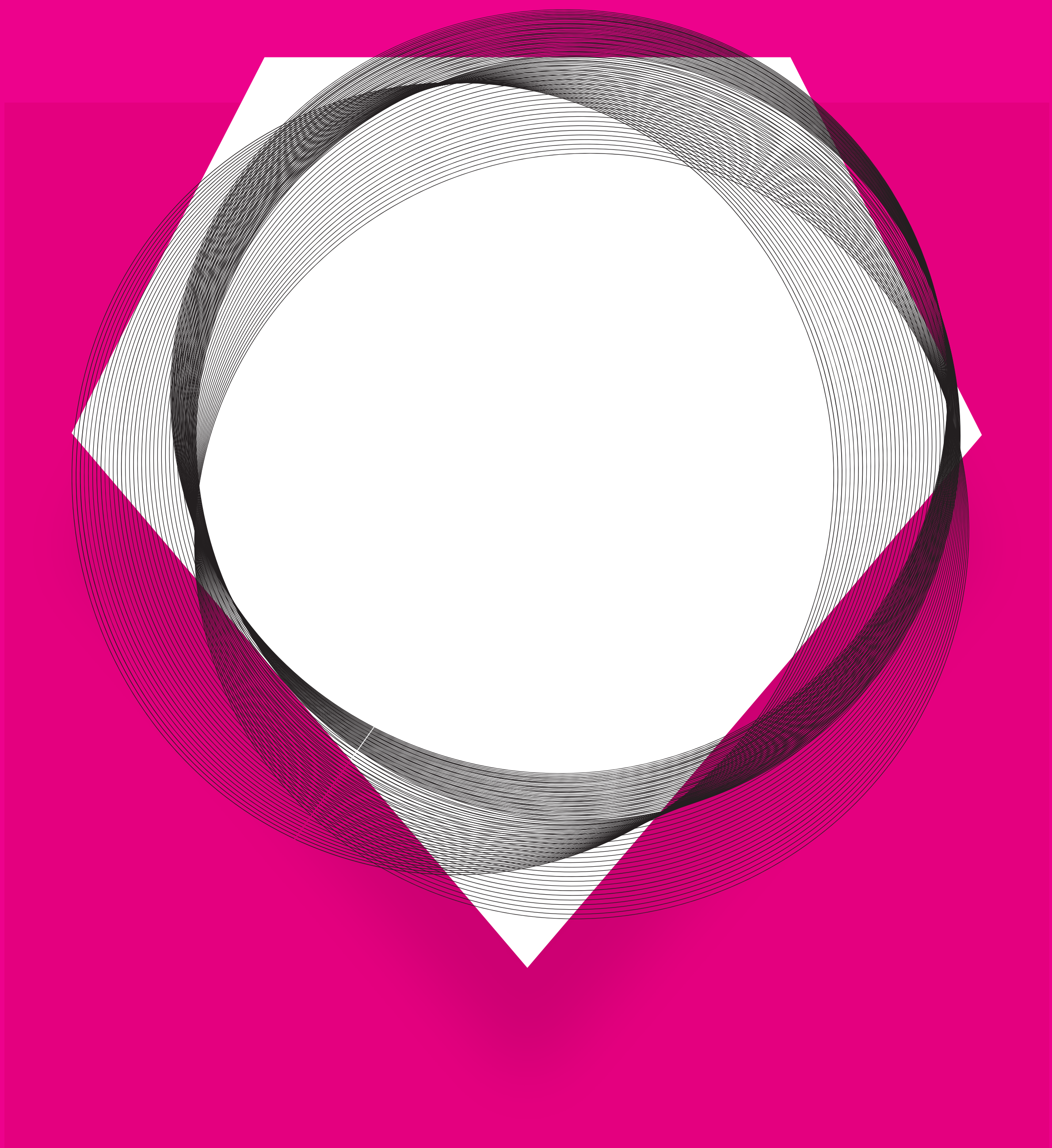
기출의_ 파급효과



과탐영역 × 물리학Ⅰ/ 상 × STANDARD

물리학 I (상)
STANDARD
기출의 파급효과

물리학 I (상)

저자의 말

안녕하세요. 오르비 파급효과 물리팀입니다. 수학 교재의 인기에 이어 2020년 여름, 물리학까지 팀을 확장하게 되었습니다. 집필한 지 2년째가 된 물리학 교재입니다. 작년 한 해 너무 과분한 사랑을 받았음에 감사드리고, 올해 교재를 기대해 주신 분들께 너무나도 감사한 마음입니다. 바로 교재 소개를 해 보겠습니다.

저희는 다음과 같은 교재를 만들었습니다.

1. 물리학Ⅰ 기출을 푸는 데 필요한 모든 개념과 실전개념, 도구와 태도를 담았습니다.

수능 물리학Ⅰ의 성격에 정확히 맞게끔, 실력과 점수 향상을 위한 도구와 태도를 모두 담았습니다. 이 교재를 소화한다면 물리학Ⅰ의 기본 개념과 실전 개념과 태도를 정리할 수 있습니다.
원리의 깊은 이해를 바탕으로 실전적 도구들을 더하여 실력을 완성하는 것을 추구합니다. 따라서 실전 개념서지만 그 어떤 교재보다 교과서의 기본 원리를 바탕으로 자세하게 설명되어 있으며, 더욱 깊은 이해를 위해서 필요하다면 순서를 재구성하여 교재를 설계하였습니다. 학습 효율을 높이기 위해 실전적인 개념이나 실전적 도구들은 따로 정리하여 편하게 학습할 수 있도록 하였습니다.

각 챕터의 칼럼, 예제, 예제의 해설과 분석을 통해 학습하신 내용을 유제를 통해 점검하시면 더욱 큰 학습 효과를 기대할 수 있습니다.

2. 필연적인 사고 과정의 가이드라인을 상세히 제시합니다.

올해 치러질 수능을 대비하기 위해서는 모든 문항에 적용되는 기본에 충실한 굵직한 실력을 키우셔야 합니다. 이를 위해 본 책은 문항 출제 의도 파악과 기본기에 충실하게 설계되었습니다. 물리 학습에서 많은 학생들에게 가장 큰 걸림돌이 되는 부분입니다. "어떻게/왜 이렇게 풀었지?" 그 필연성의 가이드라인을 담았습니다.

3. 수능/평가원/교육청 주요 문항을 선별하여 수록하였습니다.

이 책에는 예제, 유제에 수능/평가원/교육청 주요 기출문항을 수록하였습니다. 예제는 도구와 태도를 바로바로 확인하기 좋은 문항들로, 가장 중요한 기출문제들을 선별하여 수록하였습니다. 본문과 함께 있는 예제들은 물리학Ⅰ 교재의 경우 (상), (하) 합하여 대략 120문제 정도입니다.

예제에 있는 문제 수만으로 부족함을 느끼실 분들을 위해 기출에 대한 태도와 도구를 체화시키기 위해 유제를 충분히 넣었습니다. 유제는 예제에 넣기에는 우선순위가 밀렸으나 꼭 수록할 필요성이 있는 주요 문항들을 선별하여 수록하였습니다. 유제의 경우, 물리학Ⅰ 교재의 경우 (상), (하) 합하여 대략 220문제 정도입니다.

본문 속 예제뿐만 아니라 유제들도 단순 단원별로 분리된 것이 아니라 기출에 대한 태도와 도구를 기준으로 분리되었습니다.

4. 해설이 학생 중심적이고 또 실전적입니다.

물리학Ⅰ의 과목 특성상, 해설을 쓰는 사람 입장에서 쓰기 편한 풀이와, 학생 입장에서 문항을 맞닥뜨렸을 때 좋은 풀이가 다른 경우가 많습니다. 교재의 해설을 쓸 때 번거로움과 어려움을 감수하고서라도, 학생 입장에서의 최고의 풀이를 수록하려고 노력했습니다. 그 해설을 할 수밖에 없는 필연적 이유와 함께, 시험장에서 풀 수 있는 일관적이고 현실적이며 실전적인 풀이를 수록하였습니다.

이 책의 해설은 다른 책과 달리, 처음 문제를 보고 문제의 방향성을 잡는 것부터 시작해서, 넘버링을 통해 단계를 나누어 정리되어 있습니다. 예제와 유제의 해설 모두 실전적이고 학생 중심적으로 작성되어 있으며, 예제의 경우 해설을 정말 자세하게 작성했습니다. 예제와 유제의 해설까지 꼼꼼히 학습하신다면 생각의 틀이 올바로 잡힐 것입니다.

예제 해설과 유제 해설은 단계별로 분리되어 있어 가독성이 좋아 이해가 더욱 쉽습니다. 문제에서 필요한 태도와 도구들을 어떻게 쓰는지 과외처럼 매우 자세히 알려줍니다. 유제는 칼럼과 예시들을 잘 학습했다면 무리 없이 풀 수 있는 수준입니다.

물리학Ⅰ 50점, 아직 늦지 않았습니다. 한 번쯤 더 봐야 할 기출, 기출의 파급효과와 함께 합시다.

파급의 기출효과

cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 시리즈는 기출 분석서입니다. 기출의 파급효과 시리즈는 국어, 수학, 영어, 물리학Ⅰ, 화학Ⅰ, 생명과학Ⅰ, 지구과학Ⅰ, 사회・문화가 예정되어 있습니다.

준킬러 이상 기출에서 얻어갈 수 있는 '꼭 필요한 도구와 태도'를 정리합니다.
'꼭 필요한 도구와 태도' 체화를 위해 관련도가 높은 준킬러 이상 기출을 바로바로 보여주며 체화 속도를 높입니다. 단시간 내에 점수를 극대화할 수 있도록 교재가 설계되었습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.

