx = 3 \int_0^1 f(x) dx$

ㄴ. $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^1 f(x) dx$

ㄷ. $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx = \left\{ \int_0^1 f(x) dx \right\}^2$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

6

수리 영역(나형)

14. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & a \end{pmatrix}$ 와 이차정사각행렬 B 가 다음 조건을 만족시킬 때, 행렬 $A+B$ 의 (1, 2)성분과 (2, 1)성분의 합은?
[4점]

(가) $B \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이다.

(나) $AB=2A$ 이고, $BA=4B$ 이다.

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

15. 점 $(0, -4)$ 에서 곡선 $y=x^3-2$ 에 그은 접선이 x 축과 만나는 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 할 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

16. 어느 공장에서 생산되는 제품 A의 무게는 정규분포 $N(m, 1)$ 을 따르고, 제품 B의 무게는 정규분포 $N(2m, 4)$ 를 따른다. 이 공장에서 생산된 제품 A와 제품 B에서 임의로 제품을 1개씩 선택할 때, 선택된 제품 A의 무게가 k 이상일 확률과 선택된 제품 B의 무게가 k 이하일 확률이 같다. $\frac{k}{m}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{11}{9}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{23}{18}$ ④ $\frac{47}{36}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

17. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 x 의 값의 곱은? [4점]

(가) $f(x)+3g(x)$ 의 값은 정수이다.
 (나) $f(x)+f(x^2)=6$

- ① 10^4 ② $10^{\frac{13}{3}}$ ③ $10^{\frac{14}{3}}$ ④ 10^5 ⑤ $10^{\frac{16}{3}}$

18. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 3ax$ 의 역함수가 존재하도록 하는 상수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$a_{n+1} = \frac{3a_n - 1}{4a_n - 1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$4a_{n+1} - 1 = 4 \times \frac{3a_n - 1}{4a_n - 1} - 1 = 2 - \frac{1}{4a_n - 1}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = (4a_n - 1)b_n \quad (n \geq 1) \dots\dots (*)$$

이라 하면,

∴

$$b_{n+2} - b_{n+1} = b_{n+1} - b_n \text{이다.}$$

즉, $\{b_n\}$ 은 등차수열이므로 (*)에 의하여

$$b_n = \boxed{\text{(가)}} \text{이고,}$$

$$a_n = \boxed{\text{(나)}} \text{이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(14) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

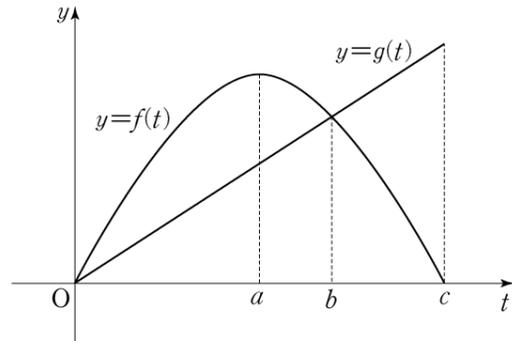
20. 함수 $f(x) = x^2 - x + a$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x+1) & (x \leq 0) \\ f(x-1) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $y = \{g(x)\}^2$ 이 $x=0$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

21. 같은 높이의 지면에서 동시에 출발하여 지면과 수직인 방향으로 올라가는 두 물체 A, B가 있다. 그림은 시각 t ($0 \leq t \leq c$)에서 물체 A의 속도 $f(t)$ 와 물체 B의 속도 $g(t)$ 를 나타낸 것이다.



$\int_0^c f(t) dt = \int_0^c g(t) dt$ 이고 $0 \leq t \leq c$ 일 때, 옳은 것만을

<보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $t=a$ 일 때, 물체 A는 물체 B보다 높은 위치에 있다.
- ㄴ. $t=b$ 일 때, 물체 A와 물체 B의 높이의 차가 최대이다.
- ㄷ. $t=c$ 일 때, 물체 A와 물체 B는 같은 높이에 있다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2 = 1$ 이고, $a_1 + a_6 = 8$ 일 때, a_{21} 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 와 이차정사각행렬 B 의 (i, j) 성분 b_{ij} 를 각각

$$a_{ij} = i - j + 1, \quad b_{ij} = i + j + 1 \quad (i = 1, 2, j = 1, 2)$$

라 할 때, 행렬 AB 의 $(2, 2)$ 성분을 구하시오. [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1)a_n = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2+1)b_n = 7$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(10n+1)b_n}{a_n}$ 의 값을 구하시오.

(단, $a_n \neq 0$) [3점]

26. 함수 $f(x) = (x^3 + 5)(x^2 - 1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 다항식 $(x+a)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 x^4 의 계수가 같을 때, $60a$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 양수이다.) [4점]

28. 첫째항이 12이고 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) $b_1 = 1$
 (나) $n \geq 1$ 일 때, b_{n+1} 은 점 $P_n(-b_n, b_n^2)$ 을 지나고 기울기가 a_n 인 직선과 곡선 $y = x^2$ 의 교점 중에서 P_n 이 아닌 점의 x 좌표이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 어느 학교 학생들의 통학 시간은 평균이 50분, 표준편차가 σ 분인 정규분포를 따른다. 이 학교 학생들을 대상으로 16명을 임의추출하여 조사한 통학 시간의

표본평균을 \bar{X} 라 하자.

$P(50 \leq \bar{X} \leq 56) = 0.4332$ 일 때, σ 의

값을 오른쪽 표준정규분포표를

이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

30. 자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n 이라 하자.

(가) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은 $(n, 2^n)$ 이다.

(나) 정사각형과 그 내부에 있는 점 (x, y) 중에서 x 가 자연수이고, $y = 2^x$ 을 만족시키는 점은 3개뿐이다.

예를 들어 $a_1 = 12$ 이다. $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수리 영역 (나형)

성명

수험번호 3

- 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험번호를 정확히 써 넣으십시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 써 넣고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $a = \sqrt{3}$, $b = \log_4 16$ 일 때, a^b 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A + A^{-1}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 연결 관계가 다음 행렬로 나타내어지는 그래프의 변의 개수는? [3점]

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & a & 1 \\ b & 0 & c & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & d \\ 1 & 1 & e & 0 & 1 \\ 1 & f & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. 표는 연비가 x (km/L)인 자동차 A와 연비가 y (km/L)인 자동차 B의 연료량에 따른 주행거리를 나타낸 것이다.

연료량(L)	주행거리(km)	
	A자동차	B자동차
⋮	⋮	⋮
15	a	b
20	c	d
25	e	f
⋮	⋮	⋮

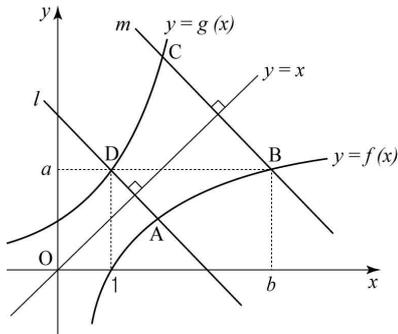
다음은 $b+c=600$, $d+e=770$ 일 때, x 와 y 의 값을 구하는 식을 행렬로 나타낸 것이다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 & \alpha \\ \beta & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 600 \\ 770 \end{pmatrix}$$

이때, 두 상수 α , β 에 대하여 $\alpha\beta$ 의 값은? (단, 연비는 1L의 연료로 달릴 수 있는 거리를 수치로 나타낸 것이다.) [3점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

6. 그림과 같이 직선 $y=x$ 와 수직으로 만나는 평행한 두 직선 l , m 이 있다. 두 직선 l , m 이 함수 $f(x)=\log_2 x$, $g(x)=2^x$ 의 그래프와 만나는 교점을 A, B, C, D라 하자. $f(b)=g(1)=a$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

