

2023학년도 경찰대학 1차 시험

- 수학 -



응시자 유의사항

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.

경 칠 대 학

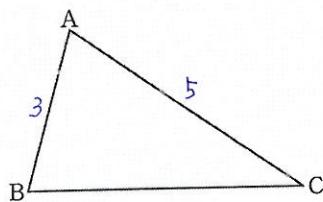
<http://www.police.ac.kr>

※ 총 8쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.

[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 넓이가 $5\sqrt{2}$ 인 예각삼각형 ABC에 대하여 $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 5$ 일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는? [3점]

① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{7\sqrt{3}}{4}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$



$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin A = 5\sqrt{2} \Rightarrow \sin A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$a^2 = 9 + 25 - 30 \times \frac{1}{3} = 24$$

$$a = 2\sqrt{6} = 2R \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow R = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

2. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_P(t) = 3t^2 + 2t - 4, v_Q(t) = 6t^2 - 6t$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q가 처음으로 만나는 위치는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\chi_P(t) = t^3 + t^2 - 4t, \quad \chi_Q(t) = 2t^3 - 3t^2$$

$$\chi_P(t) = \chi_Q(t) \Rightarrow t^3 - 4t^2 + 4t = 0 \quad (t > 0)$$

$$t(t-2)^2 = 0 \Rightarrow t=2$$

$$\therefore \chi_P(2) = \chi_Q(2) = 4$$

3. 직선 $x=a$ 와 세 함수

$$f(x) = 4^x, \quad g(x) = 2^x, \quad h(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$$

의 그래프가 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하자.

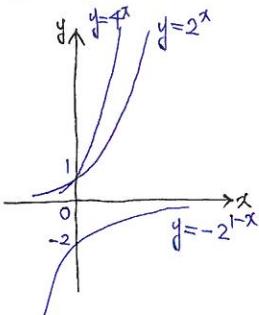
$\overline{PQ} : \overline{QR} = 8 : 3$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

$$\frac{|4^a - 2^a|}{2^a + 2^{1-a}} = \frac{8}{3} \quad (a > 0) \Rightarrow 3(4^a - 2^a) = 8(2^a + 2^{1-a})$$

$$2^a = t : 3t^2 - 11t - \frac{16}{t} = 0 \Rightarrow 3t^3 - 11t^2 - 16 = 0$$

$$(t+4)(3t^2 + t + 4) = 0 \Rightarrow t = 4 = 2^a \Rightarrow a = 2$$



4. 자연수 $k(k \geq 2)$ 에 대하여 집합

$$A = \{(a, b) \mid a, b \text{는 자연수}, 2 \leq a \leq k, \log_a b \leq 2\}$$

의 원소의 개수가 54일 때, 집합 A의 원소 (a, b) 에 대하여 $a+b+k$ 의 최댓값은? [3점]

① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

$$\begin{cases} a=2, 3, \dots, k \\ 1 \leq b \leq a^2 \end{cases}$$

$$a=2 : 1 \leq b \leq 4$$

$$a=3 : 1 \leq b \leq 9$$

$$a=4 : 1 \leq b \leq 16$$

$$a=5 : 1 \leq b \leq 25$$

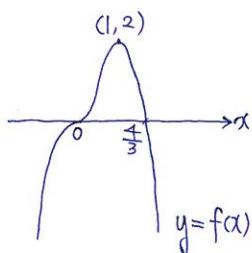
$$4+9+16+25=54$$

$$\therefore 5+25+5=35$$

5. 사차함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극값 2를 갖고, $f(x)$ 가 x^3 으로 나누어떨어질 때, $\int_0^2 f(x-1)dx$ 의 값은? [4점]

① $-\frac{12}{5}$ ② $-\frac{7}{5}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

$$f(x) = x^3(ax+b)$$



$$f(x) = -2x^3(3x-1) = -6x^4 + 8x^3$$

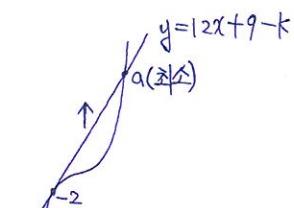
$$\therefore \int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 (-6x^4) dx \\ = -\frac{12}{5}$$

7. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 과 $x=-1$ 에서 극값을 갖는다. $\{x | f(x) \leq 9x+9\} = (-\infty, a]$ 를 만족시키는 양수 a 의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$f(x) = x^3 - 3x + k \leq 9x + 9$$

$$x^3 \leq 12x + 9 - k \Leftrightarrow x \leq a (a > 0)$$



$$y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2 = 12 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$\text{좌 계수: } (-2) + (-2) + a = 0 \Rightarrow a = 4 \text{ (최소)}$$

6. 두 정수 a, b 에 대하여

$$a^2 + b^2 \leq 13, \quad \cos \frac{(a-b)\pi}{2} = 0$$

을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

$$\frac{(a-b)\pi}{2} = n\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow a-b = 2n+1$$

$$(\text{정수})^2 = 0, 1, 4, 9, 16, \dots$$

$$(|a|, |b|) = \underline{(0, 1)}, \underline{(0, 3)}, \underline{(1, 0)}, \underline{(1, 2)}, \underline{(2, 1)}, \underline{(2, 3)}, \\ \underline{(3, 0)}, \underline{(3, 2)}$$

$$\therefore 4 \times 2 + 4 \times 4 = 24$$

8. 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점 (a, b) 에 대하여 $\log_r |ab|$ 의 최댓값을 $f(r)$ 라 할 때, $f(64)$ 의 값은? (단, r 는 1보다 큰 실수이고, $ab \neq 0$ 이다.) [4점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

$$\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \sqrt{a^2 b^2} \Rightarrow \frac{r^2}{2} \geq |ab|$$

$$2 - \log_r 2 \geq \log_r |ab|$$

$$\therefore f(r) = 2 - \log_r 2 \Rightarrow f(64) = 2 - \frac{1}{6} = \frac{11}{6}$$

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 A 로의 함수 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$ 의 개수는? [4점]

- (가) $\log f(x)$ 는 일대일함수가 아니다.
 (나) $\log(f(1)+f(2)+f(3))=2\log 2+\log 3$
 (다) $\log f(4)+\log f(5) \leq 1$

- ① 134 ② 140 ③ 146 ④ 152 ⑤ 158

(가) f 가 일대일함수가 아니다.

$$(4) f(1)+f(2)+f(3)=12 \Rightarrow 552, 543, 444$$

$$(자) f(4)+f(5) \leq 10 \Rightarrow \begin{cases} \text{여사건: } f(4)f(5) \geq 11 \\ \Rightarrow 55, 54, 53, 44, 43 \end{cases}$$

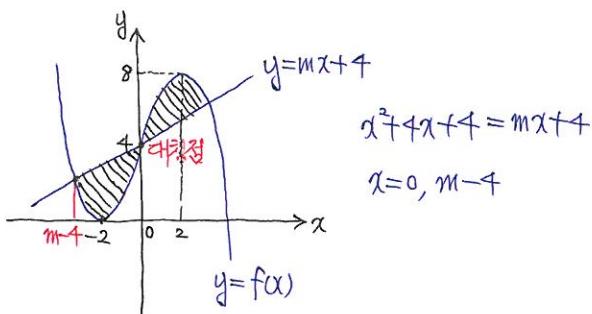
$$\therefore (3+3!+1) \times \{5^2 - (1+2+2+1+2)\} - \frac{3! \times 2!}{543 \times 12} = 158$$

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & (x \leq 0) \\ -(x-2)^2 + 8 & (x > 0) \end{cases}$$

이 있다. 실수 $m(m < 4)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=mx+4$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 $h(m)$ 이라 할 때, $h(-2)+h(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 75 ② 78 ③ 81 ④ 84 ⑤ 87



$$h(m) = 2 \times \frac{(4-m)^3}{6} = \frac{(4-m)^3}{3}$$

$$h(-2) + h(1) = \frac{6^3}{3} + \frac{3^3}{3} = 72 + 9 = 81$$

11. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = \frac{\sqrt{9n^2 - 3n - 2} + 6n - 1}{\sqrt{3n+1} + \sqrt{3n-2}}$$

일 때, $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 110 ② 114 ③ 118 ④ 122 ⑤ 126

$$a_n = \frac{xy + x^2 + y^2}{x+y} = \frac{xy(x-y) + (x^2 + y^2)(x-y)}{3} = \frac{x^3 - y^3}{3}$$

