



제 2 교시

2023학년도 따꾸' 모의고사 2회 문제지

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

나에게만 준비된 선물 같아

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $(2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}} \times 3$ 의 값은? [2점]

- ① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

2. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = 11$ 일 때, a_2 의 값은?
[2점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

3. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) = f(-x)$, $\int_{-2}^2 f(x) dx = 4$ 일 때,

$\int_0^2 \{f(x) + 2\} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. $0 \leq x < 4\pi$ 일 때, 방정식 $\sin x = \frac{1}{4}$ 의 서로 다른 실근의
합은? [3점]

- ① 2π ② 4π ③ 6π ④ 8π ⑤ 10π

5. 두 함수 $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{|x - 2|}$, $g(x) = ax^2 + bx + c$ 에 대하여

함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 가 실수 전체에서 미분가능하다.

$g(0) = 2$ 일 때, $h(1)$ 의 값은? (단, $a \neq 0$ 이다.) [3점]

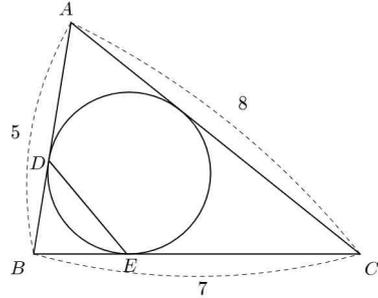
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 곡선 $y = \frac{3}{4}x^4 - x^3 - 3x^2 + 4$ 과 직선 $y = k$ 가 서로 다른

네 점에서 만나도록 하는 k 의 범위는 $a < k < b$ 이다. $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{21}{4}$ ④ 6 ⑤ $\frac{27}{4}$

7. 그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{CA} = 8$ 인 삼각형 ABC에 내접하는 원이 선분 AB와 선분 BC를 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, \overline{DE} 의 길이는? [3점]



- ① $\frac{3\sqrt{21}}{7}$ ② $\frac{4\sqrt{21}}{7}$ ③ $\frac{5\sqrt{21}}{7}$ ④ $\frac{6\sqrt{21}}{7}$ ⑤ $\sqrt{21}$

8. 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 일반항은 각각 $a_n = n$, $b_n = \sum_{k=p}^n a_k$ 로

정의한다. $b_{p+1} + b_{p+3} = 19$ 일 때, 자연수 p 의 값은?

(단, $p \leq n$ 이다.) [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 곡선 $y = 3^{x-1}$ 과 곡선 $y = \log_2 x + k$ 가 만나도록 하는 k 의 값의 범위가 $k > a$ 일 때, 정수 a 의 최솟값은? [4점]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

10. 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(x)}{x^2 - 1} = 3$$

을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

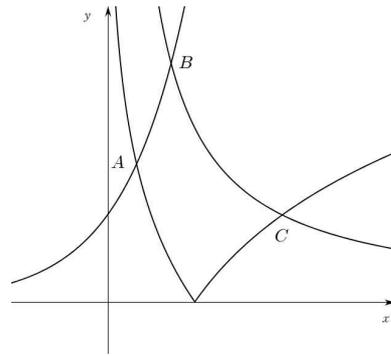
11. 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 정의된 이차함수 $f(x)$ 가 $f(1)=f(-1)=2, f'(0)=0$ 을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_0^9 g(x)dx$ 의 값은? [4점]

(가) $g(x) = \begin{cases} -f(x-2)+4 & (1 \leq x < 3) \\ f(x) & (-1 \leq x < 1) \end{cases}$
 (나) 모든 실수에 x 에 대하여 $g(x)=g(x+4)$ 이다.