7. 자연수 k 에 대하여 집합 A_k 를

$$A_k = \left\{ x \mid \log x - [\log x] = \frac{1}{k}, 1 \leq x \leq 10^5 \right\}$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\sqrt{10} \in A_2$
 ㄴ. $n(A_3) = n(A_5)$
 ㄷ. $A_m \cap A_n \neq \emptyset$ 를 만족하는 서로 다른 자연수 m, n 이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

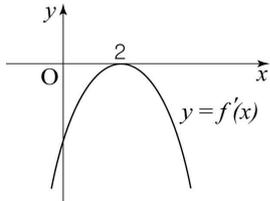
8. 함수 $y = \frac{3^{2x} + 3^x + 9}{3^x}$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 어느 건물의 실내온도 28℃를 유지하기 위한 시간당 전력소비량을 A 라 하자. 실내온도를 1℃ 내릴 때마다 그 온도를 유지하기 위한 시간당 전력소비량은 일정한 비율로 증가한다. 실내온도 25℃를 유지하기 위한 시간당 전력소비량이 1.23 A 일 때, 실내온도 20℃를 유지하기 위한 시간당 전력소비량은 A 의 몇 배인가? (단, $\log 1.23 = 0.09$, $\log 1.40 = 0.15$ 로 계산하고, 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림한다.) [3점]

- ① 1.72 ② 1.86 ③ 2.00 ④ 2.14 ⑤ 2.28

10. 그림은 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 의 그래프이다.



함수 $f(x)$ 에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

—<보 기>—

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 감소상태에 있다.
- ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극댓값을 갖는다.
- ㄷ. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축과 오직 한 점에서 만난다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 두 점 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 에 대하여 $d(P, Q)$ 를

$$d(P, Q) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

라 정의하자. 두 점 $A(1, 0)$ 과 $P_n(n, 2^n)$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{10} d(A, P_n)$ 의 값은? [3점]

- ① $2^9 + 45$ ② $2^{10} + 43$ ③ $2^{10} + 45$
 ④ $2^{11} + 43$ ⑤ $2^{11} + 45$

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)을

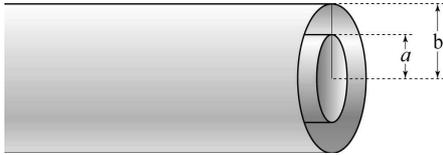
만족할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log_2(a_n + 1) \log_2(a_{n+1} + 1)}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

13. 도체가 전하를 저장할 수 있는 능력을 정전용량이라 한다. 원통도체에서 안쪽 원통의 반지름의 길이 a 와 바깥쪽 원통의 반지름의 길이 b 에 대하여 정전용량 C 는

$$C = \frac{k}{\log b - \log a} \quad (\text{단, } k \text{는 상수, } C \text{의 단위는 } F/m)$$

이라 한다. $b = 2a$ 일 때의 정전용량 C_1 과 $b = na$ 일 때의 정전용량 C_2 에 대하여 $\frac{C_1}{C_2} > \frac{1}{\log 2}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은? [3점]



- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

14. 함수 $f(x) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} (x^4 + x^2)(1 - x^2)^n & (|x| < 1) \\ 0 & (|x| \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

15. 집합 M 을

$$M = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \mid x, y, z, w \text{는 } x < y < z < w \text{인 실수} \right\}$$

라 하자. $X \in M$ 인 $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 네 점 (a, b) , (c, d) , (a, c) , (b, d) 를 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를 $S(X)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

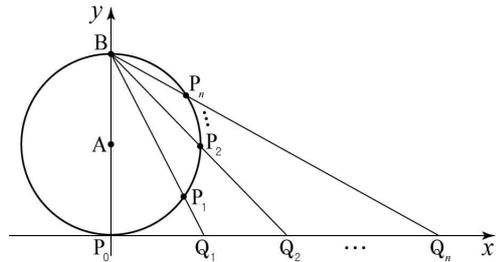
ㄱ. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 일 때, $S(A) = \frac{3}{2}$

ㄴ. $A \in M$ 이면 $S(kA) = k^2 S(A)$ (단, k 는 양의 실수)

ㄷ. $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A \in M$ 이면 $S(A + mB) = S(A)$ (단, m 은 실수)

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 그림과 같이 중심이 $A(0, 1)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P_n 과 x 축 위의 점 Q_n 은 다음 규칙을 만족한다.



(가) 점 P_0 은 원점이고, 점 P_n 은 제 1사분면의 점이다.
 (나) 호 $P_{n-1}P_n$ 의 길이를 l_n 이라 할 때, $l_{n+1} = r l_n$ 이다.
 (다) 점 Q_n 은 점 $B(0, 2)$ 와 점 P_n 을 이은 직선이 x 축과 만나는 점이다.

$Q_2(2, 0)$ 이고 $\sum_{n=1}^{\infty} l_n = \frac{8}{15} \pi$ 일 때, 상수 r 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

17. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \frac{2}{x}$ 와 직선 $y = -x + 2n$ 의 두 교점을 A_n, B_n 이라 하고 선분 $A_n B_n$ 의 길이를 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{n}$ 의 값은? [4점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

18. 자연수 n 에 대하여

집합 $A_n = \{k \mid \log_k 3^n = [\log_k 3^n], k \text{는 자연수}\}$ 라 할 때, A_6 의 모든 원소의 곱은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

- ① 3^6 ② 3^8 ③ 3^{10} ④ 3^{12} ⑤ 3^{14}

19. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$T_n = 2a_1 + 3a_2 + \dots + (n+1)a_n = \frac{n}{2n+4} \quad (\text{단, } n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족할 때, 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)^2} - T_n \quad \dots \dots (\star)$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n = 1$ 일 때,
 (좌변) $= a_1 = \boxed{\text{(가)}}$
 (우변) $= \frac{1}{(1+1)^2} - T_1 = \boxed{\text{(가)}}$
 이므로 (\star) 이 성립한다.

(ii) $n = m$ 일 때, (\star) 이 성립한다고 가정하면

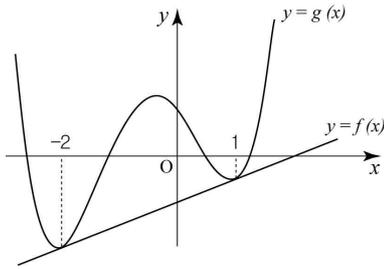
$$\sum_{k=1}^m a_k = \sum_{k=1}^m \frac{1}{(k+1)^2} - T_m$$
 이다. $n = m+1$ 일 때, (\star) 이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} a_k &= \sum_{k=1}^m \frac{1}{(k+1)^2} - T_m + a_{m+1} \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{1}{(k+1)^2} - T_m + \boxed{\text{(나)}} (T_{m+1} - T_m) \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{1}{(k+1)^2} - T_{m+1} + \frac{m+3}{m+2} (T_{m+1} - T_m) \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{1}{(k+1)^2} - T_{m+1} + \frac{1}{(m+2)^2} \\ &= \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{(k+1)^2} - T_{m+1} \end{aligned}$$
 그러므로 $n = m+1$ 일 때 (\star) 이 성립한다.
 따라서 모든 자연수 n 에 대하여 (\star) 이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를 α , (나)에 알맞은 식을 $f(m)$ 이라 할 때, $\frac{\alpha}{f(2)}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

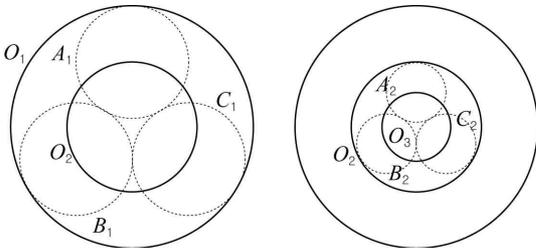
20. 그림과 같이 일차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 x 좌표가 $-2, 1$ 인 두 점에서 접한다. 함수 $h(x)=g(x)-f(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 의 극댓값은? [4점]



- ① $\frac{81}{16}$ ② $\frac{83}{16}$ ③ $\frac{85}{16}$ ④ $\frac{87}{16}$ ⑤ $\frac{89}{16}$

21. 반지름의 길이가 3인 원 O_1 이 있다. 그림과 같이 원 O_1 에 내접하고 서로 외접하게 그린 반지름의 길이가 같은 세 원 A_1, B_1, C_1 의 중심을 지나는 원을 O_2 라 하자. 원 O_2 에 내접하고 서로 외접하게 그린 반지름의 길이가 같은 세 원 A_2, B_2, C_2 의 중심을 지나는 원을 O_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 그린 원 O_n 의 둘레의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은?