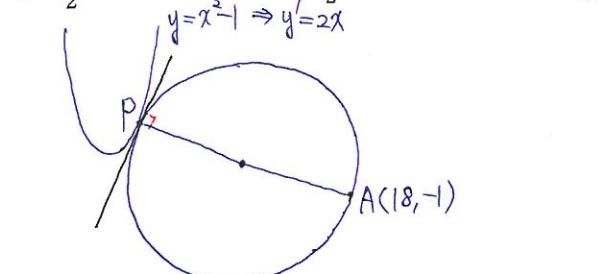
$$\therefore \sum_{n=1}^{16} \frac{(\sqrt{3n+1})^3 - (\sqrt{3n-2})^3}{3} = \frac{1}{3}(7^3 - 1^3) = 114$$

$$\otimes a_n = \frac{x^2 + xy + y^2}{x+y} = \frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^3 - y^3}{x^2 - y^2}$$

12. 좌표평면에서 점 $(18, -1)$ 을 지나는 원 C 가

곡선 $y=x^2-1$ 과 만나도록 하는 원 C 의 반지름의 길이의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{17}}{2}$ ② $\sqrt{17}$ ③ $\frac{3\sqrt{17}}{2}$ ④ $2\sqrt{17}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{17}}{2}$



$$P(x, x^2-1) \Rightarrow \frac{x^2}{x-18} - 1 = -1$$

$$2x^3 + x - 18 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$P(2, 3) \Rightarrow \frac{1}{2} \overline{AP} = \frac{1}{2} \sqrt{16^2 + 4^2} = 2\sqrt{17}$$

13. 좌표평면 위의 점 (a, b) 에서 곡선 $y=x^2$ 에 그은 두 접선이 서로 수직이고 $a^2+b^2 \leq \frac{37}{16}$ 일 때, $a+b$ 의 최댓값을 p , 최솟값을 q 라 하자. pq 의 값은? [4점]

$$\textcircled{1} -\frac{33}{16} \quad \textcircled{2} -\frac{35}{16} \quad \textcircled{3} -\frac{37}{16} \quad \textcircled{4} -\frac{39}{16} \quad \textcircled{5} -\frac{41}{16}$$

$$\text{접선: } y-t^2 = 2t(x-t) \Rightarrow b-t^2 = 2t(a-t)$$

$$t^2 - 2at + b = 0 \quad (t=\alpha, \beta)$$

$$2\alpha \times 2\beta = -1 \Rightarrow \alpha\beta = b = -\frac{1}{4}$$

$$a^2 + \frac{1}{16} \leq \frac{37}{16} \Rightarrow a^2 \leq \frac{9}{4} \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$$

$$p = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}, \quad q = -\frac{3}{2} - \frac{1}{4} = -\frac{7}{4}$$

$$pq = -\frac{35}{16}$$

14. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$f(1)=2, \quad g(1)=0, \quad f'(1)=3, \quad g'(1)=2$$

$$\text{일 때, } \lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^4 \left[x f\left(1 + \frac{3^k}{x}\right) g\left(1 + \frac{3^k}{x}\right) \right] \text{의 값은? [4점]}$$

- $$\textcircled{1} 400 \quad \textcircled{2} 440 \quad \textcircled{3} 480 \quad \textcircled{4} 520 \quad \textcircled{5} 560$$

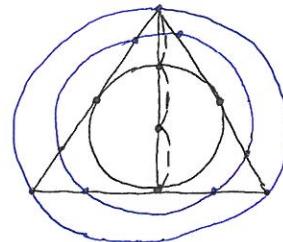
$$\begin{aligned} \frac{1}{x} = h &: \lim_{h \rightarrow 0} \sum_{k=1}^4 \frac{f(1+3^k h)g(1+3^k h)}{h} \xrightarrow{\text{로피탈}} \\ &= \sum_{k=1}^4 \left\{ 3^k f(1)g(1) + 3^k f(1)g'(1) \right\} \\ &= \sum_{k=1}^4 (4 \times 3^k) = \frac{12(3^4 - 1)}{3 - 1} = 480 \end{aligned}$$

15. 좌표평면에서 정삼각형 ABC에 내접하는 반지름의 길이가 1인 원 S가 있다. 실수 t ($0 \leq t \leq 1$)에 대하여 삼각형 ABC 위의 점 P와 원 S의 거리가 t 인 점 P의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 함수 $f(t)$ 가 $t=k$ 에서 불연속인 k 의 개수를 a , $\lim_{t \rightarrow 1^-} f(t) = b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

