제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\log_8 16$의 값은? [2점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

$\log_{2^3} 2^4 = \frac{4}{3}$

2. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_4 = 100$일 때, a_1의 값은? [2점]

① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

$a_4 = a_1 + 3d$

$100 = a_1 + 3\times3$

$\therefore a_1 = 91$

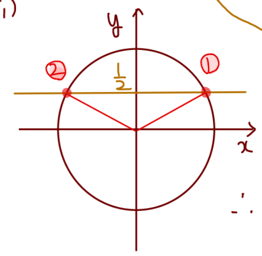
3. $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식 $\sin 4x = \frac{1}{2}$의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

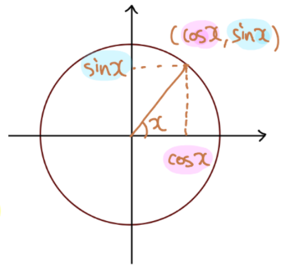
$0 \le 4x \le 8\pi$ 4바퀴 돌기

개념 단위원

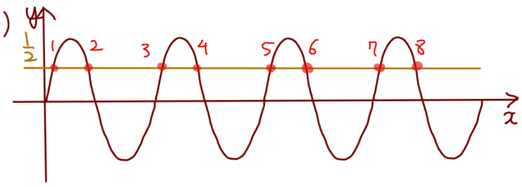
i)



$\therefore 2\times4 = 8$



ii)



$\therefore$ 8개

4. $\int_{2}^{-2} (x^3 + 3x^2)\,dx$의 값은? [3점]

① -16 ② -8 ③ 0 ④ 8 ⑤ 16

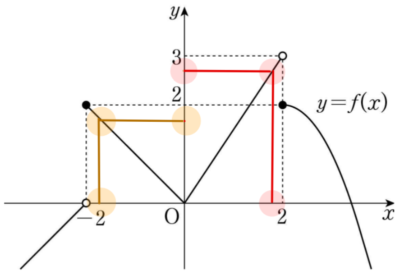
$= 2\int_0^{-2} (0 + 3x^2)\,dx$

$= 2\left[x^3\right]_0^{-2}$

$= 2\{(-2)^3 - 0^3\}$

$= -16$

5. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -2+} f(x) + \lim_{x\to 2-} f(x)$의 값은? [3점]

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

$= 2 + 3 = 5$

6. 함수

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+ax+b}{x-3} & (x<3)\\[2mm] \dfrac{2x+1}{x-2} & (x\ge 3)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a-b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

$f(3) = \lim_{x\to 3-} f(x)$

$\dfrac{2\cdot 3+1}{3-2} = \lim_{x\to 3-} \dfrac{x^2+ax+b}{x-3}$

$7 = \lim_{x\to 3-} \dfrac{x^2+ax+b}{x-3}$

(방법1)

$9+3a+b=0$

$b=-3(a+3)$

$7 = \lim_{x\to 3-} \dfrac{(\cancel{x-3})(x+a+3)}{\cancel{x-3}}$

$= 3+a+3$

(방법2)

$\therefore (x-3)^2 + 7(x-3)$

$\therefore a=1,\ b=-12$

$a-b = 1-(-12) = 13$

7. 수열 $\{a_n\}$의 일반항이

$$a_n=\begin{cases}\dfrac{(n+1)^2}{2} & (n\text{이 홀수인 경우})\\[2mm] \dfrac{n^2}{2}+n+1 & (n\text{이 짝수인 경우})\end{cases}$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [3점]

① 235 ② 240 ③ 245 ④ 250 ⑤ 255

$\sum_{n=1}^{10} a_n = (a_1+a_2)+(a_3+a_4)+\cdots+(a_9+a_{10})$

$= \sum_{k=1}^{5}(a_{2k-1}+a_{2k})$

$= \sum_{k=1}^{5}\left\{\dfrac{(2k-1+1)^2}{2}+\dfrac{(2k)^2}{2}+2k+1\right\}$

$= \sum_{k=1}^{5}(2k^2+2k^2+2k+1)$

$= \sum_{k=1}^{5}(4k^2+2k+1)$

$= 4\times\dfrac{5\cdot\cancel{6}\cdot 11}{\cancel{6}} + \cancel{2}\,\dfrac{5\cdot 6}{\cancel{2}} + 1\times 5$

$= 255$

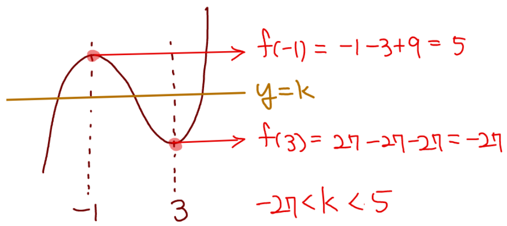
8. 곡선 $y=x^3-3x^2-9x$와 직선 $y=k$가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 정수 k의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은? [3점]

① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

$f'(x) = 3x^2-6x-9$

$= 3(x^2-2x-3)$

$= 3(x+1)(x-3)$



$-27 < k < 5$

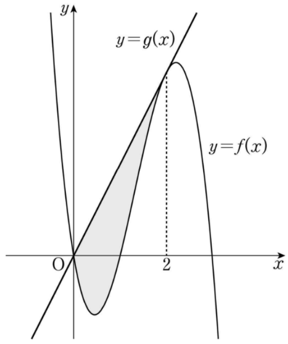
정수 k 최대 = 4 < 5

정수 k 최소 = -26 > -27

$\therefore M-m = 4-(-26) = 30$

9. 최고차항의 계수가 -3인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$에서의 접선 $y=g(x)$가 곡선 $y=f(x)$와 원점에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



(방법1)

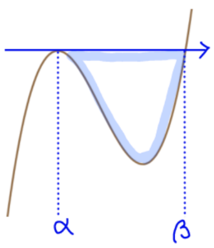
$\int_0^2 \{g(x)-f(x)\}dx$

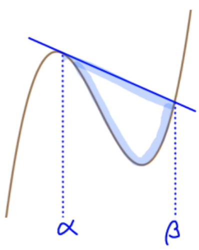
$= \int_0^2 3x(x-2)^2 dx = 4$

(방법2) $\frac{3}{12}(2-0)^4 = 4$

「수학의 단권화」 p176

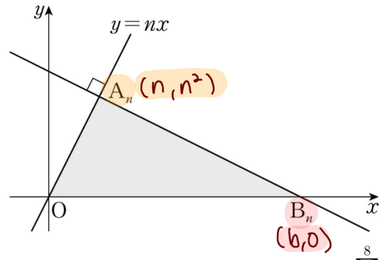
② 3차함수 넓이 (해설지 맨 마지막 페이지 참조)





넓이 $= \frac{|a|}{12}(\beta-\alpha)^4$, $\frac{|a|}{12}(\beta-\alpha)^4$

10. 자연수 n에 대하여 점 $\mathrm{A}_n(n, n^2)$을 지나고 직선 $y=nx$에 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 B_n이라 하자.



다음은 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{OB}_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{8}\frac{S_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)

점 $\mathrm{A}_n(n, n^2)$을 지나고 직선 $y=nx$에 수직인 직선의 방정식은 $= f(n)$

$y = -\frac{1}{n}(x-n)+n^2$

$y=$ (가) $\times x+n^2+1$

이므로 두 점 A_n, B_n의 좌표를 이용하여 S_n을 구하면

$0 = -\frac{1}{n}b+n^2+1$

$b = n^3+n$

$S_n = \frac{1}{2}(n^3+n)\cdot n^2 = \frac{1}{2}(n^5+n^3) = g(n)$

$S_n=$ (나)

$\times\frac{1}{n^3}$

따라서

$\sum_{n=1}^{8}\frac{S_n}{n^3} =$ (다) $= \sum_{n=1}^{8}\frac{1}{2}(n^2+1)$

이다.