[4점]



- ① $(5+4\sqrt{3})\pi$ ② $(6+4\sqrt{3})\pi$ ③ $(7+4\sqrt{3})\pi$
 ④ $(8+4\sqrt{3})\pi$ ⑤ $(9+4\sqrt{3})\pi$

단답형(22 ~ 30)

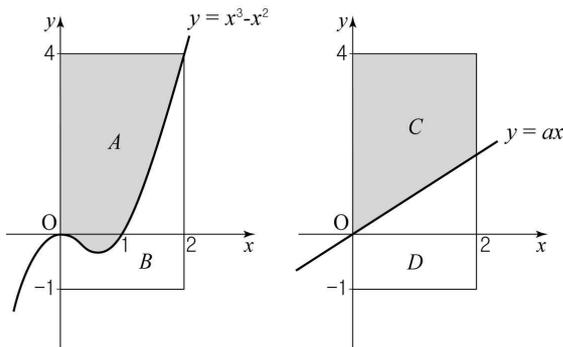
22. 함수 $f(x)=\begin{cases} \frac{\sqrt{ax-b}}{x-1} & (x \neq 1) \\ 2 & (x=1) \end{cases}$ 가 $x=1$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{2k}{n}\right)^3 \frac{1}{n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 한 변의 길이가 $12\sqrt{3}$ 인 정삼각형과 그 정삼각형에 내접하는 원으로 이루어진 도형이 있다. 이 도형에서 정삼각형의 각 변의 길이가 매초 $3\sqrt{3}$ 씩 늘어남에 따라 원도 정삼각형에 내접하면서 반지름의 길이가 늘어난다. 정삼각형의 한 변의 길이가 $24\sqrt{3}$ 이 되는 순간, 정삼각형에 내접하는 원의 넓이의 시간(초)에 대한 변화율이 $a\pi$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

25. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 가 $f(x)f'(x) = 2x^3 - 9x^2 + 5x + 6$ 을 만족할 때, $f(-3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 네 점 $(0, -1)$, $(2, -1)$, $(2, 4)$, $(0, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 직사각형 내부가 곡선 $y = x^3 - x^2$ 에 의하여 나누어지는 두 부분을 A, B , 직선 $y = ax$ 에 의하여 나누어지는 두 부분을 C, D 라 하자. 영역 A 의 넓이와 영역 C 의 넓이가 같을 때, $300a$ 의 값을 구하시오. [4점]

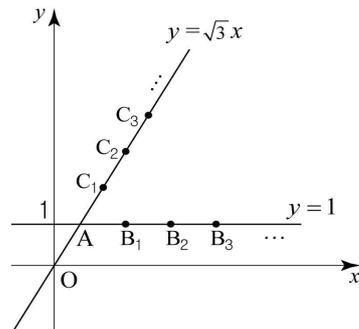


27. 원점 O 를 출발하여 수직선 위를 16초 동안 움직이는 점 P 의 t 초 후의 속도 $v(t)$ 가

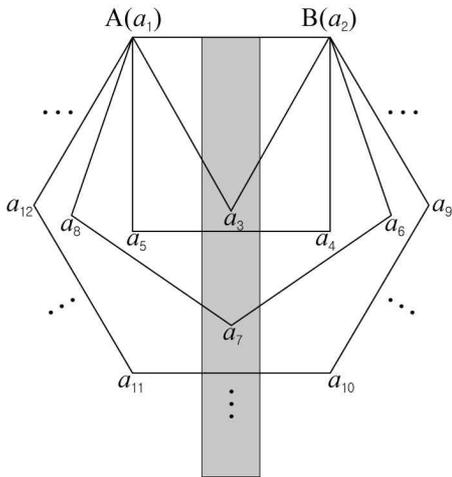
$$v(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}t - 1 & (0 \leq t < 2) \\ -t^2 + 10t - 16 & (2 \leq t < 8) \\ 2 - \frac{1}{4}t & (8 \leq t \leq 16) \end{cases}$$

일 때, 선분 OP 의 길이의 최댓값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 점 A 는 두 직선 $y = 1$ 과 $y = \sqrt{3}x$ 의 교점이다. 자연수 n 에 대하여 $y = 1$ 위에 $\overline{AB_n} = n$ 인 점을 B_n , $y = \sqrt{3}x$ 위에 $\overline{AC_n} = n$ 인 점을 C_n 이라 하자. 삼각형 AB_nC_n 의 무게중심의 y 좌표를 a_n 이라 할 때, $a_n > 6$ 를 만족하는 n 의 최솟값을 구하시오. (단, B_n, C_n 은 제 1사분면의 점이다.) [4점]

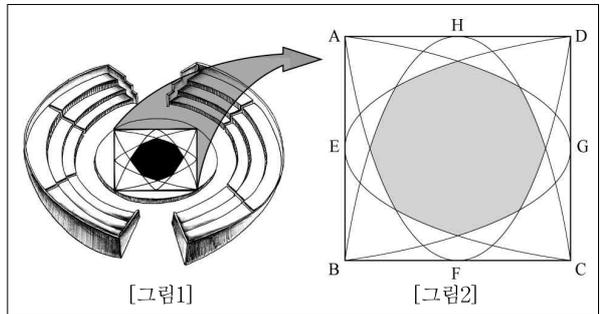


29. 그림과 같이 선분 AB를 한 변으로 하는 정 n 각형을 차례로 그린다. 등차수열 $\{a_k\}$ 에 대하여 선분 AB의 양 끝점에 각각 a_1, a_2 를 대응시키고, 정삼각형의 꼭짓점 중 점 A, B를 제외한 꼭짓점에 a_3 , 정사각형의 꼭짓점 중 점 A, B를 제외한 두 꼭짓점에 a_4, a_5 를 대응시킨다. 이와 같은 과정을 계속하여 정 n 각형의 꼭짓점 중 점 A, B를 제외한 꼭짓점에 시계방향으로 a_k 를 대응시킨다. $a_1 + a_2 + a_3 = 3$, $a_1 + a_2 + a_6 + a_7 + a_8 = 33$ 일 때, 어두운 부분에 배열된 숫자들 중 정십오각형의 꼭짓점에 대응되는 수를 구하시오. [4점]



30. [그림1]은 무대 디자이너 길섭이가 야외공연 무대디자인 공모전에 출품한 작품이다. [그림1]의 중앙무대를 확대하면 [그림2]와 같고, 중앙 무대를 디자인하는 과정은 다음과 같다.

- (1) 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD를 그리고 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H라 한다.
- (2) 변 BC를 좌표평면 위의 x 축과 평행하게 놓고 두 점 B, C를 지나며 점 H를 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프와 두 점 A, D를 지나며 점 F를 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프를 그린다.
- (3) 변 AB를 좌표평면 위의 x 축과 평행하게 놓고 (2)와 같은 방법으로 세 점 A, B, G를 지나는 이차함수와 세 점 C, D, E를 지나는 이차함수의 그래프를 추가로 그린다.