- ① 16 ② $\frac{49}{3}$ ③ $\frac{50}{3}$ ④ 17 ⑤ $\frac{52}{3}$

12. 두 곡선 $y=4^x$ 과 $y=|\log_2 x|$ 가 만나는 점의 좌표를

$A(x_1, y_1)$ 라 하고 두 곡선이 함수 $y = \frac{2}{x}$ 와 만나는 점을 각각 $B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ 라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 0는 원점이다.) [4점]



<보 기>

- ㄱ. $x_1 < \frac{1}{2}$
 ㄴ. $x_3 - 1 < x_2 - x_1$
 ㄷ. $y_1 y_3 = -(x_1 - 1)(x_3 - 1)$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 첫째항이 한 자리 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n + 3 & (a_n < 4) \\ (a_n \text{을 } 4\text{로 나눈 나머지}) & (a_n \geq 4) \end{cases}$$

로 정의된다. $\sum_{n=1}^9 a_n = 39$ 일 때, a_2 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + |f'(x)|$$

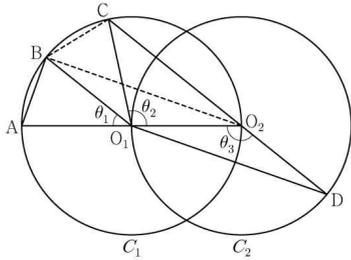
라 할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(0) = g(0) = 0$
 (나) 방정식 $f(x) = 0$ 은 양의 실근을 갖는다.
 (다) 방정식 $|f(x)| = 4$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

15. 두 점 O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 O_1O_2 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 그림과 같이 원 C_1 위의 서로 다른 세 점 A, B, C와 원 C_2 위의 점 D가 주어졌고, 세 점 A, O_1, O_2 와 세 점 C, O_2, D 가 각각 한 직선 위에 있다. 이 때, $\angle BO_1A = \theta_1, \angle O_2O_1C = \theta_2, \angle O_1O_2D = \theta_3$ 라 하자.



다음은 $\overline{AB} : \overline{O_1D} = 1 : 2\sqrt{2}$ 이고, $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 일 때, 선분 AB와 선분 CD의 길이의 비를 구하는 과정이다.

$\angle CO_1O_2 + \angle O_1O_2D = \pi$ 이므로, $\theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_2}{2}$ 이고
 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 에서 $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ 이므로 $\angle CO_1B = \theta_1$ 이다.
 이때 $\angle O_2O_1B = \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ 이므로 삼각형 O_1O_2B 와 삼각형 O_2O_1D 는 합동이다.
 $\overline{AB} = k$ 라 할 때
 $\overline{BO_2} = \overline{O_1D} = 2\sqrt{2}k$ 이므로 $\overline{AO_2} = \boxed{\text{(가)}}$ 이고,
 $\angle BO_2A = \frac{\theta_2}{2}$ 이므로 $\cos \frac{\theta_2}{2} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.
 삼각형 O_2BC 에서
 $\overline{BC} = k, \overline{BO_2} = 2\sqrt{2}k, \angle CO_2B = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로
 코사인법칙에 의하여 $\overline{O_2C} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.
 $\overline{CD} = \overline{O_2D} + \overline{O_2C} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2C}$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{CD} = k : \left(\frac{\boxed{\text{(가)}}}{2} + \boxed{\text{(다)}} \right)$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{169}{27}$ ② $\frac{56}{9}$ ③ $\frac{167}{27}$ ④ $\frac{166}{27}$ ⑤ $\frac{55}{9}$

단답형

16. $\log_2 200 - \frac{1}{\log_{25} 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 4t^3 - 3t^2 + 2t - 1$$

이다. 시각 $t=0$ 에서 점 P의 위치는 원점일 때, 시각 $t=1$ 에서 $t=2$ 까지 점 P의 위치의 변화량을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{30} (3a_n + 2b_n) = 12, \quad \sum_{n=1}^{30} (a_n - 2b_n) = 8$$

일 때, $\sum_{n=1}^{30} (4b_n + 1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 두 방정식

$$\sin 2x = \cos x, \quad \sin^2 x = \sin x$$

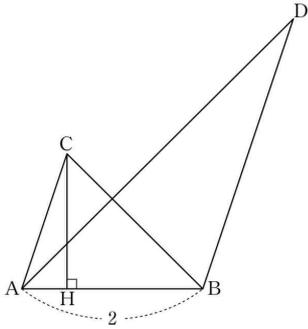
의 서로 다른 실근의 개수의 합을 구하시오. [3점]

20. 실수 m 에 대하여 직선 $y = mx$ 와 함수

$$f(x) = 2x + 3 + |x - 1|$$

의 그래프의 교점의 개수를 $g(m)$ 이라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $h(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $h(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 $\overline{AB} = 2$, $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$, $\overline{AC} : \overline{BD} = 1 : 2$ 인 두 삼각형 ABC, ABD가 있다. 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발 H는 선분 AB를 1 : 3으로 내분한다.