$= \frac{1}{2}\left(\frac{8\cdot 9\cdot 17}{6}+8\right)$

$= 2\cdot 3\cdot 17+4 = 106$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $f(1)+g(2)+r$의 값은? [4점]

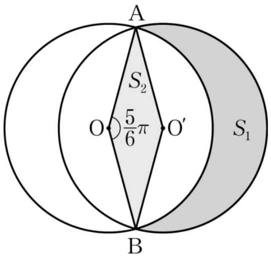
① 105 ② 110 ③ 115 ④ 120 ⑤ 125

$f(1)+g(2)+r$

$= -\frac{1}{1}+\frac{1}{2}(2^5+2^3)+106$

$= 125$

11. 그림과 같이 두 점 O, O′을 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 두 원 O, O'이 한 평면 위에 있다. 두 원 O, O'이 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, $\angle AOB = \frac{5}{6}\pi$이다.



원 O의 외부와 원 O'의 내부의 공통부분의 넓이를 S_1, 마름모 AOBO′의 넓이를 S_2라 할 때, $\boxed{S_1 - S_2}$의 값은? [4점]

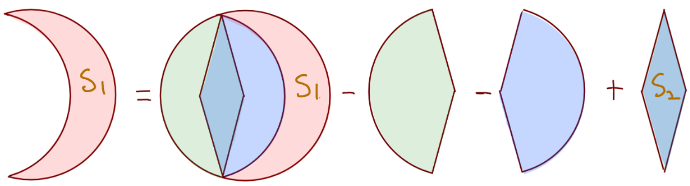
① $\frac{5}{4}\pi$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{17}{12}\pi$ ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{19}{12}\pi$

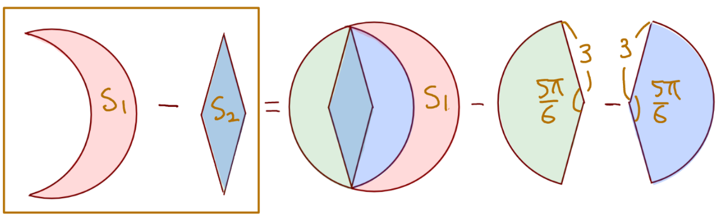
지석T처럼 머리쓰는법

도형의 눈을 강제로라도 띄워줄게.

이상한 도형의 넓이 ⇒ 기본 도형으로 분해한다!

↳ 넓이 공식이 없는 도형





$\therefore S_1 - S_2 = \pi \cdot 3^2 - \frac{1}{2} \cdot 3^2 \frac{5\pi}{6} \times 2$

$= \frac{3}{2}\pi$

12. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - g(x)}{x - 1} = 5$

(나) $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) + g(x) - 2f(1)}{x - 1} = 7$

두 실수 a, b에 대하여 $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - a}{x - 1} = b \times g(1)$일 때, ab의 값은? [4점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

지석T처럼 머리쓰는법

$\lim_{x \to a} \frac{h(x) - A}{x - a} = k \Rightarrow h'(a) = k$

※ $h(a) = A$

$\lim_{x \to a} \frac{h(x) - h(a)}{x - a} = h'(a)$

(가) $f(1) - g(1) = 0 \rightarrow f(1) = g(1)$

$f'(1) - g'(1) = 5$

(나) $f(1) + g(1) - 2f(1) = 0$

$f'(1) + g'(1) = 7$

$\therefore f'(1) = 6 \quad g'(1) = 1$

$a = f(1) = g(1)$

$\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - a}{x - 1} = f'(1) = b \times g(1)$

$= 6 = ba$

13. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x} & (x<3) \\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x+a}-\left(\frac{1}{4}\right)^{3+a}+8 & (x\geq 3)\end{cases}$$

→ 증가

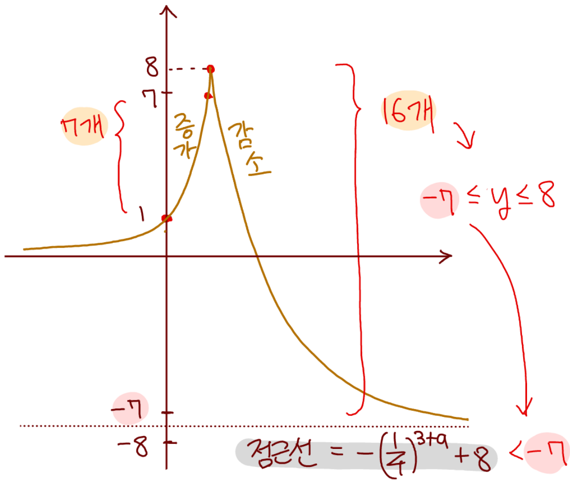
→ 감소

→ $f(3)=8$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 중에서 y좌표가 정수인 점의 개수가 23일 때, 정수 a의 값은? [4점]

① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

지석T처럼 머리쓰는법



$-8\leq -\left(\frac{1}{4}\right)^{3+a}+8<-7$

$15<\left(\frac{1}{4}\right)^{3+a}\leq 16$

$15<4^{-(a+3)}\leq 4^{2}$

$\therefore\ -(a+3)=2,\ a=-5$

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+|f'(x)|$$

라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(0)=g(0)=0$
> (나) 방정식 $f(x)=0$은 양의 실근을 갖는다.
> (다) 방정식 $|f(x)|=4$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$g(3)$의 값은? [4점]

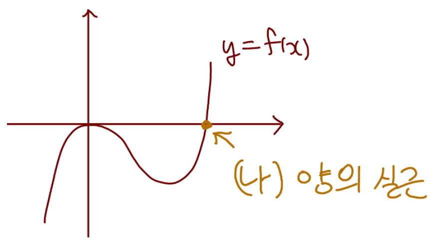
① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

지석T처럼 머리쓰는법

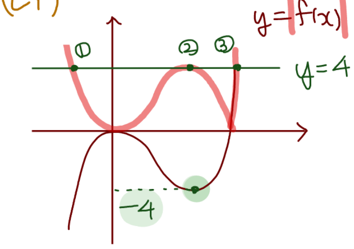
(가) $g(0)=f(0)+|f'(0)|$

$0=0+|f'(0)|\quad \therefore f'(0)=0$

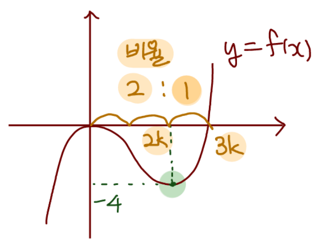
$f(0)=0,\ f'(0)=0$ 이므로 x축에 접함



(다)



$f(x)$의 극솟값은 $=-4$ 이다!



