제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

$3^{2\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}} = 9$

2. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = \frac{1}{2}$, $a_3 = 1$ 일 때, a_5 의 값은? [2점]

×4

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

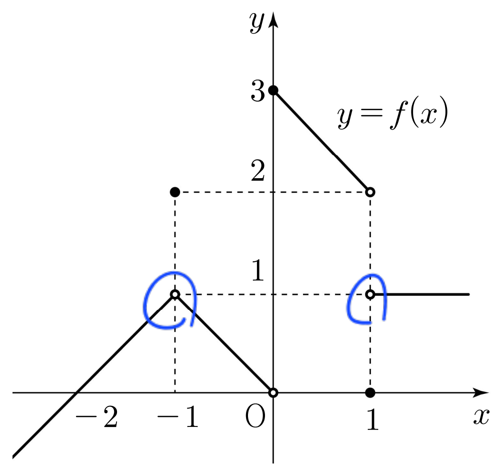
3. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 7$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$f'(x) = 3x^2+2$.

$f'(1) = 5$.

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & (x<2) \\ x^2-ax+3 & (x\geq 2) \end{cases}$$

1

7-2a

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

a=3

$C=\frac{3}{5}$

6. $0<\theta<\frac{\pi}{2}$인 θ에 대하여 $\sin\theta=\frac{4}{5}$일 때, $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)-\cos(\pi+\theta)$의 값은? [3점]

$\cos\theta+\cos\theta$

① $\frac{9}{10}$ ② 1 ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{13}{10}$

7. 첫째항이 $\frac{1}{2}$인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+1 & (a_n<0) \\ -2a_n+1 & (a_n\geq 0) \end{cases}$$

일 때, $a_{10}+a_{20}$의 값은? [3점] 2

-1 0

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$a_2=0$

$a_3=1$

$a_4=-1$

$a_5=0$

$a_6=1$

$a_7=-1$

8. 다항함수 $f(x)$ 가

$2(a-1)(a-k)$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=2,\ \lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=3$$

$2x^2+\sim.$

$2(1-k)=3$
$1-k=\frac{3}{2}$
$k=-\frac{1}{2}$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$2(a-1)(a+\frac{1}{2})$

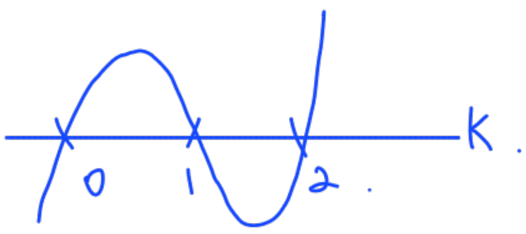
$2\times 2\times\frac{7}{2}=14$

9. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f'(x)dx=\int_0^2 f'(x)dx=0$$

을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0



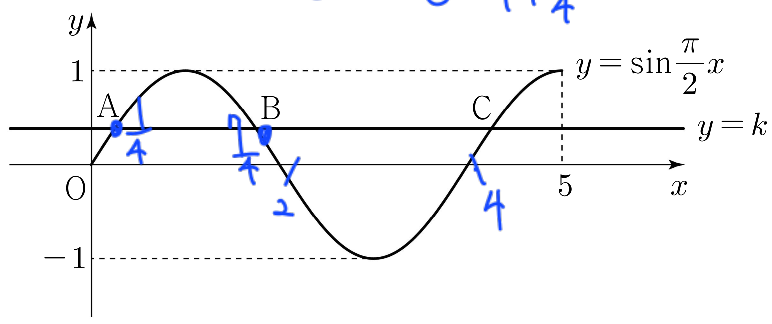
$f(a)-k=a(a-1)(a-2)$
$f'(1)=1\times -1=-1$

10. 곡선 $y=\sin\frac{\pi}{2}x\ (0\le x\le 5)$ 가 직선 $y=k\ (0<k<1)$ 과 만나는 서로 다른 세 점을 y 축에서 가까운 순서대로 A, B, C 라 하자. 세 점 A, B, C 의 x 좌표의 합이 $\frac{25}{4}$ 일 때, 선분 AB 의 길이는? [4점]