교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

기출의 파급효과 팀 소속 오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.
위 저자분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

CHAPTER

04 일과 에너지 그리고 역학적 에너지 보존

역학의 마지막 주제인 일, 에너지 단원이다. 이 단원은 어렵기로 악명이 높은데 사실 개념이 그렇게 어려운 것은 아니다. 하지만 난이도가 높은 융합형 문항들이 역학 전체를 포괄하고 있음에도 불구하고 일, 에너지 단원으로 분류되기 때문에 이 단원이 어렵다는 말이 나오는 것이다. Chapter 4는 결코 어려운 내용을 담고 있지 않기 때문에 공부하기 전부터 겁을 먹지 말자. 학습만 꼼꼼히 잘 되어 있다면 충분히 해볼 만하다!

일, 에너지 단원에서는 두 가지 부류의 문항이 출제된다.
먼저 일과 에너지의 관계를 묻거나 에너지 보존을 묻는 문항이 출제된다. 이 문항들은 대부분 2페이지, 3페이지에 실리는 난이도 중~상 정도의 문항들이다. 대부분은 Chapter 4의 내용으로 그리 어렵지 않게
풀 수 있다. (앞 단원들과의 융합이 아예 없지는 않으나 Chapter 1, 2의 내용이 가볍게 들어가는 정도이며 Chapter 4가 단독 주인공으로 등장하는 문항들이다.)

나머지 한 부류는 융합형 문항이다. 융합형 문제로 출제되는 대부분의 문항들은 난이도가 매우 높다.
융합형 문항이란, Chapter 1에서의 '등가속도 운동', Chapter 2에서의 '뉴턴 운동 법칙', Chapter 3에서의 '운동량과 충격량의 관계', Chapter 4에서의 '일-운동 에너지 정리'와 '역학적 에너지 보존'을 결합하여 출제하는 문항들을 말한다. 이 문항들이 보통 4페이지에 킬러로 등장하게 되며, 최상위권을 변별하게 된다. 이 문항들은 고전 역학(Chapter 1~5)의 전체적인 학습이 완벽히 되어 있는지를 묻는다. 풀이를 이해하는 것은 그리 어렵지 않으나, 그 풀이를 생각해내는 게 어렵다는 것이 학생들이 융합형 문항을 어렵게 느끼도록 하는 요인이다. 이를 극복하려면 상황에 맞는 적절한 물리량의 관계를 찾고 추론할 수 있는 능력이 필요하다. 먼저, 앞선 단원 각각의 교과 내용과 도구, 그리고 태도들을 잘 익히는 것이 1차적으로 해야 할 일이다.
즉, 각 단원들(Chapter 1~4)의 학습을 먼저 완벽하게 하는 것이 융합형 고난도 문항을 풀기 위한 첫 단계라 할 수 있다.

우리 교재에서는 Chapter 4에서 일, 에너지와 고난도 융합 문제를 모두 다루지 않고 학습의 단계를 효율적으로 나누기 위해서 아래와 같이 Chapter 4와 Chapter 5를 나누었다.
Chapter 4에서는 교과서보다 더 깊은 이해를 위해 기존 교재들의 서술 순서를 채택하지 않고 서술의 방식을 재구성하였다. 그리고 이 챕터의 주인공이라고 할 수 있는 두 물리량인 일과 에너지 사이의 유기성을 훨씬 잘 받아들일 수 있도록 그 어떤 교재보다 상세히 서술하였다. 여러분은 이 챕터에서는 일과 에너지의 정의와 관계, 그리고 역학적 에너지 보존의 실전적 도구를 익히고, 전반적인 일, 에너지 문항을 만났을 때 꼭 필요한 태도를 익히는 연습을 하게 될 것이며, 이어 Chapter 5에서는 고난도 융합형 문항들을 통해 상황에 따른 적절한 도구를 선택하는 방법과 일관적이고 실전적인 태도를 익히게 될 것이다.

일

1. 일의 정의

(1) 일의 정의

힘을 가하여 물체에 에너지를 전달하는 것을 **'물체에 일을 한다.'**라고 정의한다.
정확하게 정의하면, **일(W)이란 물체에 전달/전환된 에너지**이다.

비보존력이 한 일은 **전달된 에너지**라고 하는 것이, **보존력이 한 일**은 **전환된 에너지**라고 하는 것이 말로 할 때 자연스럽다. 즉, 일은 **에너지가 얼마나 전달/전환되었는가**를 의미한다.

$$\boxed{W = \Delta E}$$

(2) 양의 일과 음의 일

양의 일, 음의 일에서의 부호를 공간적 방향이라고 생각하면 곤란하다.

비보존력이 한 일의 경우,
양의 일이란, 에너지가 **외부에서 물체로** 전달되는 것이고,
음의 일이란, 에너지가 **물체에서 외부로** 전달되는 것이다.

보존력이 한 일의 경우,
양의 일은 **퍼텐셜 에너지로부터 운동 에너지로의 에너지 전환**을,
음의 일은 **운동 에너지로부터 퍼텐셜 에너지로의 에너지 전환**을 의미한다.

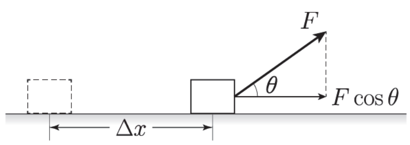
◆ 2. 일을 구하는 방법

일(W)은 **변위(Δx)와 힘(F)을 곱한 값**으로 구한다.

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x}$$

이때, 변위(Δx)와 힘(F)는 모두 벡터량이다. 벡터의 두 가지 곱하기 연산 중 위 곱은 스칼라곱(내적)으로, 결과가 스칼라량인 연산이다. 따라서 **일(W)은 스칼라량**이다.

위 식 $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x}$을 벡터끼리의 계산이 아닌 스칼라량들의 계산으로 표현하면 아래와 같다.



$$W = F \times \Delta x \times \cos\theta$$

여기서 θ는 두 벡터 $\vec{F}$와 $\Delta\vec{x}$가 이루는 각의 크기이다. 이 식의 우변을 $F\cos\theta$와 Δx의 곱으로 보자.

Δx는 변위의 크기이므로, **이동 거리**와 같다.
벡터 $\vec{F}$를 변위 벡터 $\Delta\vec{x}$의 방향과 나란한 방향과 변위 벡터 $\Delta\vec{x}$와 수직인 방향으로 분해하여 얻은 두 벡터의 성분 중 **변위 벡터 $\Delta\vec{x}$와 나란한 방향인 $\vec{F}$의 성분의 크기**가 $F\cos\theta$가 된다.

물론 물리학Ⅰ 수준에서는 $\vec{F}$와 $\Delta\vec{x}$는 평행한 경우가 대부분이므로 $\cos\theta$값이 1 또는 -1이 되기 때문에 다음과 같이 일을 $\pm$**(힘의 크기와 변위의 크기의 곱)**으로 생각하여도 문제없다.

$W = F\Delta x$: 양의 일
(**힘과 변위의 방향이 동일**한 경우)

$W = -F\Delta x$: 음의 일
(**힘과 변위의 방향이 반대**인 경우)

일과 에너지의 관계

1. 운동 에너지

물체의 운동 상태와 관련된 에너지이다.
질량 m인 물체가 속력 v로 운동할 때, 운동 에너지 E_K를 다음과 같이 정의한다.

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ [단위 : J(줄)]}$$

☞ 운동 에너지의 정확한 정의

운동 에너지란, 물체를 정지 상태에서 어떤 속도까지 가속시키는 데 필요한 일의 양으로 정의한다.
(수능 수준이므로 가속도가 변하는 상황은 배제하고 증명하겠다.)

질량이 m인 물체를 정지 상태에서 속도 v가 될 때까지 가속시키는 상황을 생각해 보자.
이때 필요한 일의 양 W는 일의 정의에 의해 $W = F\Delta x$이다.
여기서 $F = ma$로 쓸 수 있고 $\Delta x = \bar{v}\Delta t$이므로 $F\Delta x = ma\bar{v}\Delta t$가 성립한다.
가속도 a는 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$이고, 처음 속도가 0이므로 $\Delta v = v$이다.
또한 평균 속도 $\bar{v}$는 $\bar{v} = \frac{0+v}{2}$이므로 W를 다시 쓰게 되면 $W = \frac{1}{2}mv^2$이 된다.
따라서 운동 에너지는 $\frac{1}{2}mv^2$임을 얻는다.

$\therefore E_K = \frac{1}{2}mv^2$

에너지가 모두 그렇듯, 운동 에너지는 크기만 갖는 값으로, 스칼라량이다.
운동 에너지의 단위는 일과 마찬가지로 줄(J)이라고 하며, $1\text{J} = 1\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2 = 1\text{N}\cdot\text{m}$이다.

◈ 2. 알짜힘이 한 일 (일-운동 에너지 정리)

앞서 운동 에너지를 정의하였다. 이제 **일과 운동 에너지 사이의 관계**를 알아보자.

수평면 위에서 질량이 m인 물체에 F의 힘을 가하여 가속도 a로 가속시키는 상황이 있다. (알짜힘이 F가 된다.)
이 상황을 수식으로 표현하면 Newton의 제 2법칙에 의해 $F = ma$가 된다.
힘 F가 거리 Δx만큼 작용하는 동안 한 일을 W라 하면 일의 정의에 의해 $W = F\Delta x$이다.
처음 속도를 v_0, 나중 속도를 v라고 하자.