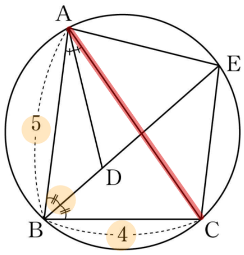
$f(x)=x^{2}(x-3k)$

$f(2k)=(2k)^{2}(-k)=-4k^{3}=-4\quad \therefore k=1$

$\therefore\ g(3)=f(3)+|f'(3)|\quad (\because f'(x)=3x^{2}-6x)$

$=0+9=9$

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=4$, $\cos(\angle ABC)=\frac{1}{8}$인 삼각형 ABC가 있다. $\angle ABC$의 이등분선과 $\angle CAB$의 이등분선이 만나는 점을 D, 선분 BD의 연장선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 E라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

O ㄱ. $\overline{AC}=6$

O ㄴ. $\overline{EA}=\overline{EC}$

X ㄷ. $\overline{ED}=\cancel{\frac{31}{8}}$ 4

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

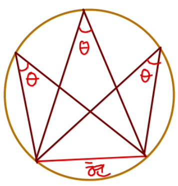
ㄱ. 코사인 법칙

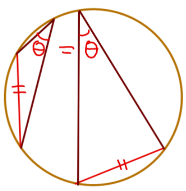
$\overline{AC}^2 = 5^2+4^2-2\cdot5\cdot4\cos(\angle ABC) = 6^2$

$\therefore \overline{AC}=6$

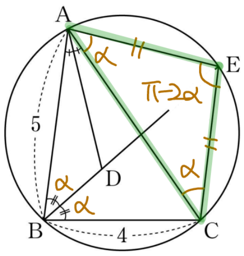
ㄴ. $\angle EBA = \angle EBC$ 이므로 $\overline{EA}=\overline{EC}$

[중학도형] 동일한 길이 현 ⇄ 원주각 동일

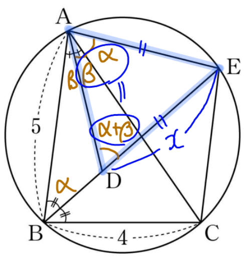




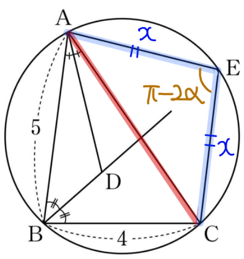
ㄷ.



⇒



⇙



$x=\overline{ED}=\overline{EA}=\overline{EC}$

$\overline{AC}^2 = x^2+x^2-2\cdot x\cdot x\cos(\pi-2\alpha)$

$6^2 = 2x^2-2x^2\left(-\frac{1}{8}\right)$

$\therefore x=4$

단답형

16. 두 함수 $f(x)=2x^2+5x+3$, $g(x)=x^3+2$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$의 $x=0$에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

$f'(0)g(0)+f(0)g'(0)$

$= 5\times2+3\times0 = 10$

$f'(x)=4x+5$, $g'(x)=3x^2$

17. 모든 실수 x에 대하여 이차부등식

$$3x^2-2(\log_2 n)x+\log_2 n>0$$

이 성립하도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오. [3점]

$D/4 = (\log_2 n)^2 - 3\log_2 n < 0$

$\log_2 n(\log_2 n - 3) < 0$

$0 < \log_2 n < 3$

$\log_2 2^0 \qquad \log_2 2^3$

$2^0 < n < 2^3$

$\therefore 8-1-1=6$개

18. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $F(x)$의 도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}-2x & (x<0)\\ k(2x-x^2) & (x\ge 0)\end{cases}$$

이다. $F(2)-F(-3)=21$일 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

$= \int_{-3}^{2} f(x)\,dx = \int_{-3}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{2} f(x)\,dx$

$= \int_{-3}^{0} -2x\,dx + \int_{0}^{2} -k\,x(x-2)\,dx$

$= \left[-x^2\right]_{-3}^{0} + \frac{k}{6}2^3 = 9+\frac{4}{3}k = 21$

$\therefore k=9$

19. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_1=2,\ a_2=4$이고 2 이상의 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}S_n = a_nS_{n+1}$$

이 성립할 때, S_5의 값을 구하시오. [3점]

지석T처럼 머리쓰는법

$\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{S_n}{S_{n+1}}$ $(n\ge 2)$

※ $a_n : S_n = a_{n+1} : S_{n+1}$

$a_1=2$ $S_1=2$

$a_2=4$ $= S_2=6$

$\frac{4}{\alpha}=\frac{6}{6+\alpha}$ $\therefore \alpha=12$

$a_3=\alpha=12$ $S_3=6+\alpha=18$

$\frac{12}{\beta}=\frac{18}{18+\beta}$ $\therefore \beta=36$

$a_4=\beta=36$ $S_4=18+\beta=54$

$\frac{36}{\gamma}=\frac{54}{54+\gamma}$ $\therefore \gamma=108$

$a_5=\gamma=108$ $S_5=54+\gamma=162$

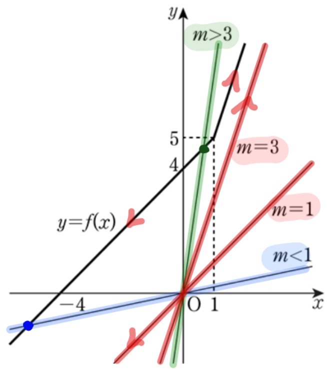
20. 실수 m에 대하여 직선 $y=mx$와 함수

$$f(x)=2x+3+|x-1|$$

의 그래프의 교점의 개수를 $g(m)$이라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $h(x)$에 대하여 함수 $g(x)h(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $h(5)$의 값을 구하시오. [4점]

지석T처럼 머리쓰는법

$$f(x)=\begin{cases}2x+3-(x-1) = 1x+4 & (x<1)\\ 2x+3+(x-1) = 3x+2 & (x\ge 1)\end{cases}$$



$g(m)=\begin{cases}1 & (m<1,\ m>3)\\ 0 & (1\le m\le 3)\end{cases}$

$g(x)$는 $x=1,\ x=3$에서 불연속

$h(1)=0,\ h(3)=0$

$\therefore h(x)=(x-1)(x-3)$

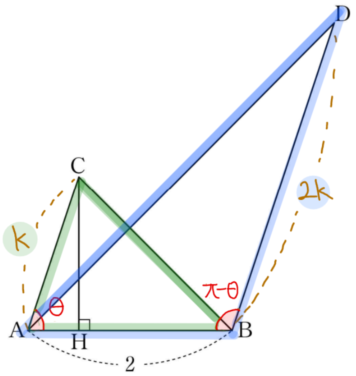
$\therefore h(5)=4\cdot 2=8$

※ <수학의 단권화> p147 관련 내용설명이 해설지 뒤에 붙였으니 참조하세요.

평행은 반드시 각도에 대한 단서로 활용할 생각을 해야 한다!

$k : 2k$

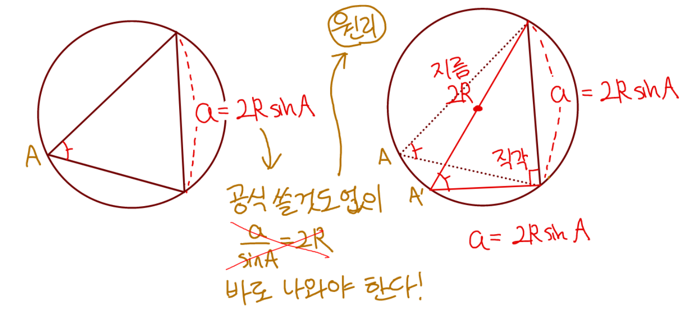
21. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC} /\!/ \overline{BD}$, $\overline{AC}:\overline{BD}=1:2$인 두 삼각형 ABC, ABD가 있다. 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발 H는 선분 AB를 $1:3$으로 내분한다.