$A+B=2.$

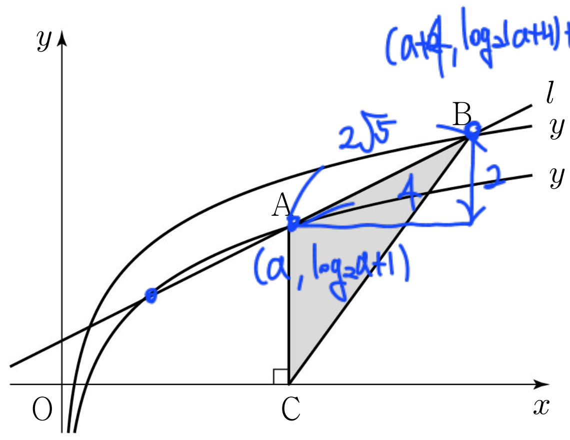
① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

②. $C=4+\frac{1}{4}$



11. 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선 l 이 곡선 $y=\log_2 2x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 A 라 하고, 직선 l 이 곡선 $y=\log_2 4x$ 와 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 B 라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{5}$ 일 때, 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발 C 에 대하여 삼각형 ACB 의 넓이는? [4점]

① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{23}{4}$ ⑤ 6



$\log_2 \frac{a+4}{a} = 1$

$a+4=2a$

$a=4$

A(4, 3)

C(4, 0)

B(8, 6)

$S=\frac{1}{2}\times 3\times 4$

$=6$

12. 첫째항이 2 인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{3S_k}{k+2}=S_n$$

이 성립할 때, a_{10} 의 값을 구하는 과정이다.

$n\geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n=S_n-S_{n-1}$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{3S_k}{k+2}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{3S_k}{k+2}=\frac{3S_n}{n+2}$$

이므로 $3S_n=(n+2)\times a_n \ (n\geq 2)$

이다.

$S_1=a_1$ 에서 $3S_1=3a_1$ 이므로

$3S_n=(n+2)\times a_n \ (n\geq 1)$

이다.

$$3a_n=3(S_n-S_{n-1})$$

$$=(n+2)\times a_n-(\boxed{\text{(가)}})\times a_{n-1} \ (n\geq 2)$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}}=\boxed{\text{(나)}} \ (n\geq 2)$$

따라서

$$a_{10}=a_1\times\frac{a_2}{a_1}\times\frac{a_3}{a_2}\times\frac{a_4}{a_3}\times\cdots\times\frac{a_9}{a_8}\times\frac{a_{10}}{a_9}$$

$$=\boxed{\text{(다)}}$$

$n+1$

$\frac{n+1}{n-1}$

$(n+1)a_{n-1}=(n-1)a_n$

$2\times\frac{3}{1}\times\frac{4}{2}\times\frac{5}{3}\times\cdots\times\frac{10}{8}\times\frac{11}{9}$

110

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $\frac{f(p)}{g(p)}$ 의 값은? [4점]

① 109 ② 112 ③ 115 ④ 118 ⑤ 121

$111\times\frac{109}{111}$

13. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0)=\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<-2) \\ f(x)+8 & (x\ge -2) \end{cases}$$

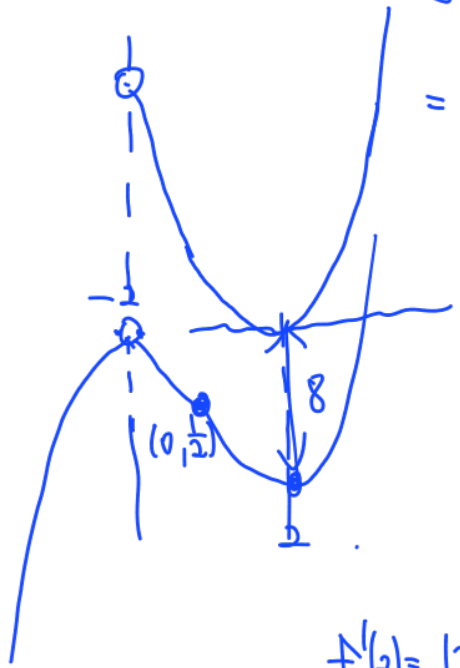
라 하자. 방정식 $g(x)=f(-2)$ 의 실근이 2 뿐일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

$f(x)=x^3+ax^2+bx+\frac{1}{2}$.
$f'(x)=3x^2+2ax+b$.

$g(2)=f(2)+8=f(-2)$.

