

# 수학 영역 (기하)

성명	
----	--

수험번호														
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(확률과 통계/미적분/기하)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

**너와 함께 저 꿈을 덧그리며 올려다본 하늘**

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

## 2021년 11월 6일 시행 Epsilon 모의고사 2회

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

19학번 : 황주영

20학번 : 김동연, 김유진, 김태희, 송문주, 이도윤  
이선우, 정원철, 최연조, 최인환

21학번 : 김민성, 김서원, 김예찬, 류은수, 박주원  
박창수, 서연수, 심현재, 황민수

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon 편집위원회

20학번 : 김유진, 김태희, 최연조

21학번 : 류은수, 박주원

자문 :

정재훈 (성균관대학교 수학교육과 19)

검토위원 :

강종우 (성균관대학교 수학교육과 19)

장지원 (성균관대학교 수학교육과 19)

이병주 (성균관대학교 수학교육과 20)

엡실론(Epsilon) 팀 혹은 엡실론(Epsilon) 모의고사에 관하여 문의 사항이 있으신 경우 [dongyeon0101@naver.com](mailto:dongyeon0101@naver.com)으로 연락 주시기 바랍니다.

제 2 교시

Epsilon

수학 영역



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1.  $\log_{\frac{1}{4}} 8$ 의 값은? [2점]

- ①  $-\frac{5}{2}$     ②  $-2$     ③  $-\frac{3}{2}$     ④  $-1$     ⑤  $-\frac{1}{2}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 2x}{x - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 0    ② 2    ③ 4    ④ 6    ⑤ 8

3. 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 3, 4a_3 = a_5$$

일 때,  $a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 12    ② 15    ③ 18    ④ 21    ⑤ 24

4. 함수  $f(x)$ 가

$$f'(x) = 6x + a, f(0) = 1, f(2) = 7$$

을 만족시킬 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $-3$     ②  $-2$     ③  $-1$     ④ 0    ⑤ 1

5.  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  인  $\theta$ 에 대하여  $\sin\theta = 3\cos^2\theta - 1$  일 때,  $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{\sqrt{5}}{5}$     ②  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$     ③  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$     ④  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$     ⑤  $\sqrt{5}$

6. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 1) \\ f(3)x & (x \geq 1) \end{cases}$$

이  $x=1$ 에서 미분가능할 때,  $g(2)$ 의 값은? [3점]

- ① -6    ② -4    ③ -2    ④ 0    ⑤ 2

7. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{\log a_k}{2} = \log(n+3)$$

을 만족시킬 때,  $a_4 \times a_5 \times a_6$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{49}{36}$     ②  $\frac{16}{9}$     ③  $\frac{9}{4}$     ④  $\frac{25}{9}$     ⑤  $\frac{121}{36}$

8. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x) - 3x^2}{x} = 6, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = f'(0)$$

을 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

9. 등차수열  $\{a_n\}$ 이 1보다 큰 어떤 자연수  $m$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \sum_{k=1}^m a_{2k-1} : \sum_{k=1}^{m-1} a_{2k} = 6 : 5 \\ \text{(나)} \quad & a_m : a_{m+1} = 3 : 4 \end{aligned}$$

$a_5 = 6$ 일 때,  $a_{11}$ 의 값은? [4점]

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

10. 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } f(-x) = -f(x) \text{이다.} \\ \text{(나)} \quad & \int_0^a \{|f(x)| - f(x)\} dx = 0 \text{을 만족시키는 실수 } a \text{의} \\ & \text{최솟값은 } -3 \text{이다.} \end{aligned}$$

$f(1) = -8\sqrt{3}$ 일 때, 함수  $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

- ① 18      ② 21      ③ 24      ④ 27      ⑤ 30

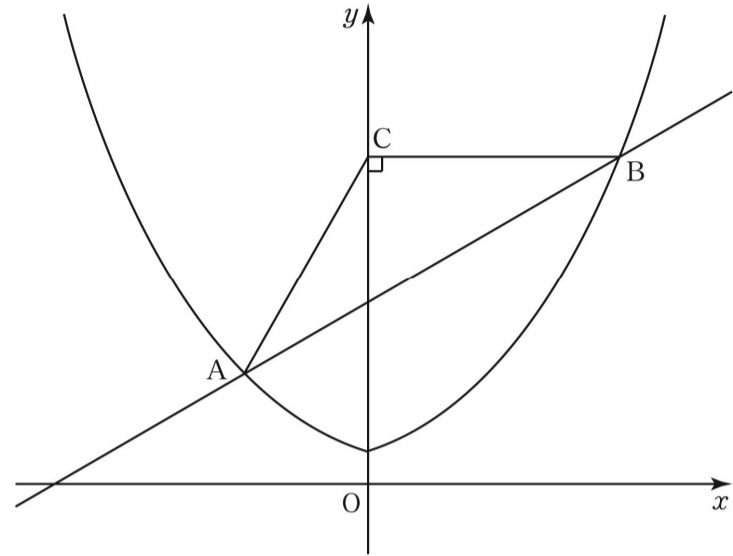
11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$f(t) = t^2 - 4t + 3, \quad g(t) = |f(t)|$$