두 삼각형 ABC, ABD의 외접원의 반지름의 길이를 각각 r, R라 할 때, $4(R^2-r^2)\times\sin^2(\angle CAB)=51$이다. $\overline{AC}^2$의 값을 구하시오. (단, $\angle CAB<\frac{\pi}{2}$) [4점]

지석T처럼 머리쓰는법 식을 단지 식으로만 보지말고 식이 그래프에서 갖는 의미를 해석하자!

< Sin법칙 필살기 1 >



의미 해석

$4(R^2-r^2)\times\sin^2\theta=51$

$=(2R\sin(\pi-\theta))^2-(2r\sin\theta)^2$

$=\overline{AD}^2-\overline{BC}^2$

$=\{(2k)^2+2^2-2\cdot2k\cdot2\cos(\pi-\theta)\}$

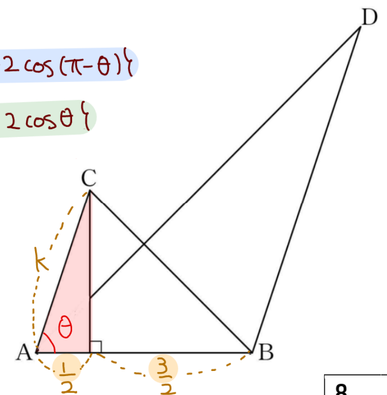
$-\{k^2+2^2-2\cdot k\cdot 2\cos\theta\}$

$=3k^2+12k\cos\theta$

$=3k^2+12k\,\frac{1}{2k}$

$=3k^2+6=51$

$\therefore k^2=15$



$\cos\theta=\dfrac{\frac{1}{2}}{k}=\dfrac{1}{2k}$

22. 양수 a와 일차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_0^x(t^2-4)\{|f(t)|-a\}\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 극값을 갖지 않는다. → $g'(x)$는 부호 변화가 없겠네! (⊕⊖)
> (나) $g(2)=5$

$g(0)-g(-4)$의 값을 구하시오. [4점]

지석T처럼 머리쓰는법

$\int_a^x h(t)\,dt$ 꼴이 문제에서 나오면

반드시① $x=a$ 대입 ⇒ 식$=0$ ⇒ $g(0)=0$

반드시② 미분 ⇒ $h(x)$ ⇒ $g'(x)=(x^2-4)(|f(x)|-a)$

$g'(x)$의 부호변화가 없어야 한다.

$g'(x)=0$은 오직 중근만 가져야 한다!

$y=x^2-4=(x+2)(x-2)$

$y=|f(x)|-a$

$=\begin{cases} k(x-2) & (x>0) \\ -k(x+2) & (x<0) \end{cases}$

(공식 해설지처럼 a를 따로 구할 필요없다)

조건(나)

$g(2)=\int_0^{2}(t^2-4)\,k(t-2)\,dt$ (2>0)

$=k\int_0^2(t^3-2t^2-4t+8)\,dt$

$=\frac{20}{3}k=5$

$\therefore k=\frac{3}{4}$

$g(-4)=\int_0^{-4}(t^2-4)(-k)(t+2)\,dt$ (−4<0)

$=-k\int_0^{-4}(t^3+2t^2-4t-8)\,dt$

$=-\frac{64}{3}k=-\frac{64}{3}\times\frac{3}{4}=-16$

$\therefore g(0)-g(-4)$

$=0-(-16)=16$

2021학년도 3월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5 지 선 다 형

23. ${}_{3}H_{6}$의 값은? [2점]

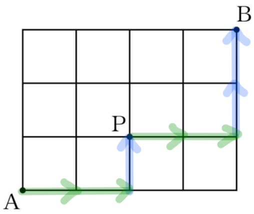
① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

$= {}_{3+6-1}C_{6}$

$= {}_{8}C_{2}$

$= \frac{8\cdot 7}{2\cdot 1} = 28$

24. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



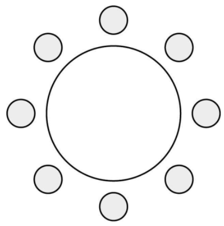
① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$A \longrightarrow P \longrightarrow B$

$\frac{3!}{2!\,1!} \times \frac{4!}{2!\,2!} = 18$

25. 어느 고등학교 3학년의 네 학급에서 대표 2명씩 모두 8명의 학생이 참석하는 회의를 한다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 같은 학급 학생끼리 서로 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 92 ② 96 ③ 100 ④ 104 ⑤ 108



같은 학급끼리 한 덩어리로 보고 4덩어리 원순열 ↓

한 학급 내에서 좌우 배치 ↓

$\therefore (4-1)! \times 2^{4} = 96$

26. 같은 종류의 연필 6자루와 같은 종류의 지우개 5개를 세 명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 적어도 한 자루의 연필을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 지우개를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 210 ② 220 ③ 230 ④ 240 ⑤ 250

학생 3명 ↓ 연필 1자루씩 주고 남은 연필 수 ↓ 학생 3명 ↓ 지우개 5개 ↓

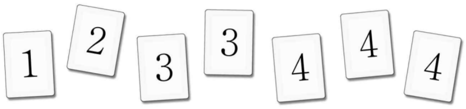
${}_{3}H_{6-3} \times {}_{3}H_{5} = 210$

고3

수학 영역(확률과 통계)

27. 숫자 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 1이 적힌 카드와 2가 적힌 카드 사이에 두 장 이상의 카드가 있도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

① 180 ② 185 ③ 190 ④ 195 ⑤ 200



지석T처럼 머리쓰는법

돼 = 전체 − 안돼

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ 사이에

i) 0장 ii) 1장

i)

1,2 3,3,4,4,4

ii-1)

1 $\boxed{4}$ 2, 3,3,4,4

$$= \frac{7!}{2!3!} - \left(\frac{6!}{2!3!} \times 2! + \frac{5!}{3!} \times 2! + \frac{5!}{2!2!} \times 2! \right)$$

ii-2)

1 $\boxed{3}$ 2, 3,4,4,4

= 200

28. 두 집합

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5\},\ \ Y = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

에 대하여 X에서 Y로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는? [4점]

(가) $f(2) < f(3) < f(4)$
(나) $f(1) > f(3) > f(5)$

① 100 ② 102 ③ 104 ④ 106 ⑤ 108

지석T처럼 머리쓰는법

f(3)이 (가)(나)에 모두 나오므로 f(3)을 기준으로 케이스 분류!

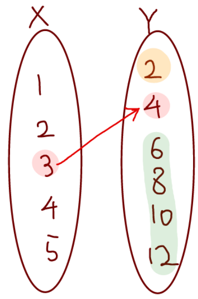
$\begin{matrix} f(2) \\ f(5) \end{matrix} < f(3) < \begin{matrix} f(1) \\ f(4) \end{matrix}$

i) $f(3) = 4$

$f(2) = f(5) = 2$

$f(1), f(4) = 6$ or 8 or 10 or 12

$\therefore 1^2 \times 4^2 = 16$

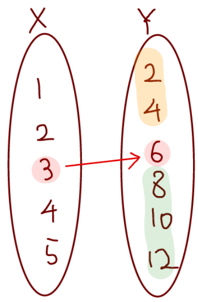


ii) $f(3) = 6$

$f(2), f(5) = 2$ or 4

$f(1), f(4) = 8$ or 10 or 12

$\therefore 2^2 \times 3^2 = 36$



iii) $f(3) = 8$

$\therefore 36$

($\because f(3) = 6$과 동일)

iv) $f(3) = 12$

$\therefore 16$

($\because f(3) = 4$와 동일)

$\therefore 16 + 36 + 36 + 16 = 104$

수학 영역(확률과 통계)

고 3

단답형

29. 5 이하의 자연수 a, b, c, d에 대하여 부등식

$$a \le b+1 \le c \le d$$

를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오. [4점]

b'

지석T처럼 머리쓰는법

$a \le b' \le c \le d$

됨 = 전체 − 안됨 ($b'=1 \Leftrightarrow b=0$인 경우)

5이하 자연수에서 a, b', c, d 뽑기 − 5이하 자연수에서 $a=b'=1$, c, d 뽑기

$= {}_5H_4 - {}_5H_2$

$= 70 - 15 = 55$

30. 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

> (가) 숫자 1은 한 번 이상 나온다.
> (나) 이웃한 두 수의 차는 모두 2 이하이다.