$\int_{-2}^{2} f'(x)dx=-8$
$=\int_{-2}^{2} 3x^2+2ax+bdx$.
$=\int_{-2}^{2} 3x^2+bdx$
$=2\left[x^3+bx\right]_0^2=-8$
$\Rightarrow 8+2b=-4$
$b=-6$.



$f'(2)=12+4a-6=0$..
$a=-\frac{3}{2}$.

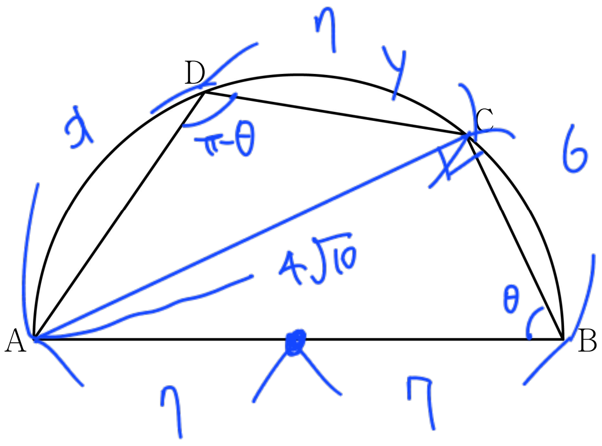
$f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+\frac{1}{2}$
$f'(x)=3x^2-3x-6$. $=3(x-2)(x+1)$
$f(-1)=-1-\frac{3}{2}+6+\frac{1}{2}$
$=4$.

14. 길이가 14 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C 를 $\overline{BC}=6$ 이 되도록 잡는다. 점 D 가 호 AC 위의 점일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 D 는 점 A 와 점 C 가 아닌 점이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\sin(\angle CBA)=\frac{2\sqrt{10}}{7}$
ㄴ. $\overline{CD}=7$ 일 때, $\overline{AD}=-3+2\sqrt{30}$
ㄷ. 사각형 ABCD 의 넓이의 최댓값은 $20\sqrt{10}$ 이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$\sin\theta=\frac{2\sqrt{10}}{7}$
$\cos\theta=\frac{3}{7}$

ㄱ. $\overline{AC}=\sqrt{196-36}=4\sqrt{10}$.
$\sin CBA=\frac{4\sqrt{10}}{14}=\frac{2\sqrt{10}}{7}$.

ㄴ. $\overline{CD}=7$, $\overline{AD}=x$ 설정. $\overline{AC}^2=$
$160=7^2+x^2+2\cdot 7\cdot x\cos\theta$
$=x^2+6x+49$.
$x^2+6x-111=0$. $x=-3\pm 2\sqrt{30}$ (o).
$(x+3)^2=120$.

ㄷ. $S=\frac{1}{2}\times 6\times 4\sqrt{10}+\frac{1}{2}\times x\times y\times\frac{2\sqrt{10}}{7}$.
$160=x^2+y^2+\frac{6}{7}xy\ge\frac{20}{7}xy$ $\le 12\sqrt{10}+8\sqrt{10}$.
$\frac{1}{7}xy\le 8$ (o)

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x+2) & (x<0) \\ \displaystyle\int_0^x tf(t)\,dt & (x \ge 0) \end{cases}$$

$= x^2$

$g(0) = \begin{cases} f(2) \\ 0 \end{cases}$

$g'(x) = \begin{cases} f'(x+2) \\ xf(x) \end{cases}$

$g'(0) = \begin{cases} f'(2) \\ 0 \end{cases}$

$x(x-2)^2$

$g(x) - t = \frac{1}{4}(x+\frac{2}{3})(x-2)^3$

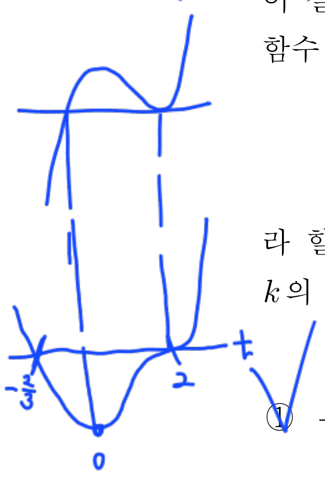
이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 실수 a에 대하여 함수 $h(x)$를

$g(0) - t = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times 8 = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow f(x) = (x-2)^2$