이다. 점 Q의 속도가 감소하는 동안 점 P가 움직인 거리는?  
[4점]

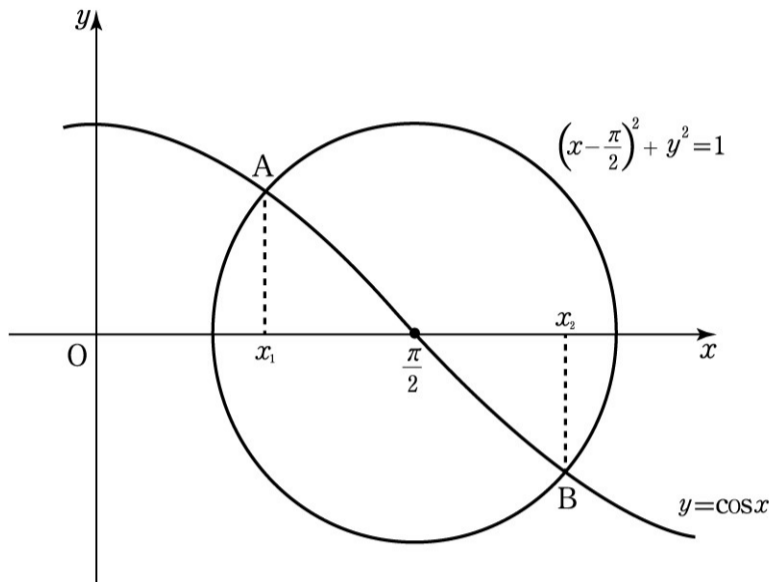
- ①  $\frac{2}{3}$     ②  $\frac{4}{3}$     ③ 2    ④  $\frac{8}{3}$     ⑤  $\frac{10}{3}$

12. 그림과 같이 곡선  $y = a^{|x|}$  ( $a > 1$ )과 직선  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 5$ 가 만나는 두 점을 A, B라 하고, 점 B에서  $y$ 축에 내린 수선의 발을 C라 하자.  $\overline{AC} = \overline{BC}$ 일 때, 선분 AB의 길이는? [4점]



- ① 9    ② 12    ③ 15    ④ 18    ⑤ 21

13. 그림과 같이 곡선  $y = \cos x$ 와 원  $(x - \frac{\pi}{2})^2 + y^2 = 1$ 이  
 만나는 두 점 A, B의  $x$ 좌표를 각각  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ )라 하자.  
 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
 (단,  $3 < \pi < 4$ 이다.) [4점]



< 보 기 >

㉠. $x_1 + x_2 = \pi$
㉡. $x_1 + \sin x_1 = \frac{\pi}{2}$
㉢. $\frac{2}{3}\pi < x_2 < \frac{3}{4}\pi$

- ① ㉠                      ② ㉠, ㉡                      ③ ㉠, ㉢  
 ④ ㉡, ㉢                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을  
 만족시킨다.

(가)  $0 \leq x < 4$ 일 때,  $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{27}{8}x^2 - \frac{17}{4}x - 1$ 이다.  
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+4) = f(x) + 5$ 이다.

함수  $|f(x) - x|$ 가 열린구간  $(4n, 4n+4)$ 에서 미분가능하도록  
 하는 자연수  $n$ 의 최솟값을  $k$ 라 하자.  $\int_{4k}^{4k+4} f(x) dx$ 의 값은?