차가 2초과하는 건 1, 4 뿐임

이웃하면 안됨

1, 4가 특수하므로

1이나 4로 케이스분류하면 된다

지석T처럼 머리쓰는법

i) 4가 0번 나올 경우

1, 2, 3에서만 선택

${}_3\Pi_4 - {}_2\Pi_4 = 3^4 - 2^4 = 65$

2, 3에서만 선택 (1 없는경우)

ii) 4가 1번 나올 경우

ii-1) 1 3개 1, 1, 1, 4 모순

ii-2) 1 2개 $1, 1, \square, 4 \rightarrow 2 \times 2 \times 1 = 4$

좌우 반전, □ 2or3, 자리 배치 경우

ii-3) 1 1개 $1, \square, \square, 4$ / $1, \square, 4, \square$ / $\square, 1, \square, 4 \rightarrow 2 \times 2^2 \times 3 = 24$

iii) 4가 2번 나올 경우

iii-1) 1 2개 1, 1, 4, 4 모순

iii-2) 1 1개 $1, \square, 4, 4 \rightarrow 2 \times 2 \times 1 = 4$

$\therefore 65 + 4 + 24 + 4 = 97$

> ＊ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.

2021학년도 3월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty} \frac{10n^3-1}{(n+2)(2n^2+3)}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$= \frac{10}{2} = 5$

24. 수열 $\{a_n\}$의 일반항이

$$a_n = \left(\frac{x^2-4x}{5}\right)^n$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$이 수렴하도록 하는 모든 정수 x의 개수는? [3점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$-1 < \frac{x^2-4x}{5} \leq 1$

$-5 < x^2-4x \leq 5$

$x^2-4x+5>0$, $x^2-4x-5\leq 0$

항상성립

$(x-5)(x+1)\leq 0$

$-1\leq x\leq 5$

$\therefore 5-(-1)+1=7$ 개

25. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = a_1 a_n$$

을 만족시킨다. $\lim_{n\to\infty} \frac{3a_{n+3}-5}{2a_n+1} = 12$ 일 때, a_1의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$a_{n+1} = r a_n$ 꼴

$a_n = a_1 r^{n-1} = a_1 a_1^{n-1} = a_1^n$

$\lim_{n\to\infty} \frac{3a_{n+3}-5}{2a_n+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{3a_1^{n+3}-5}{2a_1^n+1}$

i) $a_1>1$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{3a_1^3 - \frac{5}{a_1^n}}{2+\frac{1}{a_1^n}} = \frac{3}{2}a_1^3 = 12$ $\therefore a_1 = 2$

ii) $a_1 = 1$

$= \frac{3\cdot 1-5}{2\cdot 1+1} = -\frac{2}{3} \neq 12$

iii) $0<a_1<1$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{3\cdot 0-5}{2\cdot 0+1} = -5 \neq 12$

26. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$2n^2-3 < a_n < 2n^2+4$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{S_n}{n^3}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

$\sum_{k=1}^{n}(2k^2-3) < \sum_{k=1}^{n} a_k < \sum_{k=1}^{n}(2k^2+4)$

$2\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3n < S_n < 2\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 4n$

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}\left(\frac{2}{3}n^3+\cdots\right) \leq \lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n^3} \leq \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}\left(\frac{2}{3}n^3+\cdots\right)$

$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$

고 3

수학 영역(미적분)

27. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{(k-1)!} = \frac{3}{(n+2)!}$$

을 만족시킨다. $\lim_{n\to\infty}(a_1+n^2a_n)$의 값은? [3점]

① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

지석T처럼 머리쓰는법

$(n=1)$ $\frac{a_1}{0!} = \frac{3}{(1+2)!} = \frac{1}{2}$

$\frac{a_1}{1} = \frac{1}{2}$

Q. 어떻게 $0!=1$이 될 수 있나요?
A. 약속입니당. (교과서에 나와있어요)

$(n\geq 2)$ $\frac{a_n}{(n-1)!} = \sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{(k-1)!} - \sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{(k-1)!}$

$= \frac{3}{(n+2)!} - \frac{3}{(n+1)!}$

$= \frac{3}{(n+1)!}\left(\frac{1}{n+2}-1\right)$

$= \frac{3}{(n+1)!}\times\frac{-(n+1)}{n+2}$

$a_n = -\frac{3(n+1)}{n+2}\times\frac{(n-1)!}{(n+1)!}$

$= -\frac{3\cancel{(n+1)}}{n+2}\times\frac{\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n+1)}n\cancel{(n-1)!}}$

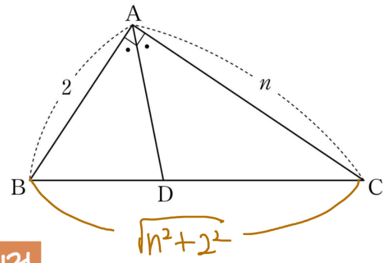
$= -\frac{3}{n(n+2)}$

$\therefore \lim_{n\to\infty}(a_1+n^2a_n) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}+\frac{-3n^2}{n(n+2)}\right)$

$= \frac{1}{2}-3 = -\frac{5}{2}$

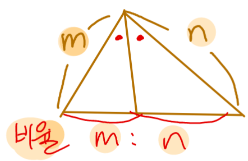
28. 자연수 n에 대하여 $\angle A=90°$, $\overline{AB}=2$, $\overline{CA}=n$인 삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. 선분 CD의 길이를 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}(n-a_n)$의 값은? [4점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4



지석T처럼 머리쓰는법

각의 이등분 ⇒ 변 길이 비율 활용하라는 단서!



$\overline{CD} = a_n = \sqrt{n^2+2^2}\times\frac{n}{n+2}$

$\lim_{n\to\infty}(n-a_n)$

$= \lim_{n\to\infty}\left(n-\frac{n\sqrt{n^2+4}}{n+2}\right)$

$= \lim_{n\to\infty}\frac{n^2+2n-\sqrt{n^4+4n^2}}{n+2}$

$= \lim_{n\to\infty}\frac{n^2+2n-\sqrt{n^4+4n^3+4}}{n+2}$

※ (개념) 극한 값에 영향을 주지 않는 숫자는 계산의 편의에 따라 자유롭게 바꿀 수 있다.

ex) $\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2+3}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\frac{2n^2}{n^2} = 2$

$= \lim_{n\to\infty}\frac{(\cancel{n^2}+2n)-(\cancel{n^2}+2)}{n+2} = 2$

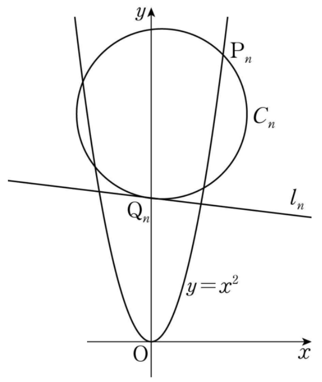
수학 영역(미적분)