[그림2]의 어두운 부분의 넓이를 $\frac{p\sqrt{2}+q}{3}$ 라 할 때, $p-q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 정수이다.) [4점]

* 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

제 2 교시

수리 영역(나형)

5지선다형

1. $4 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

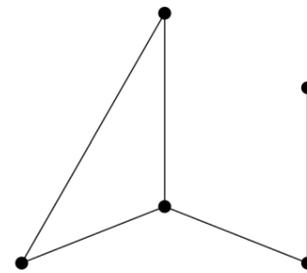
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{2n+1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

2

수리 영역(나형)

5. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 4$ 를 만족시킬 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

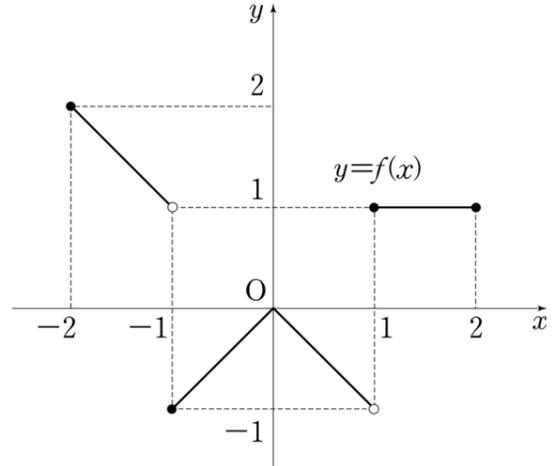
6. 공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_2 - 3| = |a_3 - 3|$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

7. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = \sqrt{5}$ 일 때, $a_1 \times a_2 \times a_4 \times a_5$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{5}$ ② 5 ③ $5\sqrt{5}$
 ④ 25 ⑤ $25\sqrt{5}$

9. 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 두 행렬 A, B 를

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}$$

이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

<보 기>

- ㄱ. $(A-B)^2 = abE$
 ㄴ. $A^{-1} = 2E - A$
 ㄷ. $A + A^{-1} = B + B^{-1}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n 2^{n-k} a_k \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식으로부터 $a_2 = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

자연수 n 에 대하여

$$\begin{aligned} a_{n+2} &= \sum_{k=1}^{n+1} 2^{n+1-k} a_k \\ &= \sum_{k=1}^n 2^{n+1-k} a_k + a_{n+1} \\ &= \boxed{\text{(나)}} \sum_{k=1}^n 2^{n-k} a_k + a_{n+1} \\ &= \boxed{\text{(다)}} a_{n+1} \end{aligned}$$

이다.

따라서 $a_1 = 1$ 이고, $n \geq 2$ 일 때 $a_n = (\boxed{\text{(다)}})^{n-2}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x^2-1} = 3$ 일 때, $\frac{f'(1)}{f(1)}$ 의

값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

12. 두 원소 A, B가 들어있는 기체 K가 기체확산장치를 통과하면 A, B의 농도가 변한다. 기체확산장치를 통과하기 전 기체 K에 들어있는 A, B의 농도를 각각 a_0, b_0 이라 하고, 기체확산장치를 n 번 통과한 기체에 들어있는 A, B의 농도를 각각 a_n, b_n 이라 하자. $c_0 = \frac{a_0}{b_0}, c_n = \frac{a_n}{b_n}$ 이라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$c_n = 1.004 \times c_{n-1}$$

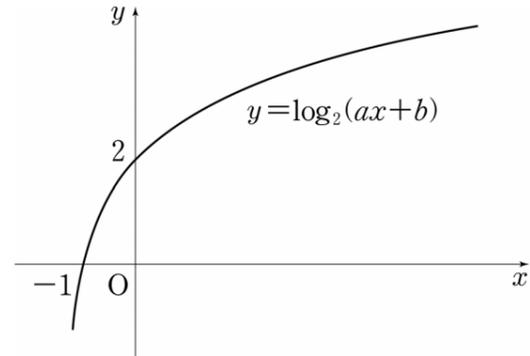
$c_0 = \frac{1}{99}$ 일 때, 기체 K가 기체확산장치를 n 번 통과하면 $c_n \geq \frac{1}{9}$ 이 된다. 자연수 n 의 최솟값은?

(단, $\log 1.1 = 0.0414, \log 1.004 = 0.0017$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 593 ② 613 ③ 633 ④ 653 ⑤ 673

13. 곡선 $y = \log_2(ax+b)$ 가 점 $(-1, 0)$ 과 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13



6

수리 영역(나형)

14. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 일반항이 각각

$$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \quad b_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

이다. 좌표평면에서 중심이 (a_n, b_n) 이고 y 축에 접하는 원의

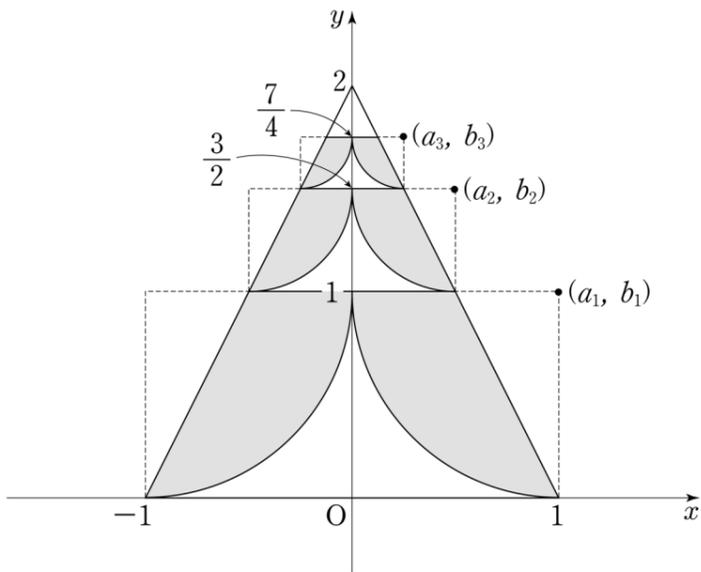
내부와 연립부등식 $\begin{cases} y \leq b_n \\ 2x + y - 2 \leq 0 \end{cases}$ 이 나타내는

영역의 공통부분을 P_n 이라 하고, y 축에 대하여 P_n 과 대칭인 영역을 Q_n 이라 하자. P_n 의 넓이와 Q_n 의 넓이의 합을 S_n 이라

할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]

① $\frac{5(\pi-1)}{9}$ ② $\frac{11(\pi-1)}{18}$ ③ $\frac{2(\pi-1)}{3}$

④ $\frac{13(\pi-1)}{18}$ ⑤ $\frac{7(\pi-1)}{9}$



15. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2ax$ 가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M 이라 하고, 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 부등식 $\log_2 x^2 - \log_2 |x| \leq 3$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [4점]

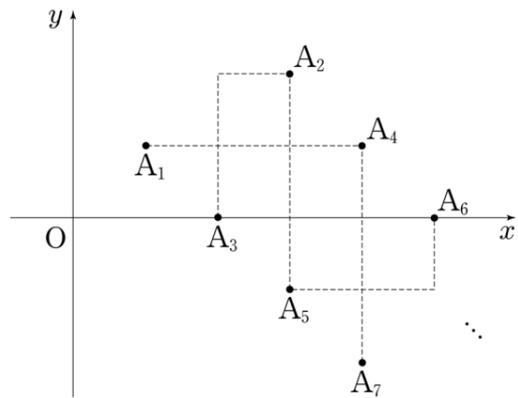
- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

17. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 A_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
- (나) n 이 짝수이면 점 A_n 은 점 A_{n-1} 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점이다.
- (다) n 이 3 이상의 홀수이면 점 A_n 은 점 A_{n-1} 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 점이다.