두 삼각형 ABC, ABD의 외접원의 반지름의 길이를 각각 r , R 라 할 때, $4(R^2 - r^2) \times \sin^2(\angle CAB) = 51$ 이다. \overline{AC}^2 의 값을 구하시오. (단, $\angle CAB < \frac{\pi}{2}$) [4점]

22. 양수 a 에 대하여 최고차항 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$|x(x-2)|g(x) = x(x-2)(|f(x)| - a)$$
 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 $x = 0$ 와 $x = 2$ 에서 미분가능하다.

$g(3a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

출수형

5지선다형

23. ${}^6C_3 \times {}_3H_1$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 20 ③ 40 ④ 60 ⑤ 80

24. 문자 D, D, I, G, G, U를 일렬로 배열하는 방법의 수는?

[3점]

- ① 120 ② 140 ③ 160 ④ 180 ⑤ 200

25. 다항식 $(ax-1)^8$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 x^6 의 계수가 같을 때, 실수 a 에 대하여 $20|a^3|$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 40 ③ 50 ④ 60 ⑤ 70

26. 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 세 개를 선택한 후, 일렬로 나열하여 만든 세 자리 자연수가 300보다 큰 경우의 수는? [3점]

- ① 49 ② 50 ③ 51 ④ 52 ⑤ 53

27. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

(가) A와 B는 이웃한다.
(나) B와 C는 이웃하지 않는다.

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 18 ⑤ 36

28. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

(가) $a+b+c-d=9$
(나) $d \leq 4$ 이고 $c \geq d$ 이다.

- ① 265 ② 270 ③ 275 ④ 280 ⑤ 285

단답형

29. 주머니 속에 네 개의 숫자 0, 1, 2, 3이 각각 하나씩 적혀 있는 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이 과정을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 a , b , c 라 하자.

$\frac{bc}{a}$ 가 정수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

30. 자연수 n 에 대하여 0부터 n 까지 정수가 하나씩 적힌 $(n+1)$ 개의 공이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인하고 다시 넣는 과정을 5번 반복할 때, 확인한 5개의 수가 다음 조건을 만족시키는 경우를 a_n 이라 하자.

- (가) 꺼낸 공에 적힌 수는 먼저 꺼낸 공에 적힌 수보다 작지 않다.
 (나) 세 번째 꺼낸 공에 적힌 수는 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수보다 1이 더 크다.

$\sum_{n=1}^{18} \frac{a_n}{n+2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 8n^2 + 7}{7n^3 + 5n + 6}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = \left(\frac{x-1}{2}\right)^n$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 합은? [3점]

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

25. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$4n - 3 < a_n < 4n + 5$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을

S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right\}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

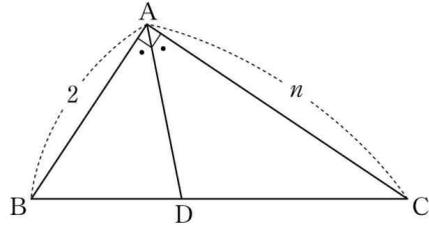
$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{(k-1)!} = \frac{3}{(n+2)!}$$

을 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + n^2 a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

28. 자연수 n 에 대하여 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 2$, $\overline{CA} = n$ 인 삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. 선분 CD의 길이를 a_n 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - a_n)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2



단답형

29. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정사각형의 개수를 S_n 이라 하자.

(가) 정사각형은 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수이다.