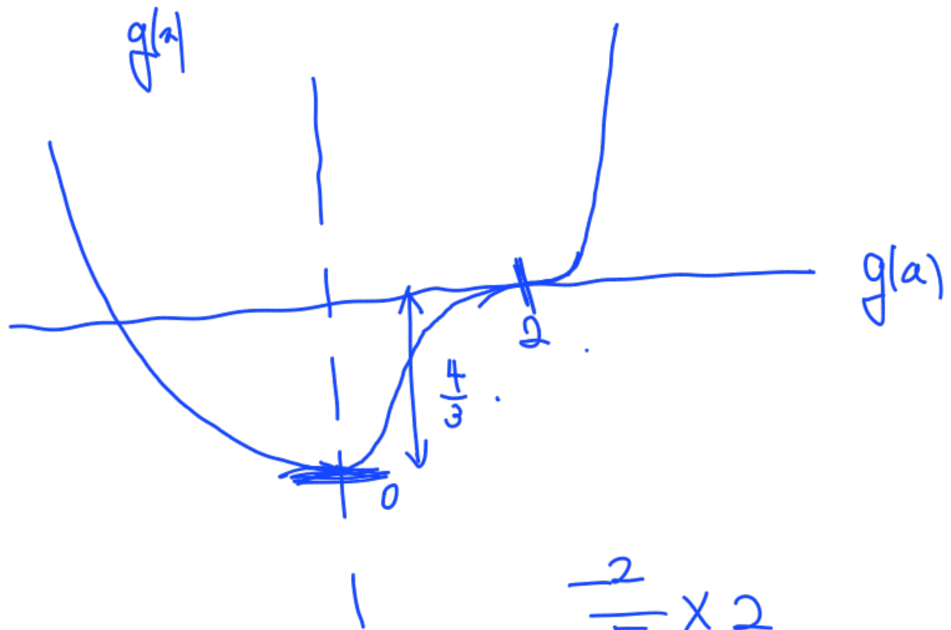
$$h(x)=|g(x)-g(a)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$가 $x=k$에서 미분가능하지 않은 실수 k의 개수가 1이 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? [4점]



① $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{7\sqrt{3}}{6}$ ③ $-\sqrt{3}$

④ $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$



$\frac{2}{\sqrt{3}} \times 2$

$x^2 = \frac{4}{3}$ $x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

$-\frac{4\sqrt{3}}{3}$

단답형

16. $\log_3 7 \times \log_7 9$의 값을 구하시오. [3점]

$\frac{\log 7}{\log 3} \times \frac{\log 9}{\log 7} = 2$

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2-2x-1$이고 $f(1)=3$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x) = 2x^3 - x^2 - x + 3$

$f(2) = 16 - 4 - 2 + 3 = 13$

18. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\ge 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2+6t-a$$

$x(t)=t^3+3t^2-at$

이다. 시각 $t=3$에서의 점 P의 위치가 6일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

$x(3)=27+27-3a=6.$ $3a=48.$

$a=16.$

$g(6)=18$
$g(4)=-4$

19. $n\ge 2$인 자연수 n에 대하여 $2n^2-9n$의 n제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $f(3)+f(4)+f(5)+f(6)$의 값을 구하시오. [3점]

1 ↓ 1 ⇓

$\sqrt[4]{-4}$ $\sqrt[6]{18}$

= 0 ⇓ 2.

4.

20. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=x^2\int_0^x f(t)dt-\int_0^x t^2 f(t)dt$$

$g(0)=0.$

$g'(x)=2x\int_0^x f(t)dt+x^2f(x)-x^2f(x).$
$=2x\int_0^x f(t)dt.=2x^2(x-3)^2.$

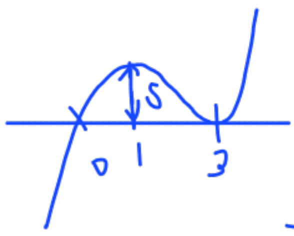
가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 극값을 갖지 않는다. 홀수근 X.
> (나) 방정식 $g'(x)=0$의 모든 실근은 0, 3이다.

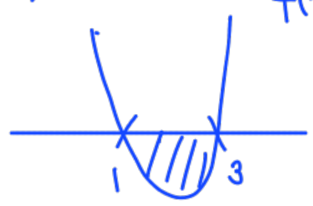
싹다 튕김.