$W = F\Delta x$에서,

F 대신 $ma = m\dfrac{v-v_0}{\Delta t}$을, Δx 대신 $\dfrac{v+v_0}{2}\Delta t$을 대입하면, 아래와 같다.

$$W = m\left(\frac{v-v_0}{\Delta t}\right)\left(\frac{v+v_0}{2}\Delta t\right) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \Delta E_{\mathrm{K}}$$

$$\boxed{W = \Delta E_{\mathrm{K}}}$$

앞에서 이끌어낸 식이 바로 **'일-운동 에너지 정리'**이다.
'일-운동 에너지 정리'는 **"알짜힘이 한 일은 운동 에너지 변화량과 같다"**라는 정리이다.
결국 알짜힘을 통해 물체에 전달된 에너지는 물체의 운동 에너지 변화량과 같다는 것이다.

일-운동 에너지 정리는 'Chapter 1. 직선 운동의 분석'에서 다루었던 등가속도 운동의 공식 $2a\Delta x = v^2 - v_0^2$에 양변에 $\dfrac{m}{2}$을 곱한 것이기도 하다.

"알짜힘이 한 일은 운동 에너지 변화량과 같다"를 자주 반복하여 말이 익숙해질 수 있도록 하자.

우리는 **알짜힘이 한 일을 운동 에너지 변화량으로** 읽을 수 있어야 하며,
거꾸로 **운동 에너지 변화량을 알짜힘이 한 일로** 읽을 수도 있어야 한다.

대부분의 경우에는 좌변의 '알짜힘이 한 일'은 '알짜힘의 크기×변위'가 되며,
(양/음의 일 고려도 해서 부호도 붙여 주어야 한다.)
그 값이 **운동 에너지 변화량**과 같음을 이용하여 풀이를 하게 된다.

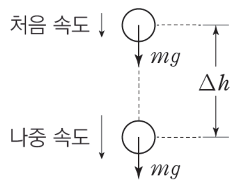
반대로 운동 에너지 변화량을 알고 있는 경우, 알짜힘의 크기 또는 알짜힘이 작용한 거리를 구하는 것도 많이 나오는 패턴이다.

◆ 3. 중력이 한 일

앞서 **알짜힘이 한 일**에 대해 살펴보았다. 이번엔 **중력이 한 일**에 대해 알아보도록 하자.

연직 방향(중력이 작용하는 방향과 나란한 방향)으로 운동하는 질량이 m인 물체에 대해 생각해 보자.
(공기 저항이 작용하지 않는다고 하자)

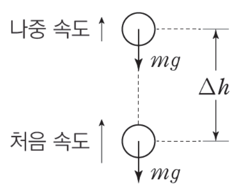
이 물체에는 중력이 작용하고 있다. 중력은 연직 아래 방향으로 크기 mg로 작용하고 있다. 중력이 물체에 거리 Δh만큼 작용하는 동안을 살펴보도록 하자.



먼저, 위 그림처럼 **물체가 아래로 내려가고 있는 상황**을 생각해 보자. 중력 mg는 연직 아래 방향으로 작용하므로 물체의 이동 방향과 중력의 방향이 같기 때문에 **중력은 양의 일을 하였다.**

이때 물체가 거리 Δh만큼 중력 mg를 받았기 때문에 중력이 한 일은 $mg\Delta h$이다.

운동 방향으로 힘을 받았으므로 물체의 속력은 빨라질 것이다. 즉, **물체는 운동 에너지를 얻게 된 것**이고, 여기서 운동 에너지의 변화량은 **다른 어떤 것으로부터 운동 에너지로 전환된 에너지**이므로 **중력이 한 일**인 $mg\Delta h$와 같다. 즉, $mg\Delta h$만큼 운동 에너지가 증가한 것이다.



반대로, 위 그림처럼 **물체가 위로 올라가고 있는 상황**을 생각해 보자. 중력 mg는 연직 아래 방향으로 작용하므로 물체의 이동 방향과 중력의 방향이 반대이기 때문에 **중력은 음의 일을 하였다.**

이때 물체가 거리 Δh만큼 중력 mg를 받았기 때문에 중력이 한 일은 $-mg\Delta h$이다.

운동 반대 방향으로 힘을 받았으므로 물체의 속력은 느려질 것이다. 즉, **물체는 운동 에너지를 잃게 된 것**이고, 여기서 운동 에너지의 변화량은 **운동 에너지로부터 운동 에너지가 아닌 다른 어떤 것으로 전환된 에너지**이므로 **중력이 한 일**인 $-mg\Delta h$와 같다. 즉, $mg\Delta h$만큼 운동 에너지가 감소한 것이다.

◆ 4. 중력 퍼텐셜 에너지

중력에 의하여 물체에 저장되는 에너지를 말한다.

예를 들어 손에서 공을 떨어뜨려 낙하시킬 때, 중력을 받음에 따라 **어떤 에너지**에서 운동 에너지로 에너지의 전환이 일어난다. 이때 **'어떤 에너지'**를 **퍼텐셜 에너지**로 정의한다.

그 중에서도 **중력에 의해 다른 에너지로의 전환이 일어나게 될 에너지**이므로, **중력에 의한 퍼텐셜 에너지**라고 한다. 이를 줄여서 **중력 퍼텐셜 에너지**라 한다.

앞서 물체가 올라가는 상황과 내려가는 상황을 비교했을 때, '운동 에너지가 아닌 다른 어떤 것'이라 하였다. 그 **다른 어떤 것**이 바로 중력 퍼텐셜 에너지이다.

(1) 중력이 한 일과 중력 퍼텐셜 에너지의 관계

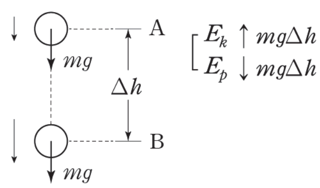
중력 퍼텐셜 에너지와 중력이 한 일의 관계를 살펴보자. 앞서 중력이 한 일이란 것은 중력 퍼텐셜 에너지와 운동 에너지 사이 전환되는 에너지를 뜻한다고 했었다.

물체가 아래로 내려가고 있는 상황에서는 중력에 의해 물체의 **중력 퍼텐셜 에너지**가 **운동 에너지**로 전환되었다고 할 수 있다. 이때, **중력이 한 일**은 **양의 값**을 갖는다.
반대로,
물체가 위로 올라가고 있는 상황에서는 중력에 의해 물체의 **운동 에너지가 중력 퍼텐셜 에너지**로 전환되었다고 할 수 있다. 이때, **중력이 한 일**은 **음의 값**을 갖는다.

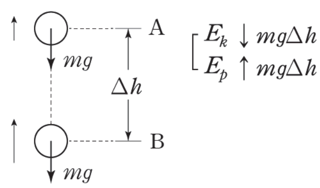
중력이 한 일은 아래 항상 표와 같이 **중력 퍼텐셜 에너지가 운동 에너지로 전환될 때 양의 값을 가지며**,
이 방향을 기준으로 생각해 주자.

$W_{중력} > 0$	중력 퍼텐셜 에너지 → 운동 에너지
$W_{중력} < 0$	운동 에너지 → 중력 퍼텐셜 에너지

높이 변화량 Δh에 따른 두 에너지 변화량에 주목하여 다음을 살펴보자. 뒤이어 나올 기준선 개념은 여기서는 생각하지 말기로 하자.



만약 물체가 자유 낙하하여 A지점에서 출발하여 아래로 Δh만큼 떨어진 B지점까지 물체가 내려갔다고 해보자. 이때, 중력 퍼텐셜 에너지는 $mg\Delta h$만큼 줄어든다. 그만큼 운동 에너지가 $mg\Delta h$만큼 늘어나게 된다. 이때 변환된 에너지이므로, 중력이 한 일은 $mg\Delta h$이다.



반대로 물체를 위로 쏘아 올려 B지점에서 출발하여 위로 Δh만큼 떨어진 A지점까지 물체가 올라갔다고 해보자. 이때, 중력 퍼텐셜 에너지는 $mg\Delta h$만큼 늘어난다. 그만큼 운동 에너지가 $mg\Delta h$만큼 줄어들게 된다. 이때 변환된 에너지이므로, 중력이 한 일은 $-mg\Delta h$이다.

따라서 높이 변화량 Δh에 따른 **중력 퍼텐셜 에너지 변화량**은 아래와 같다.

$$\boxed{\Delta E_{\mathrm{P}} = mg\Delta h}$$

(2) 중력 퍼텐셜 에너지의 기준선

중력 퍼텐셜 에너지는 기준이 되는 한 지점과 다른 한 지점 사이의 상대적인 값이기 때문에 본래 **변화량(차이)만이 물리적인 의미를 가진다.** 하지만 만약 기준선을 정하게 되면 중력 퍼텐셜 에너지 '값' 자체가 의미를 가지기 때문에 에너지 '값' 비교가 가능해진다. 기준선으로부터의 **높이의 차이**를 구할 수 있기 때문이다.