(여기서, 점 P와 원 S의 거리는 점 P와 원 S 위의 점 X에 대하여 선분 PX의 길이의 최솟값이다.) [4점]

- $$\textcircled{1} 6 \quad \textcircled{2} 7 \quad \textcircled{3} 8 \quad \textcircled{4} 9 \quad \textcircled{5} 10$$

$$f(t) = (\text{원에서 거리가 } t \text{인 점의 개수})$$



$$f(t) = \begin{cases} 3 & (t=0, 1) \\ 6 & (0 < t < 1) \end{cases}$$

$$a=2, \quad b=6 \Rightarrow a+b=8$$

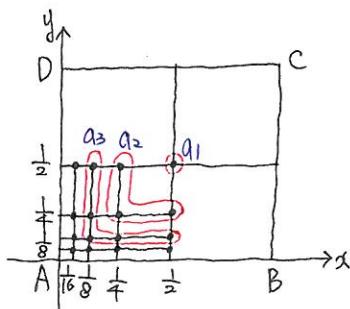
16. 좌표평면에 네 점 $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, $C(1, 1)$, $D(0, 1)$ 이 있다. 자연수 n 에 대하여 집합 X_n 은 다음 조건을 만족시키는 모든 점 (a, b) 를 원소로 하는 집합이다.

- (가) 점 (a, b) 는 정사각형 ABCD의 내부에 있다.
 (나) 정사각형 ABCD의 변 위를 움직이는 점 P와 점 (a, b) 사이의 거리의 최솟값은 $\frac{1}{2^n}$ 이다.

(다) $a = \frac{1}{2^k}$ 이고 $b = \frac{1}{2^m}$ 인 자연수 k, m 이 존재한다.

집합 X_n 의 원소의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 120 ③ 140 ④ 160 ⑤ 180



$$(a, b) = \left(\frac{1}{2^k}, \frac{1}{2^m}\right)$$

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5, \dots$$

$$a_n = 2n-1 \Rightarrow S_{10} = 10^2 = 100$$

17. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

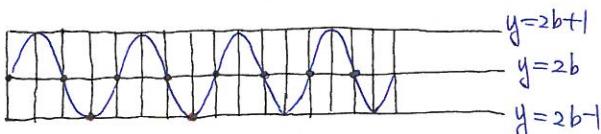
$$f(x) = \sin(ax\pi x) + 2b \quad (0 \leq x \leq 1)$$

이 있다. 집합 $\{x | \log_2 f(x)\text{는 정수}\}$ 의 원소의 개수가 8이 되도록 하는 서로 다른 모든 a 의 값의 합은? [5점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

$$\log_2 f(x) = n \Rightarrow f(x) = 2^n (\text{ } n\text{-은 정수})$$

$$(0 \leq ax\pi x \leq a\pi)$$



i) $b=1$ 일 때, $f(x)=2^0=1$ (2-개), $f(x)=2^1=2$ (6-개) $\Rightarrow a=5$

ii) $b \geq 2$ 일 때, $2b = 2^n \Rightarrow a=7$

$$\therefore 5+7=12$$

18. 함수

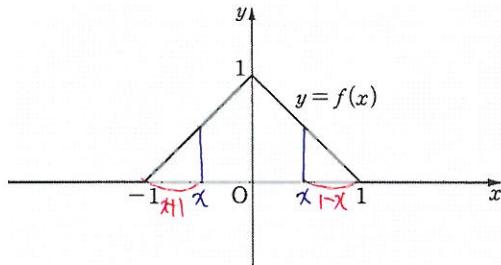
$$f(x) = \begin{cases} 1+x & (-1 \leq x < 0) \\ 1-x & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_{-1}^x f(t) \{2x - f(t)\} dt$$

라 할 때, 함수 $g(x)$ 의 최솟값은? [5점]