$\int_0^3 |f(x)|dx$의 값을 구하시오. [4점]

$\int_0^x f(t)dt=x(x-3)^2.$



$f(x)=3(x-1)(x-3).$



$S=\frac{3}{6}\cdot 2^3=4=8.$

21. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^{2n} a_k = 17n$
(나) $\lvert a_{n+1} - a_n \rvert = 2n - 1$

$a_2 = 9$일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$의 값을 구하시오. [4점]

$a_2 + a_4 + \cdots + a_{20}$.

$n=1$ $a_1 + a_2 = 17$ $a_1 = 8$

$n=2$ $|a_3 - a_2| = |a_3 - 9| = 3$.

$n=3$. $|a_4 - a_3| = 5$.

a_3 ┌ $12 \to 5$ (= a_4)
 └ $6 \to 11$

$n=4$ $|a_5 - 11| = 7$ a_5: 18, 4 a_6: -1, 13

$n=5$. $a_6 - a_5 = 9$.

$|a_7 - 13| = 11$ a_7: 24, 2 a_8: -7, 15

2씩 늘어남

a_9: 30, 0 a_{10}: -13, 17

$\sum_{n=1}^{10} 2n+7$

$= 110 + 70$

$= 180$

$|a_{11} - 17| = 19$ a_{11}: 36, -2 a_{12}: -19, 19

22. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 할 때, 함수 $h(x)$를

$$h(x) = |f(x)| + g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$f(0) = g(0) = 0$. $g(x) = mx$.

$f'(0) = g'(0) = m$.

$ax(x-k)^2$.

$h(x) = $ ┌ $f(x) \ge 0$. $f(x) + g(x)$
 └ $f(x) < 0$ $-f(x) + g(x)$

$-ax^2(x-b)$.

(가) 곡선 $y=h(x)$ 위의 점 $(k, 0)$ $(k \neq 0)$에서의 접선의 방정식은 $y=0$이다.
(나) 방정식 $h(x)=0$의 실근 중에서 가장 큰 값은 12이다.

$h(3) = -\dfrac{9}{2}$일 때, $k \times \{h(6) - h(11)\}$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [4점]

$h(k) = |f(k)| + g(k) = 0$ $g(k) < 0$.

$h'(k) = 0$.

┌ $f(k) = -g(k)$ $(f(k) > 0)$
└ $f(k) = g(k)$ $(f(k) < 0)$

$\Rightarrow$ k에서 접함!

f와 g는 0에서 이미 접함

$\Rightarrow$ f랑 $-g$가 k에서 접함!

$h(x) = $ ┌ $f(x) \ge 0$. $ax(x-k)^2 = f(x) + mx$. 근 $0, k, k$.
 │ $ax(x-6)^2$
 └ $f(x) < 0$. $-ax^2(x-b) = mx - f(x)$. 근 $0, 0, b$.
 $-ax^2(x-12)$.

2차항 계수 변화 X

세근 합 일정!

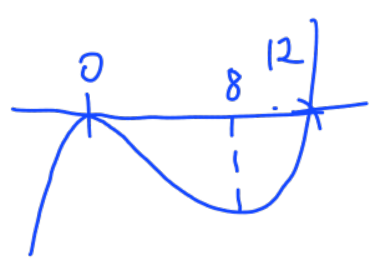
$\Rightarrow$ $b = 2k = 12$.

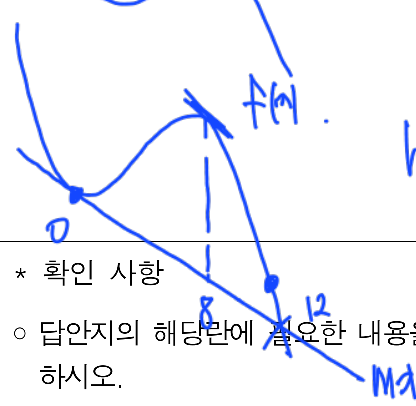
$k = 6$.

$h(3) = 27a = -\dfrac{9}{2}$

$a = -\dfrac{1}{6}$ $\Rightarrow$ $m < 0$.

$h(x)$.