기준선을 설정하는 행위는 어떤 지점 p가 기준선으로부터 **얼마나 높이 떨어져 있는지**를 체크하겠다는 것이므로 **'차이를 구하겠다'**는 의미를 내포하는 행위이다.
기준선을 설정하게 되면, 다른 어떤 지점에서의 중력 퍼텐셜 에너지의 값이 정해지며, 이는 기준선으로부터의 높이 차이 h에 비례하게 되고, 기준선보다 물체가 위쪽 방향에 있을 때 양수 값을 가진다. 따라서 물체의 중력 퍼텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$E_{\mathrm{P}} = mgh$$

(h는 기준선으로부터의 높이)

기출 문제들의 발문을 분석해보면, 중력 퍼텐셜 에너지의 **기준선을 설정해주지 않는 이상,** 문제에서 **퍼텐셜 에너지 '변화량' 조건은 나올 수 있으나, 퍼텐셜 에너지 '값' 조건을 주지는 않는다.**
물론, **'단, 수평면에서의 중력에 의한 퍼텐셜 에너지를 0으로 한다.'**와 같은 조건이 나오면 문제에서 **기준선을 설정한 것**이므로 중력 퍼텐셜 에너지 값을 구하는 게 가능하다.

만약 문제에서 기준선을 정하지 않았는데, 퍼텐셜 에너지 '값'을 구해야 할 필요가 있는 경우, **기준선은 대체 어디에 설정해야 하는 것일까?**

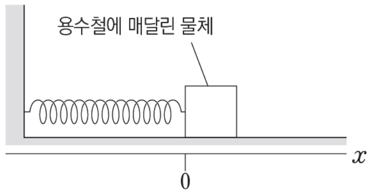
기준선은 기준을 잡는 사람 마음대로 **어디에 설정해도 문제없다.** 꼭 수평면, 바닥면을 기준으로 해야 한다는 규칙은 없다는 것이다.
그러나, 아무 곳에나 기준선을 잡는다고 해서 문제가 모두 쉽게 풀릴 리가 없다.

따라서, 기준선에 대해 문제에서 설정을 해 주지 않는다면, **'어느 지점을 중력 퍼텐셜 에너지의 기준선으로 잡는지'**가 중요해지고 이를 통해 풀이 과정이 단순해질 수도 있고 번거로워질 수도 있다. 이는 기출문제를 많이 경험해 보면서 감을 잡는 방법밖에 없다.

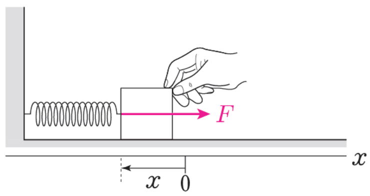
◆ 5. 탄성력이 한 일

(1) 탄성력(용수철 힘)

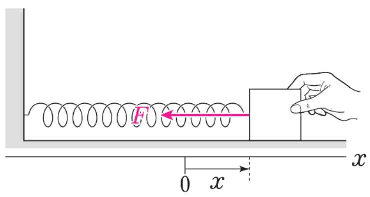
먼저 용수철의 성질에 대해 짚고 넘어가자.



용수철이 위 그림과 같이 평형인 상태를 유지하고 있다. 용수철은 한쪽은 고정된 벽과, 다른 한쪽은 움직일 수 있는 물체와 연결되어 있다.



만약 위 그림처럼 물체에 왼쪽 방향으로 힘을 주어 용수철을 압축시킨다면, 용수철은 오른쪽으로 물체를 밀게 될 것이며 원래 평형 상태로 돌아가고자 할 것이다.



반대로 위 그림처럼 물체에 오른쪽 방향으로 당기는 힘을 가하게 되면, 용수철은 왼쪽으로 물체를 당기게 될 것이며 원래 평형 상태로 돌아가고자 할 것이다.

용수철이 변형된 길이가 크면 클수록 되돌아가려는 성질도 크다.
이렇게 원래의 평형 상태로 다시 되돌아오려는 힘을 복원력이라 하며, 용수철의 복원력은 극단적으로 변형되지 않는 이상 변형된 길이에 비례한다.
용수철의 복원력은 용수철이 작용하는 힘이므로 용수철 힘이라고 부르며, 간단히 말하면 용수철이 가지는 탄성력이라는 얘기다.

이러한 용수철 힘의 성질은 훅(Hooke)의 법칙이라고 불리는데, 이를 발견한 영국의 과학자 훅을 기리기 위해 이름 붙여진 것이다.

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

(k는 탄성 계수 또는 용수철 상수) [단위 : N]

$\vec{F}$는 용수철 힘이며, k는 용수철 상수이고, $\vec{x}$는 용수철이 변형된 변위를 말한다.
훅의 법칙에 의하면, 용수철 힘이 작용하는 방향은 변형된 방향과 반대이다. 훅의 법칙에서 $-$가 바로 힘의 방향과 변위 방향이 반대라는 것을 의미한다.

탄성 계수(용수철 상수) k는 **단위 길이만큼 용수철을 변화시키기 위해선 얼마의 힘이 필요한지**를 나타내는 상수로써, **용수철의 상대적 강도**를 나타내게 된다.
탄성 계수(용수철 상수)는 그냥 k라는 문자 그대로 둬도 문제가 없거나, 문제 후반부에 (단,~~)을 통해 실제 값이 주어지는 경우가 대부분이다. 하지만 가끔은 k의 실제 값을 구해야 할 때도 있는데, 이 경우에는 탄성력과 변형된 길이, 탄성에 의한 퍼텐셜 에너지를 이용해서 공식에 조건들을 넣어서 k를 역으로 구하게 될 것이다.
참고로 전기력 단원에서의 쿨롱 상수 k는 문항에서 그냥 하나의 비례상수 정도로 쓰이며 실제 값을 이용하지 않는 반면, 탄성 계수는 실제 값을 계산에 사용하기 때문에 그 자체로 의미가 있다.

훅의 법칙에 의하면, 탄성 계수가 정해져 있을 때, **용수철 힘의 크기는** 변위의 크기이므로, **변형된 길이에 비례**한다.

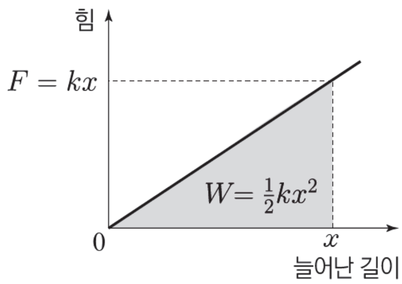
식의 '$-$'는 $\vec{x}$와 반대 방향으로 탄성력이 작용한다는 의미이다. 우리는 덧셈과 뺄셈의 $+$, $-$도 사용해야 하므로, 헷갈릴 여지가 크다. **방향을 나타내는 '$-$'는 웬만큼 숙달되지 않았다면 사용하지 마라.** 계산할 때 정말 헷갈릴 거다. 대부분의 경우에 용수철의 원래 길이를 알기 때문에 탄성력의 방향은 부호 '$-$'를 사용하기보다는 눈으로 직접 확인하는 게 훨씬 낫다. 따라서 탄성력의 방향은 눈으로 직접 판단하고 탄성력의 크기만 수식적으로 바라보는 것을 권한다. 따라서 실전적으로는 다음처럼 생각하는 것을 권한다.

탄성력의 크기 : $F = kx$ [단위 : N]
탄성력의 방향 : 원래 형태로 복귀하고자 하는 방향

(2) 탄성력이 한 일

이번엔 **탄성력이 한 일**에 대해 알아보도록 하자.

탄성력은 용수철의 원래 길이를 기준으로 하여 정해지고, 용수철이 당겨진 상태든 눌린 상태든 용수철 힘을 받아 다른 에너지로 전환된다는 점에서 방향 대칭성을 갖는다고 할 수 있다.



탄성력(용수철 힘)은 변형된 길이에 따라 변하는 힘이므로, 일의 정의 $W = F\triangle x$를 그대로 쓸 수가 없다. 힘이 변하는 경우, 곱의 역할을 하는 적분을 이용해 일을 정의해야만 한다.

F의 방향은 앞서 권한 것처럼 눈으로 파악하기로 하고 훅의 법칙에서 부호를 생각하지 않고 일의 크기를 구해 보도록 하자.

변형된 길이를 x라 하면, 탄성력의 크기 $F = kx$에서, 일의 크기 $W = \int_0^x kxdx = \frac{1}{2}kx^2$이 된다.

(일을 크기로 보지 않고 부호를 고려한다면 $W = \int_0^k -kxdx = -\frac{1}{2}kx^2$이 된다.)

i) **용수철이 원래 상태와 가까워지는 중인 경우**

탄성력의 방향과 **변위**의 방향이 일치하여 $W = \frac{1}{2}kx^2$만큼의 **양의 일**을 한 것이고, 힘을 받으며 물체의 **탄성 퍼텐셜 에너지**가 **'운동 에너지 + 중력 퍼텐셜 에너지'**로 $W = \frac{1}{2}kx^2$만큼 **전환된다.**

뒤이어 설명할 탄성 퍼텐셜 에너지는 $W = \frac{1}{2}kx^2$만큼 감소한다.

ii) **용수철이 원래 상태에서 멀어지는 중인 경우**

탄성력의 방향과 **변위**의 방향이 반대라면, $W = \frac{1}{2}kx^2$만큼의 **음의 일**을 한 것이고,

힘을 받으며 물체의 **'운동 에너지 + 중력 퍼텐셜 에너지'**가 $W = \frac{1}{2}kx^2$만큼 **감소**한다.

◆ 6. 탄성 퍼텐셜 에너지

탄성력에 의하여 물체에 저장되는 에너지를 말한다.