위의 규칙에 따라 정해진 점 A_k 의 좌표가 $(7, -2)$ 이고 점 A_l 의 좌표가 $(9, -7)$ 일 때, $k+l$ 의 값은? [4점]

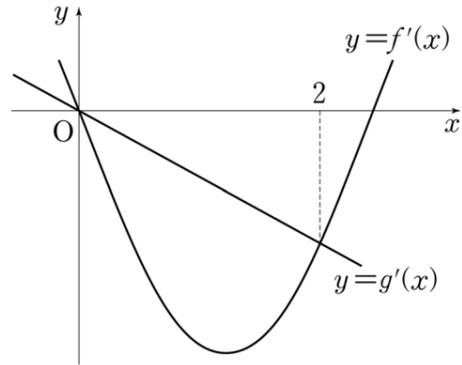
- ① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35



18. 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 함수 $y=|x^2-1|$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1-0} f(t)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수의 그래프와 이차함수 $g(x)$ 의 도함수의 그래프가 그림과 같다. 함수 $h(x)$ 를 $h(x)=f(x)-g(x)$ 라 하자. $f(0)=g(0)$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



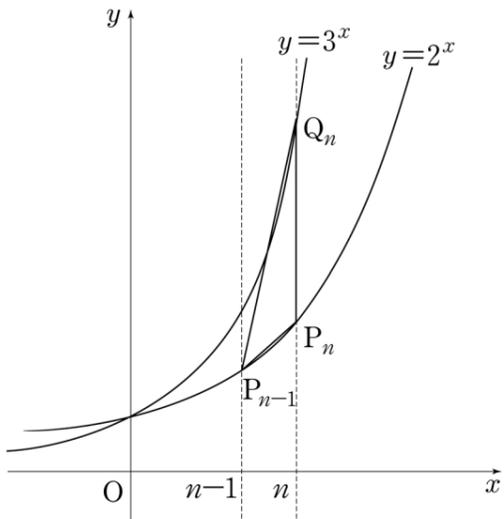
<보 기>

- ㄱ. $0 < x < 2$ 에서 $h(x)$ 는 감소한다.
- ㄴ. $h(x)$ 는 $x=2$ 에서 극솟값을 갖는다.
- ㄷ. 방정식 $h(x)=0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

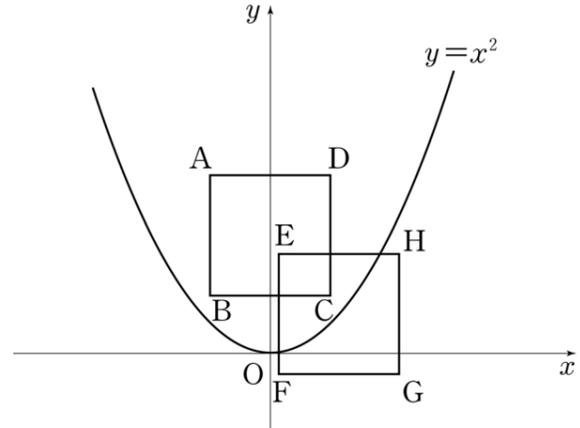
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 자연수 n 에 대하여 직선 $x=n$ 이 두 곡선 $y=2^x$, $y=3^x$ 과
 만나는 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자. 삼각형 $P_nQ_nP_{n-1}$ 의
 넓이를 S_n 이라 하고, $T_n = \sum_{k=1}^n S_k$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{3^n}$ 의 값은?
 (단, 점 P_0 의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.) [4점]

- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{11}{16}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{13}{16}$ ⑤ $\frac{7}{8}$



21. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의
 두 대각선의 교점의 좌표는 $(0, 1)$ 이고, 한 변의 길이가 1인
 정사각형 EFGH의 두 대각선의 교점은 곡선 $y=x^2$ 위에 있다.
 두 정사각형의 내부의 공통부분의 넓이의 최댓값은?
 (단, 정사각형의 모든 변은 x 축 또는 y 축에 평행하다.) [4점]



- ① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{27}$ ④ $\frac{11}{54}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x^2+ax+1} = \frac{1}{9}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

23. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 - a_2 = 4$ 일 때,
 $\sum_{k=11}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차함수 $f(x) = x^2 + 3x$ 에 대하여 $f(2) + f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $\sum_{k=1}^{14} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 역행렬이 존재하는 이차정사각행렬 A 가

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix} A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ 3 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y = x^3 - x^2 + a$ 위의 점 $(1, a)$ 에서의 접선이
점 $(0, 12)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수 n 에 대하여 두 직선 $2x + y = 4^n, x - 2y = 2^n$ 이

만나는 점의 좌표를 (a_n, b_n) 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = p$ 이다.

$60p$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 집합

$$\left\{ (x, y) \mid \begin{pmatrix} k+3 & 5 \\ -1 & k-3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

가 무한집합일 때, 이 집합의 원소를 좌표평면 위에 나타낸 도형의 방정식이 $ax+by-2=0$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여 $10a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 100 이하의 자연수 전체의 집합을 S 라 할 때, $n \in S$ 에 대하여 집합

$$\{k \mid k \in S \text{ 이고 } \log_2 n - \log_2 k \text{는 정수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어, $f(10)=5$ 이고 $f(99)=1$ 이다. 이때, $f(n)=1$ 인 n 의 개수를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

5. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2011}$ 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 2 ② 7 ③ 12
- ④ 17 ⑤ 22

6. 수열 $\{a_n\}$ 이
 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + n + 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$
 을 만족시킬 때, a_{15} 의 값은? [3점]

- ① 66 ② 78 ③ 91
- ④ 105 ⑤ 120

7. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이
 $S_n = n^2 + 3n + 1$ 일 때, $a_1 + a_6$ 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19
- ④ 20 ⑤ 21

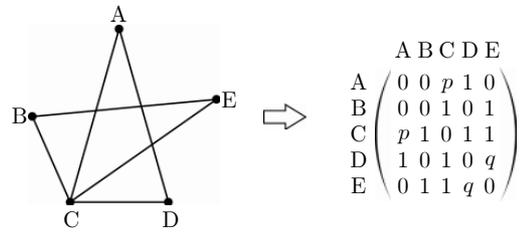
8. 연립부등식

$$x \geq 0, y \geq 0, 2^y \leq 4^{2-x}, \left(\frac{1}{4}\right)^y \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{5-x}$$

을 만족시키는 좌표평면 위의 점 (x, y) 에 대하여 $x+y$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

9. 다음은 꼭짓점이 5개인 그래프를 행렬로 나타낸 것이다.



꼭짓점 C에서 다른 한 꼭짓점을 지나 다시 꼭짓점 C로 돌아오는 방법의 수를 r 라 할 때, 세 상수 p, q, r 에 대하여 $p+q+r$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

10. x, y 에 대한 연립일차방정식 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 가질 때, 모든 상수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

11. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $A-2B=E$ 이면 $AB=BA$ 이다.
 ㄴ. A, B 의 역행렬이 모두 존재하면 $A+B$ 의 역행렬이 존재한다.
 ㄷ. $(AB)^2=A^2B^2$ 이고 A 의 역행렬이 존재하면 $A^{-1}B=BA^{-1}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 이상기체 1몰의 부피가 V_0 에서 V_i 로 변할 때, 엔트로피 변화량 S_i (J/K)는 다음과 같이 구할 수 있다고 한다.

$$S_i = C \log \frac{V_i}{V_0}$$

(단, C 는 상수이고 부피의 단위는 m^3 이다.)
 이상기체 1몰의 부피가 V_0 에서 V_1 로 a 배 변할 때 $S_1=6.02$ 이고, 이상기체 1몰의 부피가 V_0 에서 V_2 로 b 배 변할 때 $S_2=36.02$ 이다.
 이때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, 몰은 기체입자수의 단위이고 $C=20$ (J/K)으로 계산한다.) [3점]