$h(11) = \frac{1}{6} \times 121 \times -1 = -\dfrac{121}{6}$

121

＊ 확인 사항 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오. ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+5n^2+5}-n^2\right)$ 의 값은? [2점]

$\left(n^2+\frac{5}{2}\right)^2$

① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

24. $\int_1^e\left(\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}\right)\ln x\,dx-\int_1^e\frac{2}{x^2}\ln x\,dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$\int_1^e \frac{3}{x}\ln x\,dx$

$\ln x = t$

$\frac{1}{x}dx = dt$

$=\int_0^1 3t\,dt = \frac{3}{2}$

25. 매개변수 $t\ (t>0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x=t^2\ln t+3t,\ y=6te^{t-1}$$

에서 $t=1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$$\left.\frac{\frac{dy}{dt}=6\left[e^{t-1}+te^{t-1}\right]}{\frac{dx}{dt}=2t\ln t+t+3}\right|_{t=1}=\frac{12}{4}=3$$

26. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 가 함수 $g(x)$ 의 역함수이고, $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-2}{x-2}=\frac{1}{3}$ 이다. 함수 $h(x)=\frac{g(x)}{f(x)}$ 라 할 때, $h'(2)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{7}{6}$　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{5}{3}$　⑤ $\frac{11}{6}$

$$h'(x)=\frac{g'(x)f(x)-g(x)f'(x)}{\{f(x)\}^2}=\frac{6-\frac{2}{3}}{4}=\frac{\frac{16}{3}}{\frac{4}{1}}=\frac{4}{3}$$

$f(2)=2$, $f'(2)=\frac{1}{3}$

$g'(2)=\frac{1}{f'(g(2))}=\frac{1}{f'(2)}=3$

27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 의 중점 E_1 에 대하여 두 선분 B_1D_1, C_1E_1 이 만나는 점을 F_1 이라 하자. $\overline{G_1E_1}=\overline{G_1F_1}$ 이 되도록 선분 B_1D_1 위에 점 G_1 을 잡아 삼각형 $G_1F_1E_1$ 을 그린다. 두 삼각형 $C_1D_1F_1$, $G_1F_1E_1$ 로 만들어진 ⋈ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

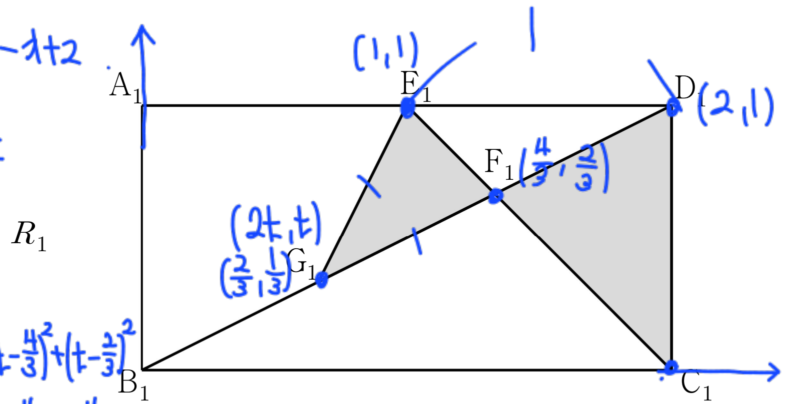
그림 R_1 에서 선분 B_1F_1 위의 점 A_2, 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2, 선분 C_1F_1 위의 점 D_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=1:2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 ⋈ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은? [3점]

$y=\frac{1}{2}x=-x+2$

$x=\frac{4}{3}$

R_1



$(2t-1)^2+(t-1)^2=(2t-\frac{4}{3})^2+(t-\frac{2}{3})^2$

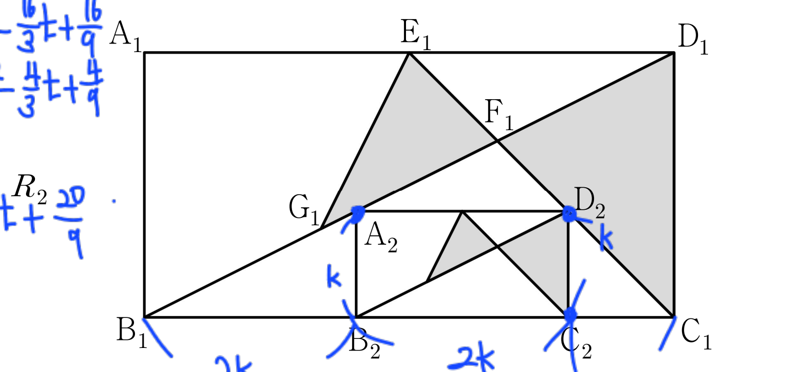
$4t^2-4t+1$
$+t^2-2t+1$ $=$ $4t^2-\frac{16}{3}t+\frac{16}{9}$
$+t^2-\frac{4}{3}t+\frac{4}{9}$