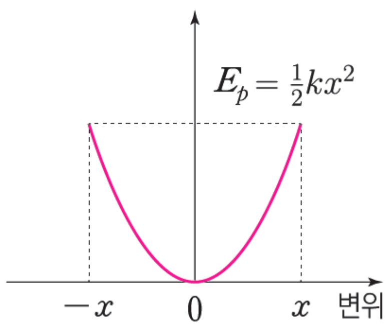
용수철에 물체를 연결하고 용수철을 누르거나 당겨서 변형을 가한다. 이때 '어떤 에너지'가 물체에 쌓이게 된다. 변형시킨 용수철을 놓게 되면, 물체가 용수철의 탄성력을 받음에 따라 **'어떤 에너지'**에서 운동 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지로 에너지의 전환이 일어난다. 이때 그 **'어떤 에너지'**를 **탄성**(에 의한) **퍼텐셜 에너지**로 정의한다.

퍼텐셜 에너지 중에서도 **탄성력에 의해 다른 에너지로의 전환이 일어나게 될 에너지**이므로, **탄성 퍼텐셜 에너지**라고 한다.

따라서 탄성 퍼텐셜 에너지는 앞서 다룬 **탄성력이 한 일의 크기인** $\frac{1}{2}kx^2$**과 같다.**

탄성 $E_\mathrm{P} = \frac{1}{2}kx^2$ (k는 탄성 계수 또는 용수철 상수) [단위 : J]

탄성력의 크기는 용수철의 원래 길이를 기준으로 양쪽 어느 쪽으로 변형되더라도 **대칭성**을 가지기 때문에, 아래 그래프처럼 변위가 양수일 때와 음수일 때의 탄성 퍼텐셜 에너지가 대칭적으로 나타난다.



◆ 7. 탄성 퍼텐셜 에너지 변화량

탄성 퍼텐셜 에너지 변화량은 말 그대로 변화량을 구한다면 전혀 헷갈릴 것이 없다.
탄성 퍼텐셜 에너지 변화량은 나중 탄성 퍼텐셜 에너지−처음 탄성 퍼텐셜 에너지이다.

$$\Delta E_{탄} = E_{탄(나중)} - E_{탄(처음)}$$

이를 식으로 나타내면 아래와 같다.

$$\frac{1}{2}k(x_{나중})^2 - \frac{1}{2}k(x_{처음})^2$$

여기서 $x_{처음}$, $x_{나중}$ 은 용수철의 원래 길이로부터 각 순간(처음, 나중) 변형된 길이이다.

항상 변형된 길이는 용수철의 원래 길이를 기준으로 생각해야 한다.

변형된 길이를 '처음~나중 간 변한 용수철의 길이'라고 잘못 생각하는 경우가 많은데, 이러면 안 된다.

만약 이런 오류를 범한다면

탄성 퍼텐셜 에너지 변화량을 $\frac{1}{2}k(x_{나중} - x_{처음})^2$로 구해버리는 치명적인 오류를 범하게 된다.

이런 잘못된 습관이 들면 꽤 고치기 어려우니 꼭 처음부터 주의하도록 하자.

쉬운 예시를 살펴보도록 하자.

용수철 상수가 k인 용수철에 연결된 질량이 m인 물체 A에 대해, 용수철의 원래 길이로부터

L만큼 압축된 순간 (순간1), $2L$만큼 늘어난 순간 (순간2)의 두 순간이 있다.

두 순간 사이의 물체의 탄성 퍼텐셜 에너지 변화량을 구하자.

$\frac{1}{2}k(3L)^2$로 구했다면 처음부터 다시 공부해야 된다. 정의 숙지부터 안 된 거다.

$\frac{1}{2}k(2L)^2 - \frac{1}{2}kL^2$로 구해야 정의대로 잘 구한 거다.

쉬워 보여도 생각보다 많이 오개념 가지는 부분이니 절대 주의하도록 하자.

☞ TIP! 문제에 에너지 표시할 때

탄성 퍼텐셜 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지는 모두 퍼텐셜 에너지라는 점에서 시험지에 메모할 때 구별을 쉽게 할 수 있는 수단이 필요하다.

운동 에너지는 **'운'**으로 표기하면 간단히 의미를 알 수 있다. 그러나 **'퍼'**라고 쓰면 이게 **중력 퍼텐셜 에너지**인지 **탄성 퍼텐셜 에너지**인지 알 길이 없다.
용수철이 등장하지 않는 문항에서는 **운동 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지**만 등장하므로 각각 **'운'**, **'퍼'**라고 표시해도 구별이 가능하긴 하다. 이때 **'운'**, **'퍼'** 대신 'K', 'P'를 사용해도 된다.
'퍼'를 **중력 퍼텐셜 에너지**의 대표 글자로 삼기로 하자. 그리고 **탄성 퍼텐셜 에너지**의 **'탄'**을 대표 글자로 따와서 용수철이 등장할 때 **중력 퍼텐셜 에너지**의 **'퍼'**와 구별하도록 하자.
(정 헷갈린다면 용수철이 등장하는 문항에서 **중력 퍼텐셜 에너지**를 **'중'**으로 표현하는 것도 좋은 방법이다.) 17)

결론은, 운동 에너지, 중력 퍼텐셜 에너지, 탄성 퍼텐셜 에너지를 **'운'**, **'퍼'**, **'탄'**으로 습관을 들이는 게 편하고, **'운'**, **'중'** **'탄'**으로 사용해도 문제는 없다는 거다.

운동 에너지	퍼텐셜 에너지	
	중력 퍼텐셜 에너지	탄성 퍼텐셜 에너지
'운'	'퍼' / '중'	'탄'

17) 이전 교육과정에서는 탄성 퍼텐셜 에너지가 없어 퍼텐셜 에너지의 '퍼'를 당연히 중력 퍼텐셜 에너지라고 생각했기 때문에 그에 맞추어 해설이나 강의에 '운', '퍼'를 쓴 경우가 많다. '운', '중' '탄'으로 표시해도 되지만 습관적으로 '퍼'를 쓰는 수업이나 교재를 볼 것이므로 '운', '퍼', '탄'에 적응을 해야 한다.

7. 보존력, 비보존력이 한 일

(1) 보존력과 비보존력

역학적 에너지의 보존 여부에 따라 힘을 두 가지로 나눌 수 있는데, 보존력은 힘이 작용할 때 역학적 에너지가 보존되는 힘이며, 비보존력은 그렇지 않은 힘이다. 실제 정의는 조금 더 복잡하지만 수능 수준에서 정확한 정의를 알 필요가 없으므로(오히려 혼란스러울 것이다) 간단히 보존력과 비보존력은 힘이 작용할 때의 역학적 에너지 보존 여부에 따라 구분한다고 생각하자.
물리학 1에서 등장하는 **보존력은 중력, 탄성력, 전기력**이 전부다. **나머지 힘들은 모두 비보존력(수직항력, 장력, 마찰력 등)**이다.

(2) 보존력이 한 일

물리학 1에서 등장하는 보존력은 **중력, 탄성력, 전기력**뿐이다. 전자기력은 고전 역학에서 다루지 않으므로, **보존력이 한 일**은 앞서 다루었던 **중력(용수철이 등장하는 경우에는 탄성력)이 한 일**과 같다.

물체를 위로 던질 때, 물체가 위로 올라가면서 중력이 한 일 W는 음의 값을 갖는다. 왜냐하면 중력의 방향과 변위의 방향이 반대이고 중력이 물체의 운동 에너지를 퍼텐셜 에너지로 전환시키기 때문이다.
떨어지는 동안에는 반대로 퍼텐셜 에너지가 운동 에너지로 전환된다.
이때 중력의 방향과 변위의 방향은 같고 물체가 아래로 내려오면서 중력이 한 일 W는 양의 값을 갖는다.

올라갈 때와 내려올 때 물체의 중력 퍼텐셜 에너지의 변화 ΔE_{P}는 중력이 물체에 한 일의 음의 값이라는 결론을 내릴 수 있다.
따라서 중력이 한 일, 즉, 보존력이 한 일은 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\boxed{W_{\text{보존력}} = -\Delta E_{\mathrm{P}}}$$

(3) 비보존력이 한 일

비보존력은 힘이 작용하여 에너지의 변환을 일으킬 때, 역학적 에너지를 역학적 에너지가 아닌 다른 에너지로 전환시키게 된다. 예를 들어 마찰력의 경우 대표적인 비보존력이다. 마찰력의 경우 운동 에너지를 열에너지나 소리 에너지로 전환시키며 역학적 에너지를 손실시킨다. 이처럼 비보존력은 일을 하여 역학적 에너지의 총량을 변화시키게 된다.

힘이 한 일과 마찬가지로 비보존력의 경우에도 **힘의 방향과 변위의 방향이 일치하면** 비보존력이 한 일 W**는 양의 값**을 가지며 **다른 에너지에서 역학적 에너지로의 에너지 전환**이 일어난다. 이때 **역학적 에너지가 증가**한다.
반대로, **힘의 방향과 변위의 방향이 반대이면** 비보존력이 한 일 W**는 음의 값**을 가지며 **역학적 에너지에서 다른 에너지로의 에너지 전환**이 일어난다. 이때 **역학적 에너지가 감소**한다.

비보존력이 한 일과 물체의 역학적 에너지 변화량의 관계는 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$W_{\text{비보존력}} = \Delta E_{\text{역}}$$

정리하면, 아래 박스와 같다.

