

양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 1)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0, f(1))$ 로부터 움직인 거리가 s 가 될 때 시각 t 는

$$t = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4}}{2} \text{ 이고, } t = 2 \text{ 일 때 점 P의 속도는 } \left(1, \frac{3}{4}\right) \text{ 이다. 시각 } t = 2 \text{ 일 때}$$

점 P의 가속도를 $\left(-\frac{1}{2}, a\right)$ 라 할 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점] **15**

$$s = \int_1^t \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt = \int_1^t \sqrt{\frac{4}{t^2} + \{f'(t)\}^2} dt$$

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{\frac{4}{t^2} + \{f'(t)\}^2}$$

$$2t - s = \sqrt{s^2 + 4}$$

$$\rightarrow \frac{ds}{dt} = 1 + \frac{1}{t^2}$$

$$\therefore 1 + \frac{1}{t^2} = \sqrt{\frac{4}{t^2} + \{f'(t)\}^2}$$

$$\therefore f'(t) = 1 - \frac{1}{t^2} \text{ 또는 } \frac{1}{t^2} - 1$$

$$\text{시각 } t \text{에서 점 P의 속도: } \left(\frac{2}{t}, f'(t)\right) \Big|_{t=2} = (1, f'(2)) \rightarrow f'(2) = \frac{3}{4}$$

$$\text{가속도: } \left(-\frac{2}{t^3}, f''(t)\right)$$

$$\therefore f'(t) = 1 - \frac{1}{t^2}$$

$$\therefore f''(t) = \frac{2}{t^3} \Big|_{t=2} = \frac{1}{4} = a$$

$$\therefore 60a = 15$$