$5t^2-6t+2=5t^2-\frac{20}{3}t+\frac{20}{9}$

$\frac{2}{3}t=\frac{2}{9}$

$t=\frac{1}{3}$

R_2



$2-4k=k$

$k=\frac{2}{5}$

⋮　　⋮

① $\frac{23}{42}$　② $\frac{25}{42}$　③ $\frac{9}{14}$　④ $\frac{29}{42}$　⑤ $\frac{31}{42}$

$a=$ △ $+$ ◁ $=\frac{1}{2}\times1\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times1\times\frac{2}{3}$

$=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$

$r=\frac{4}{25}$

$\dfrac{\frac{1}{2}}{1-\frac{4}{25}}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{21}{25}}=\frac{25}{42}$

28. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x)=f(x)$　우함수   (나) $f(x+2)=f(x)$　주기 2

$\int_{-1}^{5} f(x)(x+\cos 2\pi x)dx=\frac{47}{2}$, $\int_{0}^{1} f(x)dx=2$ 일 때, $\int_{0}^{1} f'(x)\sin 2\pi x\,dx$ 의 값은? [4점]　$\int_{-1}^{0} f(x)dx=2$

주기 1

① $\frac{\pi}{6}$　② $\frac{\pi}{4}$　③ $\frac{\pi}{3}$　④ $\frac{5}{12}\pi$　⑤ $\frac{\pi}{2}$

$\underbrace{\int_{-1}^{5} xf(x)dx}_{기} + \int_{-1}^{5} \underbrace{f(x)}_{우}\underbrace{\cos 2\pi x}_{우}$ (주기 1) $=\frac{47}{2}$

$6\int_{0}^{1} f(x)\cos 2\pi x\,dx$

$\int_{-1}^{1} xf(x)dx$

$t=x-2$

$+\int_{1}^{3} xf(x)dx=\int_{-1}^{1}(t+2)f(t+2)dt=\int_{-1}^{1} xf(x)+2f(x)dx$

$t=x-4$

$+\int_{3}^{5} xf(x)dx=\int_{-1}^{1}(t+4)f(t+4)dt=\int_{-1}^{1} xf(x)+4f(x)dx$

$=24+6\int_{0}^{1} f(x)\cos 2\pi x\,dx=\frac{47}{2}$

$\int_{0}^{1} f'(x)\sin 2\pi x\,dx=\left[f(x)\sin 2\pi x\right]_{0}^{1}-2\pi\int_{0}^{1} f(x)\cos 2\pi x\,dx$

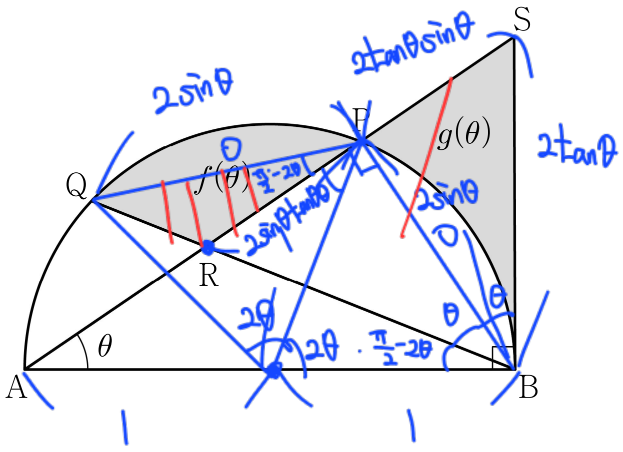
$u'=f'(x)$　$v'=2\pi\cos 2\pi x$　$=-2\pi\times-\frac{1}{12}=\frac{\pi}{6}$

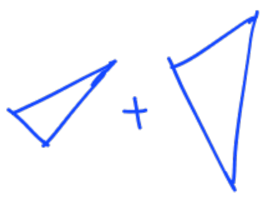
$u=f(x)$　$v=\sin 2\pi x$

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 호 AP 위에 점 Q를 호 PB와 호 PQ의 길이가 같도록 잡을 때, 두 선분 AP, BQ가 만나는 점을 R라 하고 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는 점을 S라 하자. $\angle BAP = \theta$라 할 때, 두 선분 PR, QR와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 PS, BS와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{f(\theta)+g(\theta)}{\theta^3}$의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