① $W_{\text{알짜힘}} = \Delta E_{\mathrm{K}}$	알짜힘(합력)이 한 일 = 운동 에너지 변화량
② $W_{\text{보존력}} = -\Delta E_{\mathrm{P}}$	보존력이 한 일 = $-$퍼텐셜 에너지 변화량
③ $W_{\text{비보존력}} = \Delta E_{\text{역}}$	비보존력이 한 일 = 역학적 에너지 변화량

☞ TIP! 수식적 검산을 통한 ②번 식 : 부호 까먹지 않는 법

먼저, 알짜힘은 운동 에너지와 관련이 있고, 보존력과 비보존력은 각각 퍼텐셜 에너지와 역학적 에너지와 관련이 있다는 것은 미리 알고 있어야 하며 외워 두고 있어야 한다.
또한, '일-운동 에너지 정리 $W_{알짜힘} = \Delta E_{\mathrm{K}}$'는 이 팁과 별개로 미리 알고 있어야만 한다.

어떤 물체에 여러 힘들이 작용하고 있을 때, 모든 힘들의 합력은 비보존력들과 보존력들을 모두 포함한다.
$F_{합력} = F_{비보존} + F_{보존}$이라고 해 보자. 변위 Δx를 양변에 곱하면 $W_{합력} = W_{비보존} + W_{보존}$이 된다.
역학적 에너지는 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지를 합친 것을 말하므로,
$E_{역} = E_{\mathrm{K}} + E_{\mathrm{P}}$이고 $\Delta E_{역} = \Delta E_{\mathrm{K}} + \Delta E_{\mathrm{P}}$이다.

$W_{합력} = W_{비보존} + W_{보존}$과 $\Delta E_{역} = \Delta E_{\mathrm{K}} + \Delta E_{\mathrm{P}}$를 순서가 대응되게끔 맞추어 주면,
$\Delta E_{\mathrm{K}} = \Delta E_{역} - \Delta E_{\mathrm{P}}$로 순서를 바꾸어 식을 쓸 수 있다.
두 식 $W_{합력} = W_{비보존} + W_{보존}$, $\Delta E_{\mathrm{K}} = \Delta E_{역} - \Delta E_{\mathrm{P}}$이 같은 식이 되기 위해서는
$W_{알짜힘} = \Delta E_{\mathrm{K}}$, $W_{비보존력} = \Delta E_{역}$, $W_{보존력} = -\Delta E_{\mathrm{P}}$를 만족해야 하며
특별히 $W_{보존력} = -\Delta E_{\mathrm{P}}$만 식에 부호 $-$가 들어가게 된다.

위 박스에서, ②, ③번 식을 좌변은 좌변끼리 우변은 우변끼리 더해 주면, 그 결과가 ①번 식이 나옴으로도 타당함을 확인할 수도 있다.

역학적 에너지 보존

계의 역학적 에너지는 운동 에너지 E_{K}와 퍼텐셜 에너지 E_{P}의 합으로 다음과 같다. 여기서 퍼텐셜 에너지는 중력 퍼텐셜 에너지와 탄성 퍼텐셜 에너지를 모두 지칭하는 것이다.

$$E_{역} = E_{\mathrm{K}} + \mathrm{E_P}$$

만약 외부에서 가해지는 힘이 없으며, 계에 비보존력이 작용하지 않고, 계에 에너지 전환을 일으키는 힘이 오직 보존력만 작용할 때, 계의 역학적 에너지의 변화를 살펴보도록 하자.

보존력 $F_{보존}$가 일 W을 할 때 힘은 계의 퍼텐셜 에너지와 운동 에너지 사이의 에너지 전환을 일으키고 $W = \Delta E_{\mathrm{K}}$, $W = -\Delta E_{\mathrm{P}}$이다. (보존력만이 작용하는 상황이므로 알짜힘이 곧 보존력이다)
두 식 $W = \Delta E_{\mathrm{K}}$, $W = -\Delta E_{\mathrm{P}}$을 결합시키면 $\Delta E_{\mathrm{K}} = -\Delta E_{\mathrm{P}}$이 된다.
따라서 $\Delta E_{\mathrm{K}} + \Delta E_{\mathrm{P}} = \Delta E_{역} = 0$이다.
이를 요약하면 아래와 같다.

> 보존력만 작용하는 계에서, 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지는 변할 수 있지만, 역학적 에너지는 변하지 않고 일정한 값을 유지한다.

조금 다른 관점으로 살펴보면 다음과 같다.
$\Delta E_{\mathrm{K}} = -\Delta E_{\mathrm{P}}$를 해석해 보면, **운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 변화량이 부호가 반대이고 크기가 같다**는 이야기다. **'운동 에너지가 줄어든 만큼 퍼텐셜 에너지가 증가한다'/'퍼텐셜 에너지가 감소한 만큼 운동 에너지가 증가한다'** 따위로 생각하는 것도 좋다. 만약 탄성 퍼텐셜 에너지까지 등장한다면, 감소한 에너지들의 합은 증가한 에너지들의 합과 크기가 같다고 사고하면 된다.

> 증가하는 에너지만큼 감소하는 에너지도 있다. 따라서 총 역학적 에너지가 변하지 않는다!

☞ TIP! 중간 과정은 신경 쓰지 않아도 된다.

역학적 에너지 보존 법칙은 **한 순간의 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합인 역학적 에너지**를 **다른 순간의 역학적 에너지**와 같다고 할 수 있다.
이처럼 역학적 에너지 보존 법칙을 **서로 다른 두 순간에 대해 적용할 때, 중간 운동 과정은 신경 쓰지 않아도 된다.**

☞ TIP! 공식 $v=\sqrt{2gh}$

$\frac{1}{2}mv^2=mgh$를 정리해 나온 공식이다. 처음 속력 또는 나중 속력이 0일 때 쓸 수 있는 공식이다.

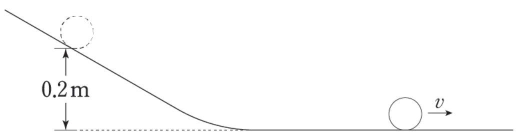
처음 또는 나중 속력 중 하나가 0이라서 운동 에너지의 변화량이 $\frac{1}{2}mv^2$인 경우에 쓸 수 있다.

높이 h대신 높이 변화량 $\varDelta h$를 사용해도 된다.

$$v=\sqrt{2gh}$$

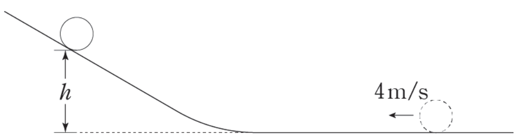
예시를 들어 어떤 식으로 사용하는지 살펴보도록 하자.

물체를 지면으로부터의 높이가 0.2m인 빗면상의 점에 가만히 두었더니 물체는 빗면을 따라 내려와 수평면상에서 속력 v로 등속도 운동하였다. 이때 v를 구하자.
(단, 중력 가속도는 10m/s^2이고, 모든 마찰은 무시한다.)



퍼텐셜 에너지가 모조리 운동 에너지로 전환되는 상황이다. 이때 초기 속도는 0이다.
따라서 공식 $v=\sqrt{2gh}$를 적용하면, $g=10\text{m/s}^2$, $h=0.2\text{m}$이므로 $v=\sqrt{4}\text{m/s}=2\text{m/s}$이다.

물체가 수평면에서 속력 4m/s로 등속 운동하다가 빗면을 따라 올라가 수평면으로부터 높이가 h인 지점에서 정지하였다. 이때 h를 구하자. (단, 중력 가속도는 10m/s^2이다.)



운동 에너지가 모조리 퍼텐셜 에너지로 전환되는 상황이다. 이때 최종 속도는 0이다.
따라서 공식 $v=\sqrt{2gh}$를 적용하면, $g=10\text{m/s}^2$, $v=4\text{m/s}$이므로 $h=0.8\text{m}$이다.

☞ TIP! 역학적 에너지 말장난

다음처럼 생긴 비슷한 선지들을 자주 만나게 될 것이다.

'A의 퍼텐셜 에너지 감소량은 B의 역학적 에너지 증가량과 같다.'
'A의 역학적 에너지 변화량은 B의 운동 에너지 증가량보다 작다.'

이는 각각의 에너지 변화량을 구해서 정말 크기가 (같고/크고/작음)을 비교하라는 것이 아니다.

i) 먼저 계의 에너지 변화를 체크하고
(변화량까지 구체적으로 구할 필요는 없고, (증가/감소/변화 없음) 정도까지만 알아두면 된다)

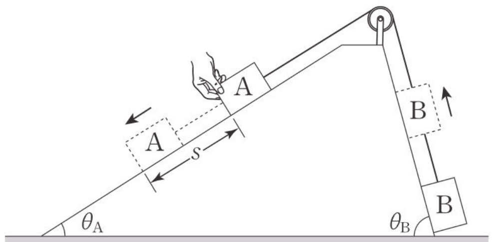
ii) 에너지 변화량 사이의 관계를 역학적 에너지 보존 법칙을 통해 파악한다.
예를 들어, 바로 아래 예시 문항에서 관계를 파악한 것은 다음과 같다.
'A운↑ + B운↑ + B퍼↑ = A퍼↓'
이런 식으로 에너지 변화량들의 관계를 파악하면 된다.
증가한 것끼리, 감소한 것끼리 나누어 관찰하면 조금 더 수월하게 관계를 파악할 수 있을 것이다.

iii) 이렇게 하면 선지들의 참/거짓이 쉽게 판단된다.

공부할 때에는 거짓인 선지들이 틀린 이유까지 정확히 판단하며 학습해보는 걸 권한다.

예제(1) 14학년도 예비시행 20번

그림과 같이 질량이 서로 다른 물체 A, B가 실로 연결되어 각각 경사각 θ_A, θ_B인 경사면에 정지해 있다. θ_A는 θ_B보다 작다. A를 가만히 놓았더니 A가 경사면을 따라 등가속도 직선 운동을 하며 내려갔다.