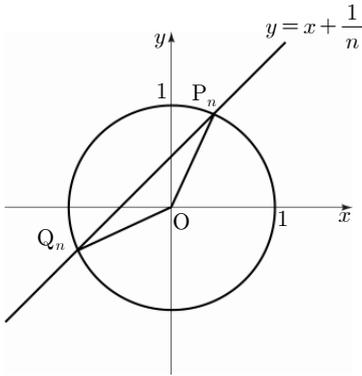
- ① 10 ② $6\sqrt{6}$ ③ $10\sqrt{10}$
 ④ $15\sqrt{15}$ ⑤ 100

13. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \frac{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2}{3+5+7+\dots+(2n+1)}$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

14. 그림과 같이 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 직선 $y = x + \frac{1}{n}$ 과 원 $x^2 + y^2 = 1$ 이 만나는 두 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자. 삼각형 OP_nQ_n 의 넓이를 A_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot A_n$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]



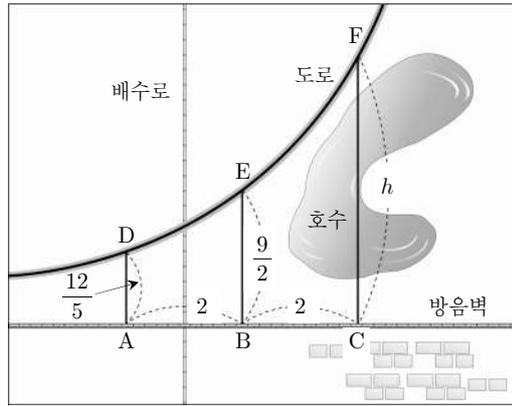
- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1
- ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

15. 지수방정식 $2^x - 6 + 2^{3-x} = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 2\beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$) [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9
- ④ 11 ⑤ 13

16. 다음은 어느 지역의 방음벽, 배수로, 도로를 나타낸 평면도이다. 평면도에서 방음벽을 x 축, 방음벽과 수직으로 건설된 배수로를 y 축으로 할 때, 도로의 중앙선은 곡선 $y = a^x + 2 (a > 1)$ 의 일부로 나타내어진다.

$\overline{AB} = \overline{BC} = 2$ 를 만족시키는 x 축 위의 세 점 A, B, C 를 지나고 x 축에 수직인 세 직선을 그어 곡선 $y = a^x + 2$ 와 만나는 점을 각각 D, E, F 라 하자. $\overline{AD} = \frac{12}{5}, \overline{BE} = \frac{9}{2}, \overline{CF} = h$ 일 때, 상수 h 의 값은? (단, 방음벽, 배수로, 도로의 중앙선의 폭은 무시한다.) [4점]



- ① $\frac{121}{8}$ ② $\frac{125}{8}$ ③ $\frac{137}{8}$
- ④ $\frac{141}{8}$ ⑤ $\frac{155}{8}$

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고,

$$a_{n+1} = a_1 + \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \dots + \frac{1}{n}a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = \left(a_1 + \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \dots + \frac{1}{n}a_n \right) - \left(a_1 + \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \dots + \frac{1}{n-1}a_{n-1} \right) \text{이므로}$$

$$a_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times a_n \text{이다.}$$

$n = 2, 3, 4, \dots, n-1$ 을 차례로 대입하면

$$a_3 = \frac{3}{2}a_2$$

$$a_4 = \frac{4}{3}a_3$$

⋮

$$a_n = \frac{n}{n-1}a_{n-1} \text{이므로}$$

$$a_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

따라서 주어진 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_1 = 10 \text{이고, } a_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$ 이라 할 때, $f(5) \times g(10)$ 의 값은? [4점]

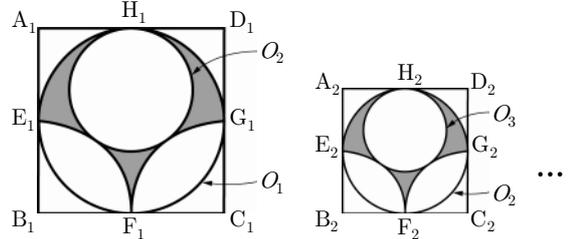
- ① 60 ② 75 ③ 90
 ④ 105 ⑤ 120

18. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 O_1 에 외접하는 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 네 변 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 의 중점을 각각 E_1, F_1, G_1, H_1 이라 하자.

점 B_1 을 중심으로 하고 선분 B_1F_1 을 반지름으로 하는 부채꼴 $B_1F_1E_1$ 의 호 E_1F_1 과 점 C_1 을 중심으로 하고 선분 C_1F_1 을 반지름으로 하는 부채꼴 $C_1F_1G_1$ 의 호 G_1F_1 과 원 O_1 의 호 $E_1H_1G_1$ 로 둘러싸인 도형을 R_1 이라 하자. R_1 에 내접하는 원을 O_2 라 하고 도형 R_1 의 넓이에서 원 O_2 의 넓이를 뺀 값을 S_1 이라 하자.

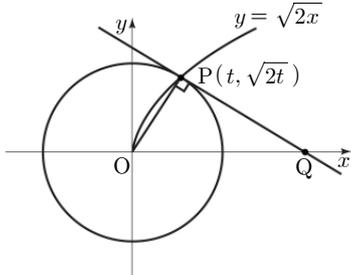
원 O_2 에 외접하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 네 변 $A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2, D_2A_2$ 의 중점을 각각 E_2, F_2, G_2, H_2 라 하자. 점 B_2 를 중심으로 하고 선분 B_2F_2 를 반지름으로 하는 부채꼴 $B_2F_2E_2$ 의 호 E_2F_2 와 점 C_2 를 중심으로 하고 선분 C_2F_2 를 반지름으로 하는 부채꼴 $C_2F_2G_2$ 의 호 G_2F_2 와 원 O_2 의 호 $E_2H_2G_2$ 로 둘러싸인 도형을 R_2 라 하자. R_2 에 내접하는 원을 O_3 이라 하고 도형 R_2 의 넓이에서 원 O_3 의 넓이를 뺀 값을 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 호 E_nF_n , 호 G_nF_n , 호 $E_nH_nG_n$ 으로 둘러싸인 도형을 R_n 이라 하고 R_n 에 내접하는 원을 O_{n+1} 이라 하자. 도형 R_n 의 넓이에서 원 O_{n+1} 의 넓이를 뺀 값을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9-2\pi}{3}$ ② $\frac{18-4\pi}{5}$ ③ $\frac{9-2\pi}{2}$
 ④ $\frac{18-4\pi}{3}$ ⑤ $9-2\pi$

19. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y = \sqrt{2x}$ 위의 점 $P(t, \sqrt{2t})$ 가 있다. 원점 O 를 중심으로 하고 선분 OP 를 반지름으로 하는 원을 C , 점 P 에서의 원 C 의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 원 C 의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow +0} \frac{S(t)}{OQ - PQ}$ 의 값은? (단, $t > 0$) [4점]



- ① $\sqrt{2}\pi$
- ② 2π
- ③ $2\sqrt{2}\pi$
- ④ 4π
- ⑤ $4\sqrt{2}\pi$

20. 두 무한수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

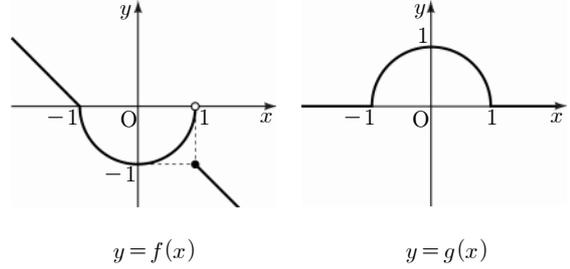
ㄱ. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때,
 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 은 발산한다.

ㄴ. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 각각 수렴하면
 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이다.