[4점]

- ① 80                      ② 82                      ③ 84                      ④ 86                      ⑤ 88

15. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 11 & (a_n \geq 2) \\ (a_n)^2 + 4a_n - 3 & (a_n < 2) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_{10} = a_7 + 47$ 일 때,  $\sum_{n=10}^{15} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 360    ② 375    ③ 390    ④ 405    ⑤ 420

단답형

16.  $\sqrt[3]{64} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{10}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x) = (x+3)(2x^2-1)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]



18. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = -\frac{1}{n+2}$$

을 만족시킨다.  $a_4 = \frac{1}{6}$  일 때,  $\frac{1}{b_4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가  $-1$ 인 삼차함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^x g(t) dt + \int_3^x g(t) dt$$

를 만족시킨다.  $f(1) = g(1) = 0$ 일 때,  $f(-4)$ 의 값을 구하시오.  
[3점]

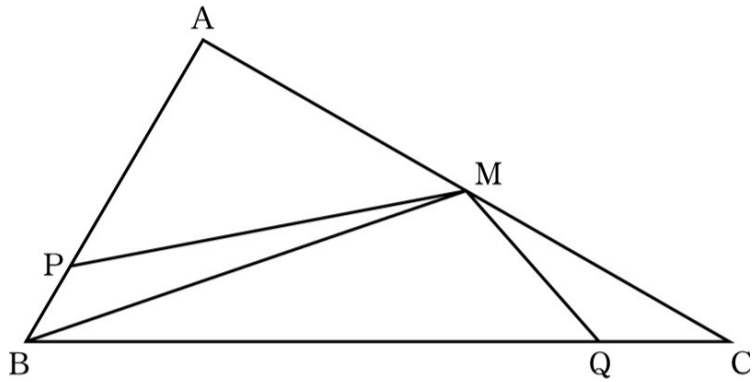
20. 함수  $f(x) = x^3 - 8x$ 에 대하여 방정식

$$|f(x) - mx - 4m| = mx + 4m$$

의 서로 다른 실근의 개수가 5일 때,  $m^2$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $m$ 은 상수이다.) [4점]

21. 그림과 같이 삼각형 ABC에 대하여 선분 AC의 중점을 M이라 하자. 선분 AB와 선분 BC 위에 각각  $\overline{AP} = 6$ ,  $\overline{CQ} = 3$ 이 되도록 점 P와 점 Q를 잡는다.  $\angle ABM = \angle AMP$ ,  $\angle CBM = \angle CMQ$ 이고  $\angle AMP + \angle CMQ = \frac{\pi}{3}$ 일 때, 삼각형 MPQ의 외접원의 반지름의 길이를 구하시오. (단,  $\overline{AB} > 6$ 이고,  $\overline{BC} > 3$ 이다.)

[4점]



22. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수  $t$ 에 대하여 집합

$$\{x \mid (f \circ f)(x) = x, (x-2t)(x+t) \leq 0\}$$

의 원소의 개수를  $g(t)$ 라 하자. 함수  $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $t \geq 4$ 일 때,  $g(t) = 5$ 이다.  
 (나)  $\left| \lim_{t \rightarrow k^+} g(t) - \lim_{t \rightarrow k^-} g(t) \right| = 2$ 를 만족시키는  $k$ 의 값은  $-2, 4$ 뿐이다.  
 (다) 함수  $g(t)$ 의 최솟값은 1이다.

$f(2) = 2$ ,  $g(3) = 3$ 일 때,  $f(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

Epsilon

# 수학 영역(기하)

성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

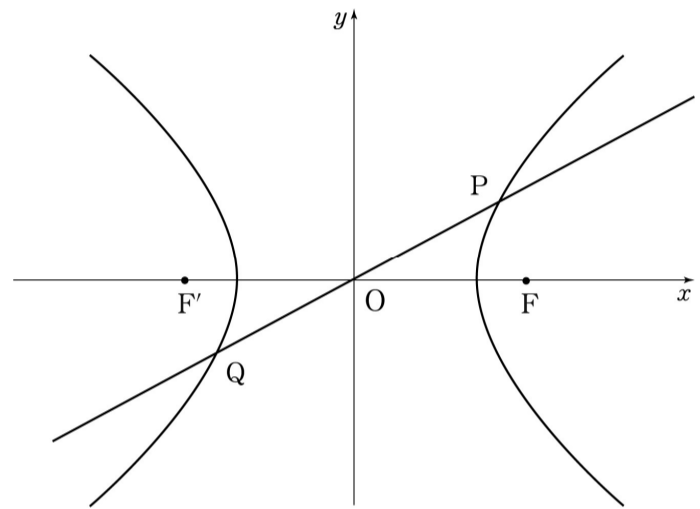
5지선다형

23. 두 벡터  $\vec{a} = (k+1, 2k)$  와  $\vec{b} = (-1, 1)$  이 서로 수직일 때, 상수  $k$  의 값은? [2점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