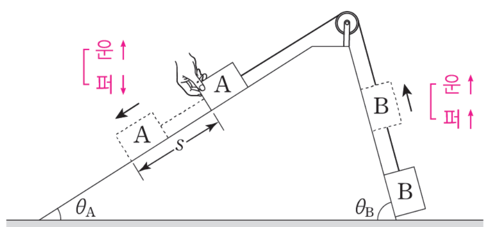
A가 s만큼 이동했을 때, 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 모든 마찰은 무시한다.) [3점]

〈보 기〉

ㄱ. A의 운동량의 크기는 B의 운동량의 크기보다 크다.
ㄴ. B의 역학적 에너지 증가량은 A의 역학적 에너지 감소량과 같다.
ㄷ. A의 중력에 의한 퍼텐셜 에너지 감소량은 B의 중력에 의한 퍼텐셜 에너지 증가량과 같다.

0. 문항 파악 및 분석

A, B는 계를 이루어 운동하므로, 시간에 따른 속도와 가속도가 동일하다. 경사각이 $\theta_A < \theta_B$인데도 왼쪽으로 계가 가속된다는 것은, 알짜힘의 방향이 왼쪽이라는 것이고 A의 질량> B의 질량임을 유추할 수 있다.



A는 운동 에너지가 증가, 중력 퍼텐셜 에너지가 감소하며, B는 운동 에너지가 증가, 중력 퍼텐셜 에너지가 증가한다. A와 B는 계를 이루어 운동하고 외부에서 계에 힘이 가해지지 않으므로, 계의 역학적 에너지가 보존된다. 위의 그림처럼 에너지 변화량 비교 틀을 이용하면 다음과 같이 각 에너지 변화량의 관계를 쉽게 알 수 있다.

$$\text{A운}\uparrow + \text{B운}\uparrow + \text{B퍼}\uparrow = \text{A퍼}\downarrow$$

1. 보기 판단하기

ㄱ. $m_A > m_B$이고, 계를 이루어 운동하므로 속도의 크기가 같다. 따라서 A의 운동량의 크기는 B의 운동량의 크기보다 크다. **(ㄱ 맞음)**

ㄴ. 계의 역학적 에너지가 보존되는 상황이므로, A와 B의 역학적 에너지 변화량의 합은 0이므로 옳다. **(ㄴ 맞음)**

ㄷ. A운↑ + B운↑ + B퍼↑ = A퍼↓가 올바른 관계이므로 A퍼↓ = B퍼↑라고 주장하는 ㄷ 보기는 옳지 않다. **(ㄷ 틀림)**

정답 : ㄱ, ㄴ

일 에너지 문항에서의 도구

1. 계 운동에서의 에너지

(1) 운동 에너지 비 = 질량비

계를 이루어서 운동하는 물체들의 경우, 운동 상태가 동일하므로 **속력이 동일**하다. 예를 들어 질량이 m_{A}인 물체 A와 질량이 m_{B}인 물체 B가 계를 이루어 속도 v로 운동하고 있다고 하면, A의 운동 에너지는 $\frac{1}{2}m_{\mathrm{A}}v^2$이고, B의 운동 에너지는 $\frac{1}{2}m_{\mathrm{B}}v^2$이다.

두 물체의 운동 에너지의 비 $\frac{1}{2}m_{\mathrm{A}}v^2 : \frac{1}{2}m_{\mathrm{B}}v^2$는 질량비인 $m_{\mathrm{A}} : m_{\mathrm{B}}$임을 알 수 있다.

일반화하면, n개의 물체에 대해서도 똑같이 적용될 것이므로,
계를 이루어 운동하는 물체들의 운동 에너지 비율은 질량비에 비례한다는 결론을 얻을 수 있다.

> 계를 이루어 운동하는 경우처럼 물체들의 **속력이 같은 경우,**
> **'운동 에너지비=질량비'이다.**

이때, 주의할 점은 정말 그 물체들이 계를 이루어 운동하고 있는지 정확히 되짚어 보아야 한다는 점이다. '운동 에너지비=질량비'라고만 외우면 큰코다칠 수 있다.
이 상황은 물체들의 **'속력이 같은 상황'에서만 적용**되며, 특히 **계를 이루어 운동하는 물체들**의 경우에 속력이 같다. 항상 이 전제를 확인한 이후에만 '운동 에너지비=질량비'라는 결론을 내릴 수 있음에 주의하자.

◆ 2. 운동 에너지와 운동량의 관계

이 도구는 '(1) 운동 에너지비=질량비'와 달리 일반적인 경우에도 쓸 수 있다.
'(1) 운동 에너지비=질량비'는 두 개 이상의 물체에 대해 비율을 구하는 것이었다면,
아래 내용은 한 물체의 실제 값을 꺼낼 수 있는 도구이므로 일반적인 경우에도 적용이 가능하다.

(1) 운동량을 통해 운동 에너지 구하기

운동량의 크기(p)를 알고 있고 운동 에너지(E_{K})를 구하고 싶을 때를 생각해 보자.

질량과 속력을 모두 구하여 운동 에너지 식 $E_{\mathrm{K}} = \frac{1}{2}mv^2$에 대입하여 운동 에너지를 구해도 되지만, 질량 m과 속력 v 중 하나만 알고 있는 경우에도 운동량의 크기 p와 같이 결합하여 운동 에너지를 구할 수 있다.

$$E_{\mathrm{K}} = \frac{p^2}{2m},\ E_{\mathrm{K}} = \frac{pv}{2}$$

먼저, **질량을 알고 있는 경우,** 식 $E_{\mathrm{K}} = \frac{1}{2}mv^2$는 $E_{\mathrm{K}} = \frac{(mv)^2}{2m}$으로 쓸 수 있다.

여기서 mv 대신 p를 넣어 식을 완성하면, $E_{\mathrm{K}} = \frac{p^2}{2m}$이다.

또는, 질량 대신 **속력을 알고 있는 경우,** 식 $E_{\mathrm{K}} = \frac{1}{2}mv^2$는 $E_{\mathrm{K}} = \frac{(mv)v}{2}$으로 쓸 수 있다.

여기서 mv 대신 p를 넣어 식을 완성하면, $E_{\mathrm{K}} = \frac{pv}{2}$이다.

실수 주의!

운동 에너지 변화량 $\varDelta E_{\mathrm{K}}$에 대해, $\varDelta E_{\mathrm{K}} \neq \frac{(\varDelta p)^2}{2m}$임에 주의하자.

$\varDelta E_{\mathrm{K}} = \frac{\varDelta (p^2)}{2m}$이 맞는 식이기 때문이다.

문항에서 $\varDelta p$가 주어졌다고 해서 $\varDelta p$를 별 생각 없이 p 대신 넣는 실수를 범하지 말자.

(2) 운동 에너지를 통해 운동량 구하기

운동 에너지(E_{K})를 알고 있고 운동량의 크기(p)를 구하고 싶을 때를 생각해 보자.
질량과 속력을 모두 구하여 둘을 곱해 운동량의 크기를 꺼내도 되지만, 둘 중 하나만 알고 있는 경우에도 운동 에너지 식 $E_{\mathrm{K}}=\frac{1}{2}mv^2$에서, 운동량의 크기를 바로 구할 수 있다.

$$\boxed{p=\sqrt{2mE_{\mathrm{K}}}\,,\ p=\frac{2E_{\mathrm{K}}}{v}}$$

먼저, **질량을 알고 있는 경우,**

식 $E_{\mathrm{K}}=\frac{1}{2}mv^2$에서 양변에 $2m$를 곱하면 $2mE_{\mathrm{K}}=p^2$이므로, $p=\sqrt{2mE_{\mathrm{K}}}$이다.

또는, 질량 대신 **속력을 알고 있는 경우,**

식 $E_{\mathrm{K}}=\frac{1}{2}mv^2$에서 양변에 $\frac{2}{v}$를 곱하면 $\frac{2E_{\mathrm{K}}}{v}=p$이므로, $p=\frac{2E_{\mathrm{K}}}{v}$이다.

◈ 2. 가속도와 에너지 변화량 비율 사이 관계

연직 방향에서의 가속도와 에너지 변화량 비율 사이 관계는 꽤나 많이 유용한 도구이므로 잘 알아 두도록 하자.

먼저, 이 도구는 **연직 방향(중력과 나란한 방향)에서 운동하는 물체의 에너지와 가속도에 관한 관계**이다. 빗면을 따라 운동하는 물체에는 적용할 수 없다는 점에 주의하도록 하자.

연직 방향(중력의 방향과 나란한 방향) 운동에서,
물체의 가속도 a를 알고 있다면, '운동 에너지 변화량과 중력 퍼텐셜 에너지 변화량의 비율 ($\Delta E_{\mathrm{K}} : \Delta E_{\mathrm{P}}$)'을 알 수 있다.
거꾸로,
연직 방향(중력의 방향과 나란한 방향) 운동에서,
물체의 '운동 에너지 변화량과 중력 퍼텐셜 에너지 변화량의 비율 ($\Delta E_{\mathrm{K}} : \Delta E_{\mathrm{P}}$)'을 알고 있다면, 가속도 a를 알 수 있다.