(나) 연립부등식 $\frac{1}{2}x^2 < y < x^2$, $0 < x < 2n-1$ 을

만족시키는 점 (x, y) 중에는 정사각형 내부에 있는 점이 있다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1} - S_n}{n^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 자연수 n 에 대하여 삼차함수 $f(x) = x(x-n)(x-3n^2)$ 이 극대가 되는 x 를 a_n 이라 하자. x 에 대한 방정식 $f(x) = f(a_n)$ 의 근 중에서 a_n 이 아닌 근을 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

출수형

5지선다형

23. 곡선 $y^2 = 12x$ 위의 점 (3, 6)에서의 접선의 기울기는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 타원 $\frac{(x-2)^2}{a} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ 의 두 초점의 좌표가 (6, b), (-2, b)일 때, ab의 값은? (단, a는 양수이다.) [3점]

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

25. 쌍곡선 $\frac{x^2}{41} - \frac{y^2}{a^2} = -1$ 의 두 초점을 $F(0, 5)$, $F'(0, -5)$ 라

하자. 쌍곡선 위의 점 P 에 대하여 $|\overline{PF} - \overline{PF'}|$ 의 값은?
(단, a 는 양수이다.) [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

26. 포물선 $y^2 = -4x$ 위의 점 P 와 직선 $x + y - 2 = 0$ 사이의
거리의 최솟값은? [3점]

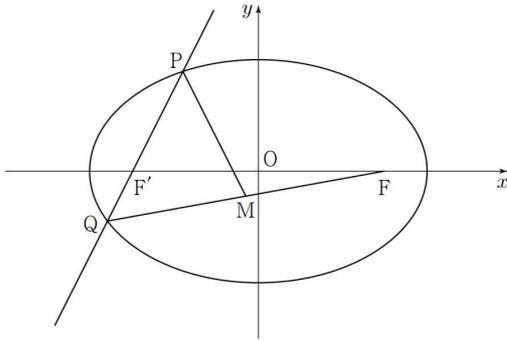
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

27. 좌표평면 위에 두 점 $A(-4, 0)$, $B(4, 0)$ 과 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 이 있다. 쌍곡선 위에 있고 제 1사분면에 있는 점 P 에 대하여 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 원점을 중심으로 하고 직선 AP 에 접하는 원의 반지름의 길이는? [3점]
- ① $\sqrt{7}-2$ ② $\sqrt{7}-1$ ③ $2\sqrt{2}-1$
 ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

28. 평면에 한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC 가 있다. $\overline{PB} - \overline{PC} = 2$ 를 만족시키는 점 P 에 대하여 선분 PA 의 길이가 최소일 때, 삼각형 PBC 의 넓이는? [4점]
- ① $20\sqrt{3}$ ② $21\sqrt{3}$ ③ $22\sqrt{3}$
 ④ $23\sqrt{3}$ ⑤ $24\sqrt{3}$

단답형

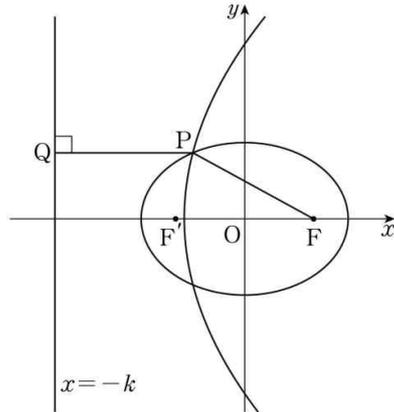
29. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)의 두 초점을 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이라 하고 점 F' 을 지나는 직선이 타원과 만나는 두 점을 P, Q 라 하자. $\overline{PQ} = 6$ 이고 선분 FQ 의 중점 M 에 대하여 $\overline{FM} = \overline{PM} = 5$ 일 때, 이 타원의 단축의 길이를 구하시오. [4점]



30. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 장축의 길이가 12인 타원이 있다. 점 F 가 초점이고 직선 $x = -k$ ($k > 0$)이 준선인 포물선이 타원과 제 2사분면의 점 P 에서 만난다. 점 P 에서 직선 $x = -k$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\cos(\angle F'FP) = \frac{7}{8}$
- (나) $\overline{FP} - \overline{F'Q} = \overline{PQ} - \overline{FF'}$

$c+k$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.