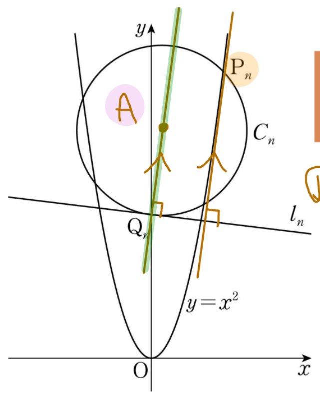
고 3

단답형

29. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $\mathrm{P}_n(2n,\ 4n^2)$에서의 접선과 수직이고 점 $\mathrm{Q}_n(0,\ 2n^2)$을 지나는 직선을 l_n이라 하자. 점 P_n을 지나고 점 Q_n에서 직선 l_n과 접하는 원을 C_n이라 할 때, 원점을 지나고 원 C_n의 넓이를 이등분하는 직선의 기울기를 a_n이라 하자. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n}$의 값을 구하시오. [4점]

↳ 원 중심지남





지석T처럼 머리쓰는법

원 중심 $A(x_1, y_1)$의 좌표구하기

① 직선 AQ_n은 $y=x^2$의 P_n에서의 접선과 평행

직선 AQ_n : $y=f'(2n)x+2n^2$

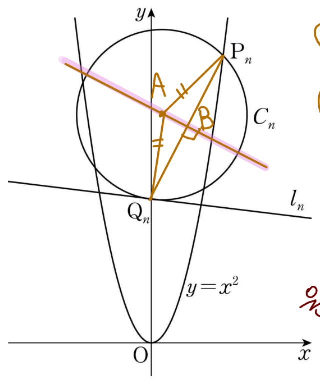
$=4nx+2n^2$

$\dfrac{y}{x}=4n+\dfrac{2n^2}{x}$

② 원 나오면 중심과 특별점 잇기

③ 좌우대칭 → 반띵

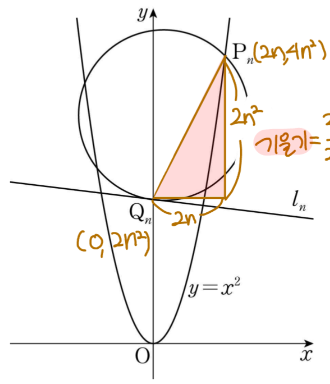
↳ 이등변△ → 직각△



직선 AB : $y=-\dfrac{1}{n}(x-n)+3n^2$

원중심 A : $4nx+2n^2=-\dfrac{1}{n}(x-n)+3n^2$

$\therefore\ x_1=\dfrac{n^3+n}{4n^2+1}$



$\therefore\ a_n=\dfrac{y_1-0}{x_1-0}=4n+\dfrac{2n^2}{x_1}$

$=4n+\dfrac{2n^2(4n^2+1)}{n^3+n}$

$\therefore\ \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n}$

$=\lim\limits_{n\to\infty}\left(4+\dfrac{8n^4+\cdots}{n^4+\cdots}\right)=12$

30. 자연수 n에 대하여 삼차함수 $f(x)=x(x-n)(x-3n^2)$이 극대가 되는 x를 a_n이라 하자. x에 대한 방정식 $f(x)=f(a_n)$의 근 중에서 a_n이 아닌 근을 b_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_nb_n}{n^3}=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

지석T처럼 머리쓰는법

개념 수학(상) 근과 계수의 관계

세 근의 합

$ax^3+bx^2+cx+d=0 \qquad \alpha+\beta+\gamma=-\dfrac{b}{a}$

ex1) $2x^3+1x^2+5x+7=0 \rightarrow \alpha+\beta+\gamma=-\dfrac{1}{2}=0$

ex2) $2x^3+1x^2+5x+7=3x+6$

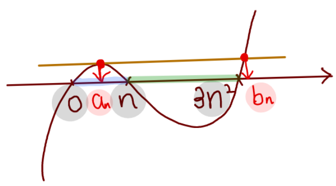
↳ $2x^3+1x^2+2x+1=0 \rightarrow \alpha+\beta+\gamma=-\dfrac{1}{2}=0$

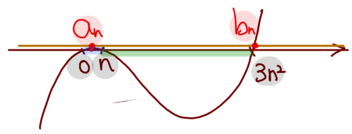
ex3) $2x^3+1x^2+5x+7=9x+7$

↳ $2x^3+1x^2-4x+0=0 \rightarrow \alpha+\beta+\gamma=-\dfrac{1}{2}=0$

↳ 삼차함수 $y=f(x)$와 임의의 직선(1차함수)의 교점의 x좌표의 합은 항상 일정하다.

<$n\to\infty$일 때>





$n-0 : 3n^2-n = \dfrac{n}{3n^2-n} : 1 \longrightarrow 0 : 1$

세 근의 합

$=\alpha+\beta+\gamma$

$=0+n+3n^2 \longrightarrow b_n \fallingdotseq 3n^2$

$=a_n+a_n+b_n \qquad a_n \fallingdotseq \dfrac{n}{2}$

$\therefore\ \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_nb_n}{n^3}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^3}\left(\dfrac{n}{2}\times 3n^2\right)=\dfrac{3}{2}$

$\therefore\ 3+2=5$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2021학년도 3월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 타원 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$의 두 초점을 F, F′이라 할 때, 선분 FF′의 길이는? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

초점의 좌표 : $(\pm\sqrt{36-20}, 0)$

$F(4, 0)$, $F'(-4, 0)$

$\therefore \overline{FF'} = 8$

24. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$이고 주축의 길이가 8인 쌍곡선의 한 점근선이 직선 $y=\frac{3}{4}x$일 때, 양수 c의 값은? [3점]

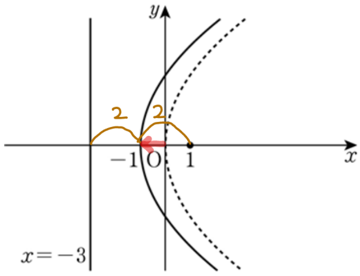
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$

$\therefore c = \sqrt{4^2+3^2} = 5$

25. 꼭짓점이 점 $(-1, 0)$이고 준선이 직선 $x=-3$인 포물선의 방정식이 $y^2=ax+b$일 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? [3점]

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22



$y^2=4\cdot2\cdot x$ 가

x축 방향으로 −1만큼 평행이동

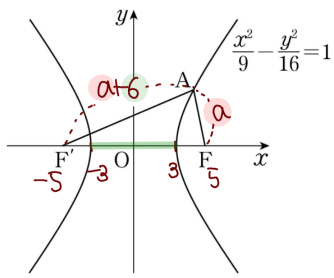
$y^2=8(x+1)$

$=8x+8$

$\therefore a+b=8+8=16$

26. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$의 두 초점 F, F′과 쌍곡선 위의 점 A에 대하여 삼각형 AF′F의 둘레의 길이가 24일 때, 삼각형 AF′F의 넓이는? (단, 점 A는 제1사분면의 점이다.) [3점]

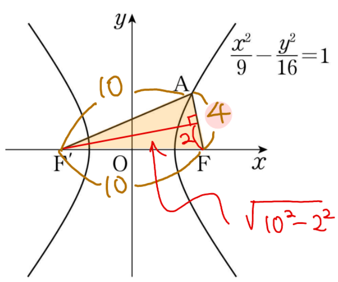
초점 : $(\pm\sqrt{9+16}, 0) \rightarrow (\pm5, 0)$