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{5}{12}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{7}{12}$



$$g(x) = 2x \int_{-1}^x f(t) dt - \int_{-1}^x \{f(t)\}^2 dt$$

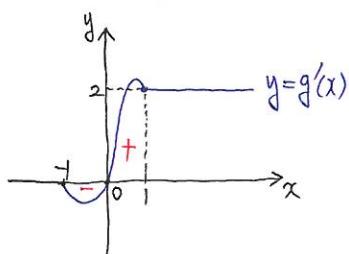
$$g'(x) = 2 \int_{-1}^x f(t) dt + 2x f(x) - \{f(x)\}^2$$

i) $x < -1 : g'(x) = 0$

ii) $-1 \leq x < 0 : g'(x) = 2x \frac{1}{2}(x+1)^2 + 2x(x+1) - (x+1)^2 = 2x(x+1)$

iii) $0 \leq x < 1 : g'(x) = 2 \left\{ 1 - \frac{1}{2}(1-x)^2 \right\} + 2x(1-x) - (1-x)^2$
 $= 2 - 2(1-x)^2 + 2x(1-x)$
 $= -4x^2 + 6x$

iv) $x \geq 1 : g'(x) = 2x \cdot 1 = 2$



$$\therefore g(0) = - \int_{-1}^0 \{f(t)\}^2 dt = - \int_{-1}^0 (1+t)^2 dt = -\frac{1}{3}$$

19. 최고차항의 계수가 양수인 다항함수 $f(x)$ 와 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프를 나타내는 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 의 값이 존재한다.

(나) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{(x-3)g(x)} = k$ (k 는 0이 아닌 상수)

(다) $\lim_{x \rightarrow -3+} \frac{1}{g'(x)} = \infty$

$f(x)$ 의 차수의 최솟값이 m 이다. $f(x)$ 의 차수가 최소일 때, $m+k$ 의 값은? [5점]

- ① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{43}{12}$ ③ $\frac{23}{6}$ ④ $\frac{49}{12}$ ⑤ $\frac{13}{3}$

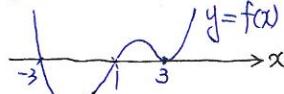
(가) $f(1)=0$

(나) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{(x-3)f(-x)} = k$ $y=g(x)$ $y=f(x)$

(나) $g(-3+) = 0+$ \Rightarrow 

$f(3)=0, f'(3)=0 \Rightarrow f(x)=(x-1)(x-3)^2 Q(x)$

(나) $f(-3)=0 \Rightarrow f(x)=a(x+3)(x-1)(x-3)^2$ ($a \neq 0$)



$$k = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x+3)(x-1)(x-3)^2}{(x-3) \times a(-x+3)(-x-1)(-x-3)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(x-1)}{(x+1)(x+3)^2} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

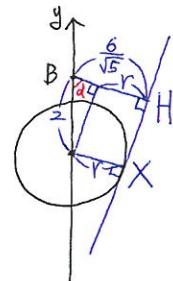
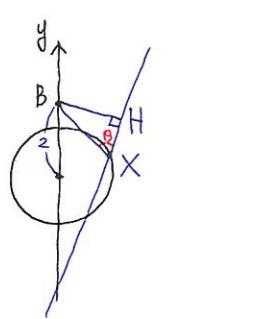
$$\therefore m+k = 4 + \frac{1}{12} = \frac{49}{12}$$

20. 곡선 $y=x^3-x^2$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선의 기울기가 8이다. 점 (0, 2)를 중심으로 하는 원 S가 있다. 두 점 B(0, 4)와 원 S 위의 점 X에 대하여 두 직선 OA와 BX가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\overline{BX} \sin \theta$ 의 최댓값이 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 가 되도록 하는 원 S의 반지름의 길이는?
(단, O는 원점이다.) [5점]

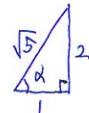
- ① $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{17\sqrt{5}}{20}$ ④ $\frac{9\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{19\sqrt{5}}{20}$

$$y' = 3x^2 - 2x = 8 \Rightarrow x=2 (\because x > 0) \Rightarrow A(2, 4)$$

(직선 OA의 기울기가 2이므로 θ 는 직선 BX와 절 X를 지나고 기울기가 2인 직선이 이루는 예각이다.)



$$\overline{BX} \sin \theta = \overline{BH} \text{ (최대)}$$



$$r = \frac{6}{\sqrt{5}} - 2 \cos \theta = \frac{6}{\sqrt{5}} - 2 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{2k-1} = 2^n$$