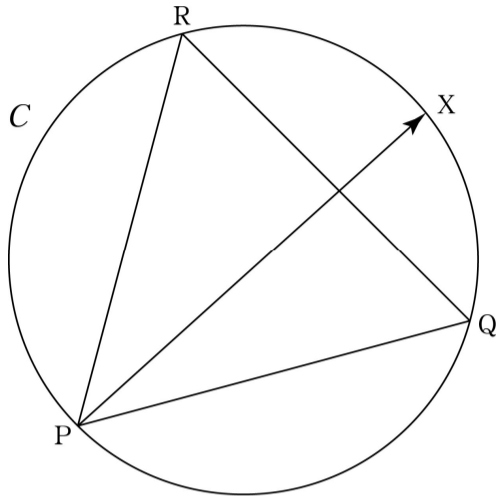
24. 그림과 같이 두 점  $F, F'$  을 초점으로 하는 쌍곡선

$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  이 있다. 제1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점  $P$  와 제3사분면에 있는 쌍곡선 위의 점  $Q$  에 대하여 직선  $PQ$  는 원점을 지난다. 삼각형  $PFQ$  의 넓이가 15일 때, 점  $P$  의  $y$  좌표는? [3점]



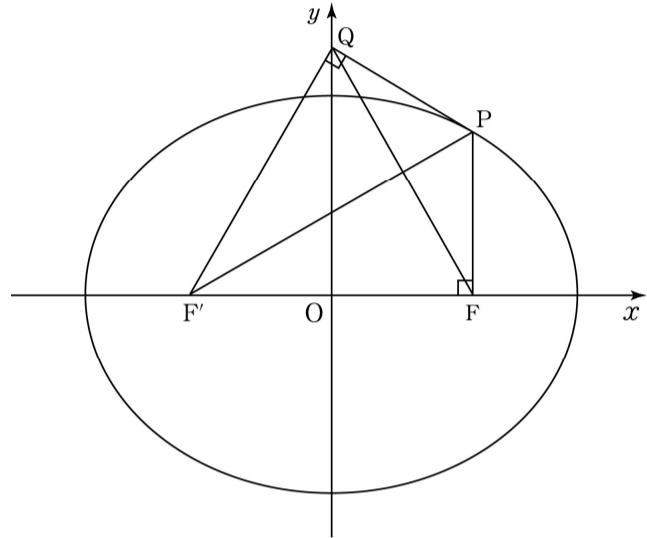
- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

25. 그림과 같이 원  $C$ 에 내접하는 정삼각형  $PQR$ 가 있다.  
 원 위를 움직이는 점  $X$ 에 대하여  $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PX}$ 의 최댓값이  
 $18+12\sqrt{3}$  일 때, 원  $C$ 의 반지름의 길이는? [3점]



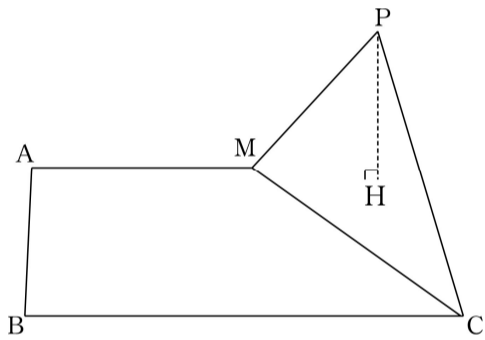
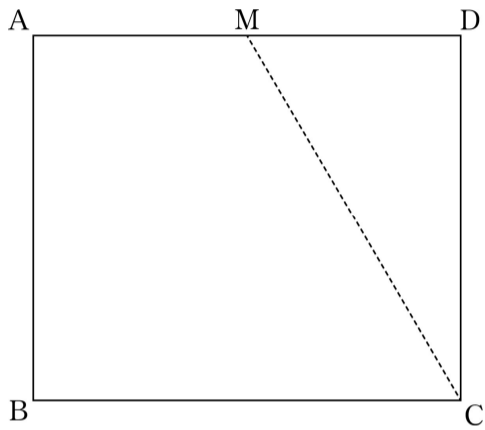
- ①  $\sqrt{3}$     ② 3    ③  $2\sqrt{3}$     ④  $3\sqrt{3}$     ⑤ 6