① $4\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{6}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{6}$ ⑤ $16\sqrt{3}$

둘레 = $a+(a+6)+10=24$

$\therefore a=4$



$\sqrt{10^2-2^2}=4\sqrt{6}$

$\therefore \triangle AF'F=\frac{1}{2}\cdot4\cdot4\sqrt{6}$

$=8\sqrt{6}$

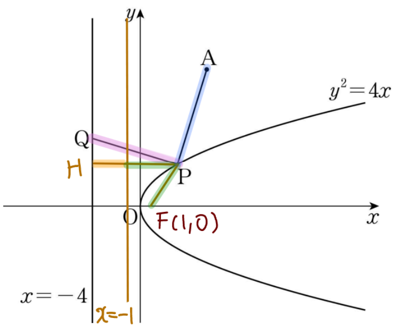
고 3

수학 영역(기하)

27. 점 A(6, 12)와 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 P, 직선 $x=-4$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{AP}+\overline{PQ}$의 최솟값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

지석T처럼 머리쓰는법



$\overline{AP}+\overline{PQ}$

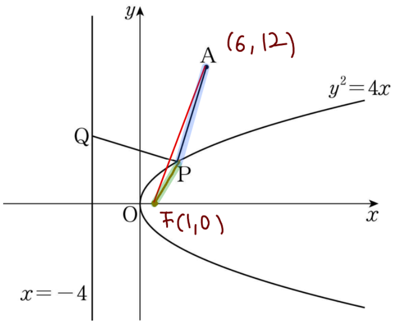
$\geq \overline{AP}+\overline{PH}$

$= \overline{AP}+\overline{PF}+3$

$\geq \overline{AF}+3$

$\therefore \sqrt{5^2+12^2}+3$

$13+3=16$

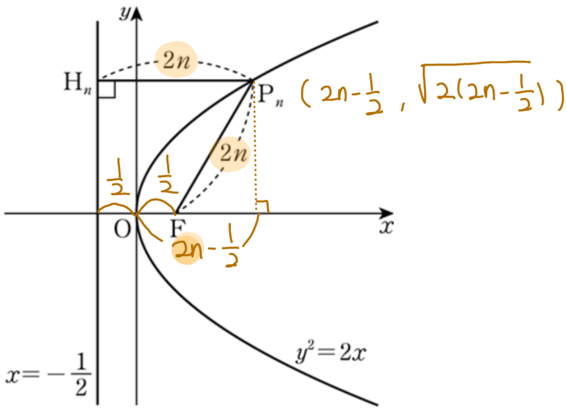


28. 자연수 n에 대하여 초점이 F인 포물선 $y^2=2x$ 위의 점 P_n이 $\overline{FP_n}=2n$을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{8}\overline{OP_n}^2$의 값은? (단, O는 원점이고, 점 P_n은 제1사분면에 있다.) [4점]

① 874 ② 876 ③ 878 ④ 880 ⑤ 882

지석T처럼 머리쓰는법

점 P_n의 좌표 구하기



$\sum_{n=1}^{8}\overline{OP}^2 = \sum_{n=1}^{8}\left\{\left(2n-\frac{1}{2}\right)^2+\sqrt{2\left(2n-\frac{1}{2}\right)}^2\right\}$

$= \sum_{n=1}^{8}\left(4n^2+2n-\frac{3}{4}\right)$

$= 4\frac{8\cdot9\cdot17}{6}+2\frac{8\cdot9}{2}-\frac{3}{4}\cdot8$

$= 882$

수학 영역(기하)

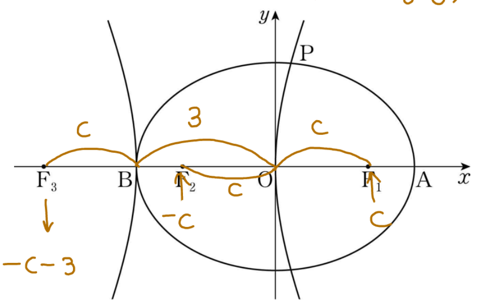
고 3

단답형

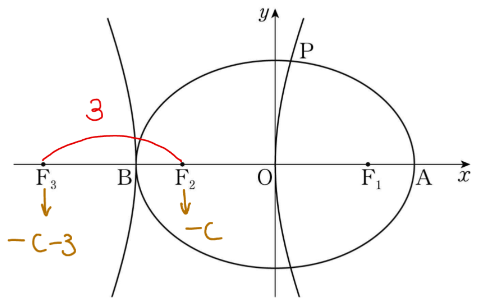
29. 두 초점이 $F_1(c, 0)$, $F_2(-c, 0)$ $(c>0)$인 타원이 x축과 두 점 $A(3, 0)$, $B(-3, 0)$에서 만난다. 선분 BO가 주축이고 점 F_1이 한 초점인 쌍곡선의 초점 중 F_1이 아닌 점을 F_3이라 하자. 쌍곡선이 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 할 때, 삼각형 PF_3F_2의 둘레의 길이를 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

지석T처럼 머리쓰는법

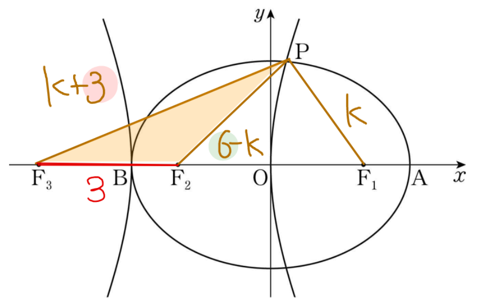
(Step1) 초점의 위치 파악 (대칭성)



(Step2) $\overline{F_2F_3}$ 구하기



(Step3) 쌍곡선, 타원의 정의



$\triangle PF_3F_2$ 둘레 $= 3+(k+3)+(6-k)$

$= 12$

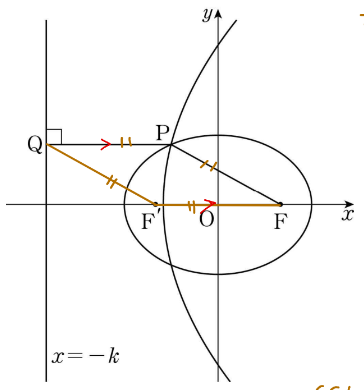
30. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ $(c>0)$이고 장축의 길이가 12인 타원이 있다. 점 F가 초점이고 직선 $x=-k$ $(k>0)$이 준선인 포물선이 타원과 제2사분면의 점 P에서 만난다. 점 P에서 직선 $x=-k$에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\cos(\angle F'FP)=\dfrac{7}{8}$
>
> (나) $\overline{FP}-\overline{F'Q}=\overline{PQ}-\overline{FF'}$

$\overline{FP}=\overline{PQ}$

$\overline{FF'}=\overline{F'Q}$, $\overline{PQ} \parallel \overline{PF}$ → □PQF'F는 마름모

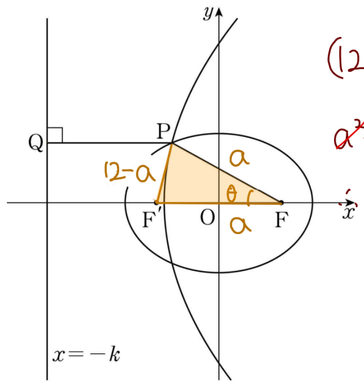
$c+k$의 값을 구하시오. [4점]