$f(\theta)+g(\theta) =$ 

$= \dfrac{\frac{1}{2}\cdot 2\sin\theta \cdot 2\sin\theta\tan\theta \cdot \cos 2\theta + \frac{1}{2}\cdot 2\tan\theta\sin\theta \cdot 2\sin\theta}{\theta^3}$

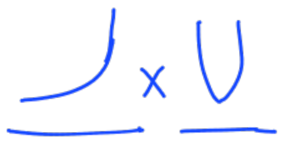
$= 4$

30. 최고차항의 계수가 3보다 크고 실수 전체의 집합에서 최솟값이 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x) = e^x f(x)$$

$f(x) \neq 0$

$x \to \infty : \infty$
$x \to -\infty : 0$
이방정식 실근의 합 : $h(k)$



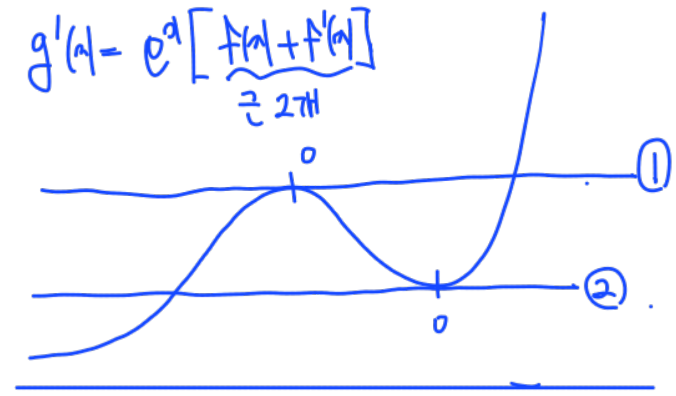
이다. 양수 k에 대하여 집합 $\{x \mid g(x) = k, x는 실수\}$의 모든 원소의 합을 $h(k)$라 할 때, 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(k)$는 다음 조건을 만족시킨다.

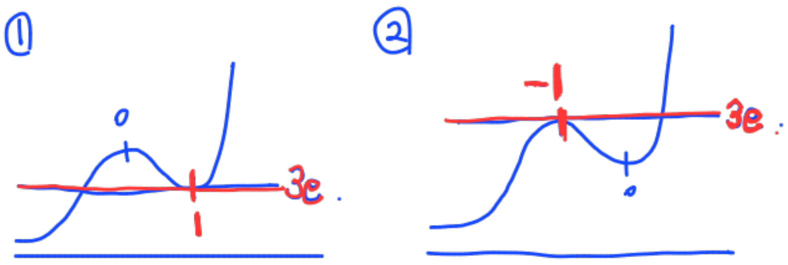
(가) 함수 $h(k)$가 $k=t$에서 불연속인 t의 개수는 1이다.
(나) $\lim_{k \to 3e+} h(k) - \lim_{k \to 3e-} h(k) = 2$

3e에서 불연속
전후 근 차이 2

$g(-6) \times g(2)$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \to -\infty} x^2 e^x = 0$) [4점]

$g'(x) = e^x[f(x)+f'(x)]$
근 2개





① $f(x)+f'(x) = ax(x-1) = ax^2 - ax$

$2a+b=-a$, $b=-3a$, $b+c=0$, $c=3a$

$ax^2+bx+c+2ax+b = ax^2+(b+2a)x+b+c$

$f(x) = a(x^2-3x+3)$

$g(1) = 3e$, $f(1) = 3$

~~$f(1) = a = 3$~~

② $f(x)+f'(x) = ax(x+1) = ax^2+ax$

$2a+b=a$, $b=-a$, $b+c=0$, $c=a$

$g(-1) = \frac{1}{e} \times f(-1) = 3e$

$f(x) = a(x^2-x+1)$

$f(-1) = 3e^2 = 3a$, $a = e^2$

$g(-6)\times g(2) = e^{-4} \times f(-6) \times f(2) = \cancel{e^{-4}} \times 43\cancel{e^2} \times 3\cancel{e^2} = 129$

* 확인 사항 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오. ○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.