ㄷ. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{n+1} a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$
 을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+2}}{a_n} = \frac{1}{2}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

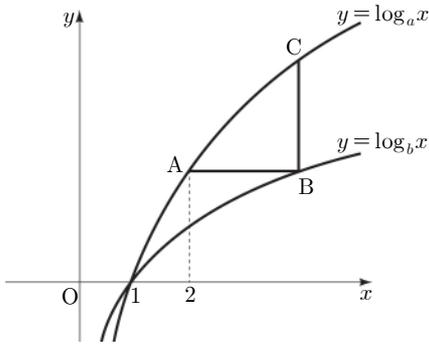
ㄱ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다.
 ㄴ. 함수 $(f \circ g)(x)$ 는 $x = 0$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $(g \circ f)(x)$ 는 $x = -1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{n^2 + 3n + 2} - n}$ 의 값을 구하시오. [2점]

23. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y = \log_a x$ 위의 점 $A(2, \log_a 2)$ 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_b x$ 와 만나는 점을 B, 점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_a x$ 와 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{BC} = 2$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < a < b$) [3점]



24. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{a\sqrt{x+2}+b}{x-2} & (x \neq 2) \\ 2 & (x = 2) \end{cases}$ 가 $x = 2$ 에서 연속일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $2a - b$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x^3}{x^2} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$$

26. 다음 조건을 만족시키는 이차정사각행렬 A 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 행렬 A 는 역행렬을 갖지 않는다.
 (나) 행렬 A 의 성분은 집합 $\{1, 2, 3\}$ 의 원소이다.

27. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_{2n-1} = a_{2n} = n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{S_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 240항까지의 값 중에서 3의 배수를 값으로 하는 모든 항의 개수를 구하시오. [4점]

28. 연립방정식 $\begin{cases} \log_2 x + \log_3 y = 5 \\ \log_3 x \cdot \log_2 y = 6 \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

29. 세 자리 이하의 자연수 n 에 대하여

$$f(n) = 10(\log n - [\log n])$$

일 때, $[f(n)] \leq 3$ 을 만족시키는 n 의 개수를 구하시오.

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이고 $\log 2.51 = 0.3997$, $\log 2.52 = 0.4014$ 로 계산한다.) [4점]

30. 자연수 n 에 대하여 연립부등식

$$\frac{|x|}{\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1}} + \frac{|y|}{\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}} \leq 1, \quad \frac{|x|}{\left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}} + \frac{|y|}{\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}} \geq 1$$

을 만족시키는 좌표평면 위의 점 (x, y) 가 나타내는 영역의 넓이를 a_n 이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여

$\log_{\frac{1}{2}}(1 - 5S_{10})$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

6. 1 보다 큰 세 실수 a, b, c 에 대하여

$$\log_a 2 = \log_b 5 = \log_c 10 = \log_{abc} x$$

가 성립할 때, 실수 x 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\sqrt{10}$ ③ 10
- ④ $10\sqrt{10}$ ⑤ 100

7. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 상수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

8. 모든 양의 실수 x 에 대하여 부등식

$$\log_a(x+1) - \log_a x > \log_b(x+1) - \log_b x > 0$$

을 만족시키는 세 양의 실수 $a, b, 1$ 사이의 대소관계로 옳은 것은? (단, $a \neq 1, b \neq 1$) [3점]

- ① $1 < a < b$ ② $a < 1 < b$ ③ $a < b < 1$
- ④ $1 < b < a$ ⑤ $b < 1 < a$

9. 양의 정수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표를 $f(n)$, 가수를 $g(n)$ 이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 양의 정수 n 의 개수는? [3점]

(가) $f(3) < f(n) < f(2011)$
 (나) $\{g(n)\}^2 - g(n) + \log 2 \cdot \log 5 < 0$

- ① 326 ② 328 ③ 330 ④ 332 ⑤ 334

10. 두 행렬

$$A = \begin{pmatrix} \log_2(x+1) & \log_2(y-3) \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 + \log_3 x & 1 \\ \log_3 y & 1 \end{pmatrix}$$

에 대하여 A 의 역행렬이 존재하지 않고, B 의 역행렬도 존재하지 않을 때, 두 실수 x, y 의 곱 xy 의 값은? [3점]

- ① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5

11. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $A+B=E, AB=-E$ 가 성립할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^2+B^2=3E$

ㄴ. $A^{n+2}+B^{n+2}=A^{n+1}+B^{n+1}+A^n+B^n$ ($n=1, 2, 3, \dots$)

ㄷ. $A^9+B^9=76E$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 첫째항이 1인 무한등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{3n-2} - a_{3n-1})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{19}$ ② $\frac{8}{19}$ ③ $\frac{9}{19}$ ④ $\frac{10}{19}$ ⑤ $\frac{11}{19}$

13. 액체의 끓는 온도 $T(^{\circ}\text{C})$ 와 증기압력 $P(\text{mmHg})$ 사이에

$$\log P = a + \frac{b}{c+T} \quad (a, b, c \text{는 상수이고 } T > -c)$$

인 관계가 성립한다. 표는 어떤 액체의 끓는 온도에 대한 증기압력을 나타낸 것이다.

끓는 온도($^{\circ}\text{C}$)	0	5	10
증기압력(mmHg)	4.8	6.6	8.8

이 표를 이용하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $\log 2 = 0.301$ 로 계산한다.) [4점]

<보 기>

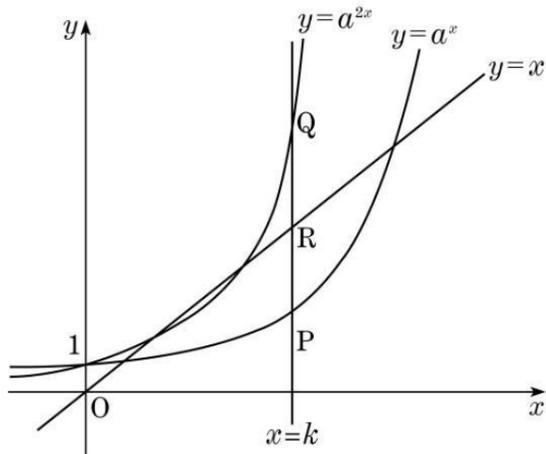
ㄱ. $0.602 < a + \frac{b}{c} < 0.699$

ㄴ. $b < 0$

ㄷ. $P < 10^a$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림과 같이 지수함수 $y=a^x$ 와 $y=a^{2x}$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 와 각각 서로 다른 두 점에서 만난다. $y=a^x$ 의 그래프, $y=a^{2x}$ 의 그래프와 직선 $x=k$ 의 교점을 각각 P, Q라 하고 직선 $y=x$ 와 직선 $x=k$ 의 교점을 R라 하자.

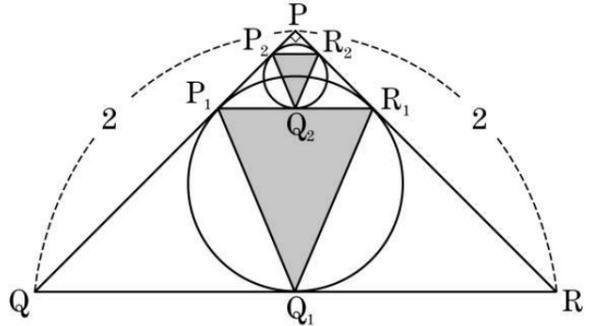


$k=2$ 이면 두 점 Q와 R가 일치할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $a > 1$) [4점]

- <보 기> —
- ㄱ. $k=4$ 이면 두 점 Q와 R가 일치한다.
 - ㄴ. $\overline{PQ} = 12$ 이면 $\overline{QR} = 8$ 이다.
 - ㄷ. $\overline{PQ} = \frac{1}{8}$ 을 만족시키는 실수 k 의 값의 개수는 2이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 그림과 같이 $\overline{PQ} = \overline{PR} = 2$ 이고 $\angle QPR = 90^\circ$ 인 삼각형 PQR의 내접원과 세 변 PQ, QR, RP의 접점을 각각 P_1, Q_1, R_1 이라 하자. 또, 삼각형 PP_1R_1 의 내접원과 세 변 PP_1, P_1R_1, R_1P 의 접점을 각각 P_2, Q_2, R_2 라 하자.