지석T처럼 머리쓰는법

(Step1) 포물선의 정의

(Step2) 타원의 정의

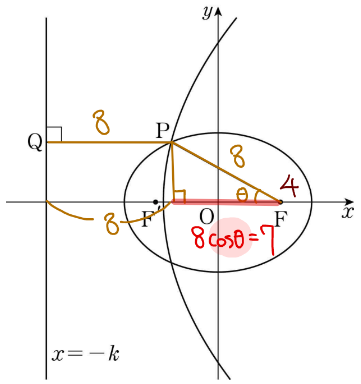


$(12-a)^2 = a^2+a^2-2a^2\cos\theta$

$\cancel{a^2}-24a+144 = \cancel{a^2}+a^2-2a^2\dfrac{7}{8}$

$\therefore a=8$ or $\cancel{24}$ <12

$\therefore a=2c$, $c=4$



$\therefore -k=4-(7+8)$

$=-11$

$\therefore k=11$

$\therefore c+k=15$

연구07 함수 $f(x)$가 $x=a$에서만 불연속이고 함수 $g(x)$가 연속함수일 때, 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체에서 연속이기 위해 성립하는 조건을 쓰고 이를 유도하시오.
($x=a$에서 $f(x)$의 좌극한, 우극한이 각각 존재는 경우만 유도하자)

연구08 연속함수 $g(x)$와 $h(x)$에 대하여, 함수

$$f(x)=\begin{cases} g(x) & (x \le a) \\ h(x) & (x > a) \end{cases}$$

가 실수 전체에서 연속일 조건을 쓰고 이를 유도하시오.

연구 07

조건) $g(a)=0$

유도)

$h(x)=f(x)g(x)$ 라 하자

i) $x \ne a$ 일때
$f(x)$, $g(x)$ 가 연속이므로 $h(x)$는 연속

ii) $x=a$ 일 때
$f(x)$는 불연속이므로
$f(a)=A$, $\lim\limits_{x\to a-} f(x)=B$, $\lim\limits_{x\to a+} f(x)=C$ 라 하면
$A\ne B\ne C$.
$g(x)$는 연속이므로
$g(a)=\lim\limits_{x\to a-} g(x)=\lim\limits_{x\to a+} g(x)$

$h(a)=f(a)g(a)=Ag(a)$

$\lim\limits_{x\to a-} h(x)=\lim\limits_{x\to a-} f(x)g(x)$
$=\lim\limits_{x\to a-} f(x) \lim\limits_{x\to a-} g(x)=Bg(a)$

$\lim\limits_{x\to a+} h(x)=\lim\limits_{x\to a+} f(x)g(x)$
$=\lim\limits_{x\to a+} f(x) \lim\limits_{x\to a+} g(x)=Cg(a)$

$\therefore$ $Ag(a)=Bg(a)=Cg(a)$ 이므로
$g(a)=0$

연구 08

조건) $g(a)=h(a)$

유도)

i) $x\ne a$ 일때
$g(x)$, $h(x)$ 가 연속이므로 $f(x)$는 연속

ii) $x=a$ 일 때
$f(a)=g(a)$

$\lim\limits_{x\to a-} f(a)=\lim\limits_{x\to a-} g(x)=g(a)$
($\because$ $g(x)$ 연속함수)

$\lim\limits_{x\to a+} f(a)=\lim\limits_{x\to a+} h(x)=h(a)$
($\because$ $h(x)$ 연속함수)

$\therefore$ $g(a)=h(a)$

연구08 아래 식에서 빈칸에 알맞은 것을 쓰고 이를 유도하시오.

7 정적분의 성질 (3)

① $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_a^x f(t)\,dt =$ $f(x)$ ⋯ (O)
$= f(t)$ ⋯ (X)

② $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)\,dt =$ $f(a)$

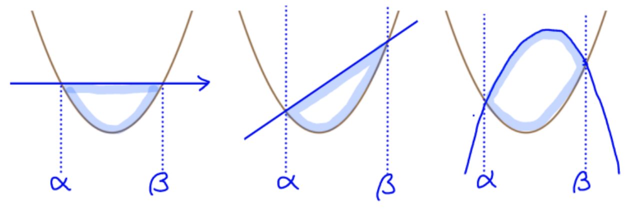
③ $\displaystyle\int_\alpha^\beta a(x-\alpha)(x-\beta)dx =$ $-\dfrac{a}{6}(\beta-\alpha)^3$
↳ six!

④ $\displaystyle\int_\alpha^\beta a(x-\alpha)^2(x-\beta)dx =$ $\pm\dfrac{a}{12}(\beta-\alpha)^4$
↳ twelve!

문제에서 $g(x)=\displaystyle\int_a^x f(t)\,dt$가 나왔을 때

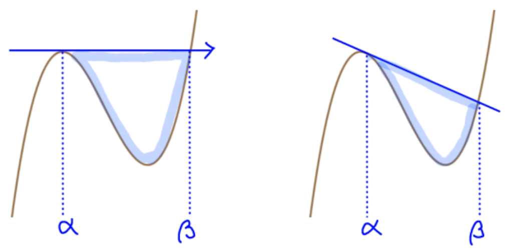
☆ ① $g(a) = 0$
② $g'(x) = f(x)$

【ex】



넓이 $= \dfrac{|a|}{6}(\beta-\alpha)^3$, $\dfrac{|a|}{6}(\beta-\alpha)^3$, $\dfrac{\text{최고차 계수차}}{6}(\beta-\alpha)^3$

【ex】



넓이 $= \dfrac{|a|}{12}(\beta-\alpha)^4$, $\dfrac{|a|}{12}(\beta-\alpha)^4$

정적분의 성질 (3)

연구 08

① $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_a^x f(t)dt = \left\{\int_a^x f(t)dt\right\}' = \left\{[F(t)]_a^x\right\}'$
$= \{F(x)-F(a)\}' = f(x)$

② $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt = \lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}[F(t)]_a^x$
$= \displaystyle\lim_{x\to a}\frac{F(x)-F(a)}{x-a} = F'(a) = f(a)$

③ $\displaystyle\int_\alpha^\beta a(x-\alpha)(x-\beta)dx = \int_\alpha^\beta a\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\}dx$
$= \left[a\left\{\dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{\alpha+\beta}{2}x^2 + \alpha\beta x\right\}\right]_\alpha^\beta$
$= -\dfrac{a}{6}(\beta-\alpha)^3$

④ ③과 같이 계산

수II

연구07 함수 $f(x)$가 $x=a$에서만 불연속이고 함수 $g(x)$가 연속함수일 때, 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체에서 연속이기 위해 성립하는 조건을 쓰고 이를 유도하시오.
($x=a$에서 $f(x)$의 좌극한, 우극한이 각각 존재는 경우만 유도하자)

연구08 연속함수 $g(x)$와 $h(x)$에 대하여, 함수

$$f(x)=\begin{cases} g(x) & (x \le a) \\ h(x) & (x > a) \end{cases}$$

가 실수 전체에서 연속일 조건을 쓰고 이를 유도하시오.

연구 07

연구 08

연구08 **아래 식에서 빈칸에 알맞은 것을 쓰고 이를 유도하시오.**

7 정적분의 성질 (3)

연구 08

① $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_{a}^{x} f(t)\,dt =$

② $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_{a}^{x} f(t)\,dt =$

③ $\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} a(x-\alpha)(x-\beta)dx =$

④ $\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} a(x-\alpha)^2(x-\beta)dx =$

문제에서 $g(x)=\displaystyle\int_{a}^{x} f(t)\,dt$가 나왔을 때

【ex】

【ex】

정적분의 성질 (3)