26. 그림과 같이 두 점  $F(c, 0), F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )을 초점으로  
 하고 장축의 길이가 24인 타원이 있다. 점  $F$ 를 지나며  $x$ 축과  
 수직인 직선이 타원과 제1사분면에서 만나는 점을  $P$ 라 하자.  
 $y$ 축 위의 한 점  $Q$ 에 대하여 삼각형  $PFQ'$ 과 삼각형  $PQF'$ 이  
 서로 합동일 때, 삼각형  $FPQ$ 의 넓이는? (단, 점  $Q$ 의  $y$ 좌표는  
 양수이다.) [3점]



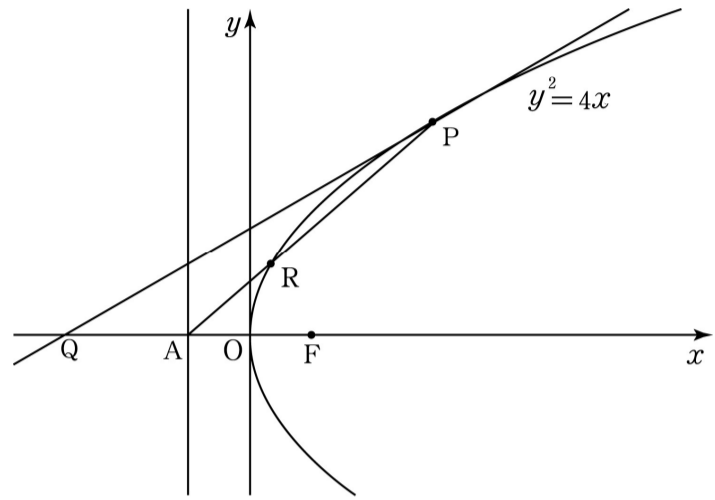
- ①  $16\sqrt{3}$     ②  $20\sqrt{3}$     ③  $24\sqrt{3}$     ④  $28\sqrt{3}$     ⑤  $32\sqrt{3}$

27. 그림과 같이 가로와 세로의 길이가  $2\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD 모양의 종이가 있다. 변 AD의 중점을 M이라 할 때, 선분 CM을 접는 선으로 하여 사각뿔 P-ABCM이 되도록 종이를 접었다. 점 P에서 평면 ABCM에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 사각형 ABCM의 외부에 놓여 있다. 평면 CPM과 평면 ABCM이 이루는 각의 크기가  $\frac{\pi}{3}$ 일 때, 선분 PB의 길이는? [3점]



- ①  $3\sqrt{2}$
- ②  $\sqrt{19}$
- ③  $2\sqrt{5}$
- ④  $\sqrt{21}$
- ⑤  $\sqrt{22}$

28. 그림과 같이 초점이 F인 포물선  $y^2 = 4x$ 가 있다. 제1사분면에 있는 포물선 위의 점 P에 대하여 점 P에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을 Q라 하자. 점 A(-1, 0)에 대하여 직선 AP와 포물선이 만나는 점 중 P가 아닌 점을 R라 하자.  $\overline{AQ} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{7}$ 일 때,  $\overline{FP} + \overline{FR}$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{10}{3}$
- ② 4
- ③  $\frac{14}{3}$
- ④  $\frac{16}{3}$
- ⑤ 6

단답형
-----

29. 좌표평면 위의 세 점  $A(4, 0)$ ,  $B(4, 4)$ ,  $C(0, 4)$ 와  $|\overrightarrow{OX}| = 2$ 를 만족시키는 점  $X$ 가 있다. 선분  $OC$  위의 점  $P$ 와 선분  $OB$  위의 점  $Q$ 에 대하여 점  $X$ 가  $\overrightarrow{CX} = \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{CQ}$ 를 만족시킬 때,  $\overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OB} = 4\sqrt{6}$ 을 만족시키는 점  $X$ 를  $X_1$ ,  $\overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OC} = -4\sqrt{2}$ 를 만족시키는 점  $X$ 를  $X_2$ 라 하자.  $\overrightarrow{X_1X_2} \cdot \overrightarrow{CA} = a$ 일 때,  $a^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

30. 좌표공간에  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고  $\overline{BC} = 4$ 인 이등변삼각형  $ABC$ 가 있다. 점  $B$ 를 지나고 직선  $AB$ 에 수직인 평면 위의 점  $D$ 에 대하여 직선  $AC$ 와 직선  $CD$ 가 서로 수직이다. 삼각형  $BCD$ 의 평면  $ABC$  위로의 정사영의 넓이가  $\sqrt{2}$ 이다.  $\overline{AD} = 10$ 일 때, 삼각형  $ABC$ 의 평면  $BCD$  위로의 정사영의 넓이는  $\frac{q\sqrt{15}}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.



※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.