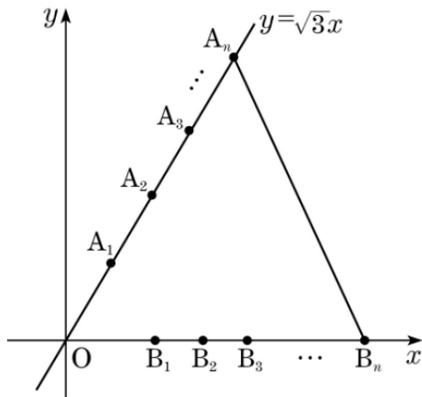
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 세 점 P_n, Q_n, R_n 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 $P_nQ_nR_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} S_n = p+q\sqrt{2}$ 를 만족시키는 두 유리수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{7}$
- ② $\frac{2}{7}$
- ③ $\frac{3}{7}$
- ④ $\frac{4}{7}$
- ⑤ $\frac{5}{7}$

16. 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A_1(1, \sqrt{3})$ 과 점 $B_1(2, 0)$ 이 있다. 모든 자연수 n 에 대하여 직선 $y = \sqrt{3}x$ 위의 점 A_n 과 x 축 위의 점 B_n 이 다음 식을 만족시킨다.

$$\overline{OA_{n+1}} = \overline{OA_n} + a, \quad \overline{OB_{n+1}} = \overline{OB_n} + b$$



삼각형 OA_nB_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2} = 5\sqrt{3}$ 이 되도록 하는 양의 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

17. 다음은 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{i=1}^{2n-1} \{i + (n-1)^2\} = (n-1)^3 + n^3 \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n=1$ 일 때, $1+0^2 = 0^3 + 1^3$ 이므로 (*)이 성립한다.

(2) $n=k$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하고, $n=k+1$ 일 때 (*)이 성립함을 보이자.

$$\sum_{i=1}^{2k+1} (i+k^2) = \sum_{i=1}^{2k-1} \{i+(k-1)^2\} + \sum_{i=1}^{2k-1} (2k-1) + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= \boxed{\text{(나)}}$$

그러므로 $n=k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다. 따라서 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나)에 알맞은 식을 $g(k)$ 라 할 때, $\frac{g(4)}{f(4)}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{23}{7}$ ② $\frac{24}{7}$ ③ $\frac{25}{7}$ ④ $\frac{26}{7}$ ⑤ $\frac{27}{7}$

18. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 은 첫째항이 모두 1 이고

$$a_{n+1} = 3a_n, \quad b_{n+1} = (n+1)b_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킨다. 수열 $\{c_n\}$ 을

$$c_n = \begin{cases} a_n & (a_n < b_n) \\ b_n & (a_n \geq b_n) \end{cases}$$

이라 할 때, $\sum_{n=1}^{50} 2c_n$ 의 값은? [4점]

- ① $3^{50} - 20$ ② $3^{50} - 19$ ③ $3^{50} - 15$
 ④ $3^{50} - 11$ ⑤ $3^{50} - 7$

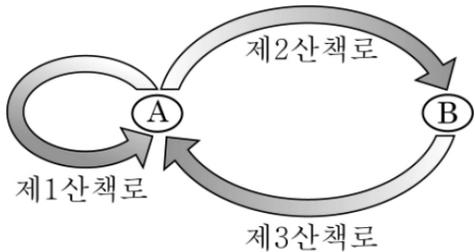
19. 자연수 n 에 대하여 다음과 같이 제 n 행에 0 과 1 사이의 유리수 중에서 분모는 2^n 이고 분자는 홀수인 모든 수를 작은 것부터 차례로 나열하였다.

제 1 행	$\frac{1}{2}$
제 2 행	$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$
제 3 행	$\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$
⋮	⋮

제 n 행의 마지막 수를 a_n , 제 n 행의 모든 수의 합을 b_n 이라 할 때 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{(2^n + 1)a_n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

20. 어느 공원에는 아래 그림과 같이 A 지점에서 출발하여 A 지점으로 돌아오는 제1산책로, A 지점에서 출발하여 B 지점으로 이어지는 제2산책로, B 지점에서 출발하여 A 지점으로 이어지는 제3산책로가 있고, 각 산책로의 거리는 1 km 이다.



이 산책로들을 따라 다음과 같은 규칙으로 산책한 거리가 n km 일 때, A 지점에서 출발하여 A 지점에 도착하는 방법의 수를 a_n , A 지점에서 출발하여 B 지점에 도착하는 방법의 수를 b_n 이라 하자.

- (가) 각 산책로에서는 화살표 방향으로만 진행해야 한다.
- (나) 같은 산책로를 반복할 수 있다.
- (다) 지나지 않는 산책로가 있을 수 있다.

$a_7 + b_7$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) [4점]

- ① 21 ② 29 ③ 34 ④ 42 ⑤ 55

21. 좌표평면 위의 원점 O와 점 $P_1(1, 0)$ 이 있다. 모든 자연수 n 에 대하여 점 $P_n(x_n, y_n)$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 동경 OP_n 이 나타내는 각의 크기는 $\frac{n-1}{3}\pi$ 이다.
- (나) $\overline{OP_{n+1}} = \begin{cases} \frac{1}{2}\overline{OP_n} & (y_n > 0) \\ \overline{OP_n} & (y_n = 0) \\ \frac{4}{3}\overline{OP_n} & (y_n < 0) \end{cases}$

$\overline{OP_{50}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\left(\frac{2}{3}\right)^8$ ② $\left(\frac{2}{3}\right)^{16}$ ③ $\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\right)^7$
- ④ $\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{14}$ ⑤ $\frac{1}{4}\left(\frac{4}{3}\right)^8$

단답형

22. $\sqrt[n]{2} \times \sqrt[n]{8} = \sqrt[8]{2}$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

23. 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항과 공비가 모두 5인 등비수열일 때, $\sum_{n=1}^{20} \log_{25} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 100, b_n = \frac{4}{n^2 + 2n}$$

일 때, a_1 의 값을 구하시오. [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$S_n = {}_{n+2}C_3 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} (a_{n+1} - a_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 자연수 n 에 대하여 1부터 $6n$ 까지의 자연수의 총합을 A_n , 1부터 $6n$ 까지의 자연수 중에서 3의 배수를 제외한 자연수의 총합을 B_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{B_n} = \frac{q}{p}$ 이다. 이때, 서로소인 자연수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

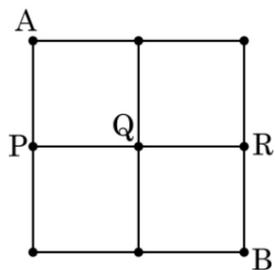
(가) a_n 은 자연수이다.

(나) $|a_n - \sqrt{n}| < \frac{1}{2}$

$\sum_{n=1}^{90} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. x 에 대한 방정식 $\cos x = \frac{1}{(2n-1)\pi}x$ ($n=1, 2, 3, \dots$)의 양의 실근의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{24} \frac{500}{(a_n+1)(a_n+3)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같은 그래프가 있다. 이 그래프의 꼭짓점 A에서 꼭짓점 B로 가는 경로 중에서 세 꼭짓점 P, Q, R를 모두 지나는 것의 개수를 구하시오. [4점]



30. n 차 정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를

$$a_{ij} = (i-1)n + j \quad (\text{단, } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n)$$

이라 하자. n 이하의 자연수 k 에 대하여 $f(k)$ 를 행렬 A 의

$(k, n-k+1)$ 성분이라 할 때, $12 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n f(k)}{n^3}$ 의 값을 구하시오. (단, n 은 자연수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.