을 만족시킬 때, $a_1 + a_5$ 의 값을 구하시오. [3점] 196

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a_1}{1} = 2 \Rightarrow a_1 = 2 \\ n \geq 2 : \frac{a_n}{2n-1} = 2^n - 2^{n-1} = 2^{n-1} \end{array} \right.$$

$$a_5 = 9 \times 2^4 = 144$$

$$\therefore a_1 + a_5 = 2 + 144 = 146$$

22. 실수 a, b, c 가

$$\log \frac{ab}{2} = (\log a)(\log b),$$

$$\log \frac{bc}{2} = (\log b)(\log c),$$

$$\log (ca) = (\log c)(\log a)$$

를 만족시킬 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 모두 10보다 크다.) [4점] 250

$$\left\{ \begin{array}{l} A+B-\log 2 = AB \quad \text{--- ①} \\ B+C-\log 2 = BC \quad \text{--- ②} \quad (A>1, B>1, C>1) \\ C+A = CA \quad \text{--- ③} \end{array} \right.$$

$$\text{①-②: } A-C = B(A-C) \Rightarrow A=C$$

$$\text{③: } 2A = A^2 \Rightarrow A = C = 2$$

$$\text{①: } 2+B-\log 2 = 2B \Rightarrow B = \log 50$$

$$\therefore a=100, b=50, c=100 \Rightarrow a+b+c=250$$

23. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x + 2 & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이고 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(3)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점] 7

$$\begin{aligned} y &= g(x) & f(x) &= (x-1)^2 + a(x-1) + 3 \\ f'(1) &= a \geq 0 & \therefore f(3) &= 2a+7 \geq 7 \end{aligned}$$

24. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$(a\sin^2 x - 4)\cos x + 4 \geq 0$$

을 만족시키는 실수 a 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

14 [4점]

$$a(1-c^2)c - 4c + 4 \geq 0$$

$$\frac{(1-c)}{0, \oplus} \{ac(c+1) + 4\} \geq 0 \quad (-1 \leq c \leq 1)$$

$$\text{i) } c=1 : 0 \geq 0 \quad (\text{O})$$

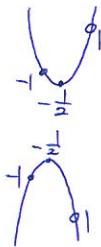
$$\text{ii) } -1 \leq c < 1 : ac(c+1) + 4 \geq 0$$

$$\textcircled{1} \quad a=0 : 4 \geq 0 \quad (\text{O})$$

$$\textcircled{2} \quad a>0 : -\frac{1}{a} + 4 \geq 0 \Rightarrow 0 < a \leq 16$$

$$\textcircled{3} \quad a<0 : 2a + 4 \geq 0 \Rightarrow -2 \leq a < 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq 16$$



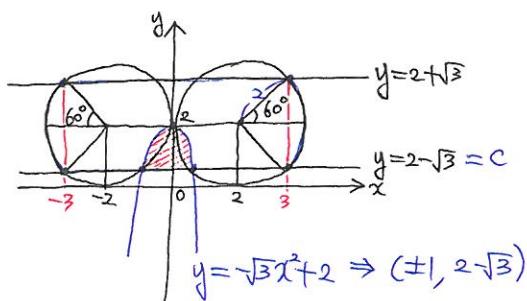
25. 세 집합 A, B, C 는

$$A = \left\{ (2+2\cos\theta, 2+2\sin\theta) \mid -\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \right\},$$

$$B = \left\{ (-2+2\cos\theta, 2+2\sin\theta) \mid \frac{2\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{4\pi}{3} \right\},$$

$$C = \{ (a, b) \mid -3 \leq a \leq 3, b = 2 \pm \sqrt{3} \}$$

이다. 좌표평면에서 집합 $A \cup B \cup C$ 의 모든 원소가 나타내는 도형을 X 라 하고, 도형 X 와 곡선 $y = -\sqrt{3}x^2 + 2$ 가 만나는 점의 y 좌표를 c 라 하자. 집합 X 로 둘러싸인 부분의 넓이를 α , 곡선 $y = -\sqrt{3}x^2 + 2$ 와 직선 $y = c$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 β 라 하자. $\alpha - \beta = \frac{p\pi + q\sqrt{3}}{3}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 정수이다.) [5점] 34



$$\alpha = 6 \times 2\sqrt{3} + 2 \left(\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3} \right) = \frac{8}{3}\pi + 10\sqrt{3}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{3}}{6} \times 2^3 = \frac{4}{3}\sqrt{3}$$

$$\therefore \alpha - \beta = \frac{8\pi + 26\sqrt{3}}{3} \Rightarrow p+q = 34$$

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기했는지 확인하시오.