질량 m인 물체가 연직 방향으로 가속도 a로 거리 s만큼 운동하는 상황에서,

① ΔE_{K} 의 크기 $= mas$ (운동 에너지 변화량의 크기 = 알짜힘 ma가 한 일)
② ΔE_{P} 의 크기 $= mgs$ (중력 퍼텐셜 에너지 변화량의 크기 = 중력 mg가 한 일)

이므로, ①을 ②로 나누어 주면, 아래 식을 얻게 된다.

$$\frac{\Delta E_{\mathrm{K}}\text{ 의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}}\text{ 의 크기}} = \frac{a}{g}$$

가속도를 g를 이용해서 표시하게 되면, $a = \dfrac{\Delta E_{\mathrm{K}}\text{ 의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}}\text{ 의 크기}}g$이므로, 가속도에서 g앞에 곱해진 수를 $\dfrac{\Delta E_{\mathrm{K}}\text{ 의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}}\text{ 의 크기}}$라고 읽을 수 있다. ($\dfrac{\Delta E_{\mathrm{K}}\text{ 의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}}\text{ 의 크기}}$가 소제목에서 말한 '에너지 변화량 비율'이다.)

예를 들면,

연직 아래 방향으로 운동하고, **가속도**는 아래 방향으로 $\frac{1}{3}g$인 물체 A는 $\frac{\Delta E_{\mathrm{K}}\text{ 의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}}\text{ 의 크기}}$가 $\frac{1}{3}$이므로

운동 에너지 증가량을 E, 중력 퍼텐셜 에너지 감소량을 $3E$라고 상댓값을 이용해서 설정할 수 있다.

이처럼 연직 방향으로 운동하는 물체의 가속도를 아는 경우, 운동 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지의 변화량 비율을 알 수 있다.

반대로, 연직 방향으로 운동하는 물체의 운동 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지의 변화량 비율을 알고 있다면, $\frac{\Delta E_{\mathrm{K}}\text{ 의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}}\text{ 의 크기}}$값 뒤에 g를 곱해 주어 물체의 가속도의 크기를 결정할 수 있다.

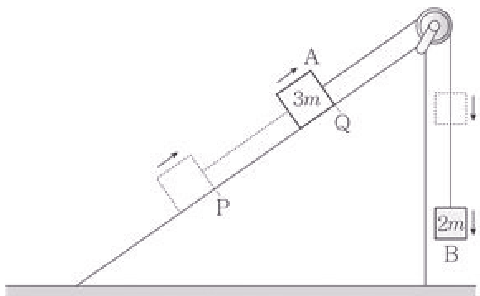
연직 방향으로 운동하는 물체의 $\frac{\Delta E_{\mathrm{K}}\text{ 의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}}\text{ 의 크기}}$ 값이 $\frac{1}{3}$이라면, 가속도의 크기는 $\frac{1}{3}g$가 되는 것이다.

즉, 두 에너지의 변화량 비율은 가속도 a에 의해 결정되며, 그 역도 성립한다.
이는 물체가 다른 물체와 연결되어 있든, 단독으로 운동하든 상관이 없다.
한 물체에 대해 관찰하는 것이므로 모두 적용이 가능하다.

A의 E_{K}변화량, B의 E_{P}변화량 주는 문제 I : 틀 잡고 전체 비교
A의 E_{K}변화량, A의 E_{P}변화량 주는 문제 I : 앗싸 같은 물체!
일단 가속도 공짜로 얻었다!
틀 잡고 전체 비교!

예제(2) 13년 3월 교육청 20번

그림은 물체 A가 물체 B와 실로 연결된 채 경사면을 따라 등가속도 운동을 하는 모습을 나타낸 것이다. A, B의 질량은 각각 $3m$, $2m$이고, A가 P점에서 Q점까지 운동했을 때 B의 퍼텐셜 에너지 감소량은 B의 운동 에너지 증가량의 10배이다.



A의 가속도의 크기는? (단, 중력 가속도는 g이다.) [3점]

① $\frac{1}{10}g$　　② $\frac{1}{5}g$　　③ $\frac{2}{5}g$　　④ $\frac{1}{2}g$　　⑤ $\frac{3}{5}g$

앞서 배운 '가속도와 에너지 변화량 비율 사이 관계'를 알고 있다면, 이 문제는 문제를 읽자마자 답을 알 수 있다.

연직 방향(중력의 방향과 나란한 방향) 운동에서, 물체의 가속도 a를 알고 있다면, 운동하는 동안의 '운동 에너지 변화량과 중력 퍼텐셜 에너지 변화량의 비율 $(\Delta E_{\mathrm{K}} : \Delta E_{\mathrm{P}})$'을 알 수 있다.

역으로 '운동 에너지 변화량과 중력 퍼텐셜 에너지 변화량의 비율 $(\Delta E_{\mathrm{K}} : \Delta E_{\mathrm{P}})$'을 알고 있다면, 가속도 a를 알 수도 있다.

$a = \dfrac{\Delta E_{\mathrm{K}}\text{의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}}\text{의 크기}} g$이므로,

$\dfrac{\Delta E_{\mathrm{K}}\text{의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}}\text{의 크기}}$값 뒤에 g를 곱하여 물체의 가속도 $a = \dfrac{\Delta E_{\mathrm{K}}\text{의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}}\text{의 크기}} g$를 결정할 수 있다.[18)]

주의할 점은, 이 풀이는 연직 방향으로 운동하는 물체에만 적용이 가능하다는 것이다. 만약 문제에서 'A의 퍼텐셜 에너지 감소량은 A의 운동 에너지 증가량의 10배이다.'라고 했다면 이 풀이를 쓰지 못했을 것이다.

이를 적용하면, $\dfrac{\Delta E_{\mathrm{K}}\text{의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}}\text{의 크기}} = \dfrac{1}{10}$이므로 가속도는 $a = \dfrac{1}{10} g$임을 바로 알 수 있다.

답 : ① $\dfrac{1}{10} g$

18) 에너지의 증감은 속도의 크기 변화, 상승/하강으로 직접 판단하면 되므로, $-$는 무시한다.

에너지 상댓값 풀이

에너지 문항의 90% 정도에 이 아이디어가 쓰일 정도로 상댓값 풀이는 중요하다. **상댓값 풀이**라는 것은 **상대적 비례 관계**를 이용해 각 **에너지를 비교**하는 풀이이다.

상댓값은 실제 값 계산과는 차이가 있다. 실제 값 계산은 $\frac{1}{2}mv^2$, mgh등의 에너지 값을 실제로 구하는 식들을 이용하여 m, v를 식에 대입하여 실제 값을 구하는 풀이이지만, 상댓값 풀이는 높이비가 $1:2$인 두 지점의 중력 퍼텐셜 에너지를 각각 E, $2E$로 두는 것처럼 비례상수 E를 도입하여 비율 관계를 보기 쉽게 나타내는 풀이를 말한다.

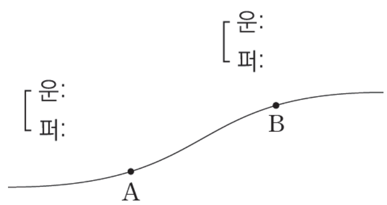
1. 에너지 상댓값 비교하기

공식적인 용어는 아니지만, 에너지 상댓값 비교 틀이라는 것을 소개해 보겠다. 에너지 문항을 깔끔하고 정확하게 효율적으로 풀기 위한 일종의 정리법 같은 것이라고 생각하자.

에너지 상댓값 비교 틀은 크게 두 가지가 있는데. 첫째로는 **에너지 '값' 비교 틀**이 있고, 둘째는 **에너지 '변화량' 비교 틀**이 있다.
꽤나 간단하다. 문제에서 운동 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지가 등장했으면 비교할 부분 위에 꺾은선 하나를 그려 주고 꺾은선의 오른쪽 윗부분에는 '운', 오른쪽 아래에 '퍼'를 적어 주면 준비가 끝난다. 이 틀을 그린 뒤, 세부 값들을 틀에 맞추어 적어가며 문제를 풀어가면 되는 것이다. 만약 탄성 퍼텐셜 에너지까지 등장한다면 맨 아래에 '탄'까지 적어 주면 되는 것이다.

(1) 에너지 '값' 비교 틀

첫째 틀에 대해 소개한다. **에너지 '값' 비교 틀**이란, **'값'**을 비교하는 것이다. 더 정확하게는 **각 지점에서의 에너지 상댓값**을 비교하는 것이다. 다음 그림이 바로 에너지 값 비교 틀이다.

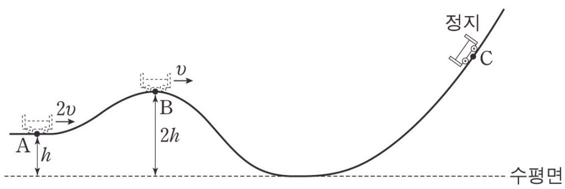


에너지 값을 비교해야 할 지점 A, B 근처에 꺾은선을 먼저 그리고, 위쪽엔 운동 에너지 값, 아래쪽엔 중력 퍼텐셜 에너지 값을 적는 것이다.

그냥 $(E_{\mathrm{K}}, E_{\mathrm{P}})$처럼 순서쌍으로 적어도 될 텐데 굳이 이렇게 꺾은선을 그리는 이유는 뒤이어 나올 **에너지 '변화량' 비교 틀**에서 그 이유를 알 수 있을 것이다. 지금은 설득당한 척이라도 해 주며 따라오길 부탁한다.

예제(3) 14학년도 9월 평가원 7번

그림은 높이가 h인 A점에서 속력 $2v$로 운동하던 수레가 B점을 지나 최고점 C에 도달하여 정지한 순간의 모습을 나타낸 것이다. B에서 수레의 속력은 v이고 높이는 $2h$이다.



최고점 C의 높이는? (단, 수레는 동일 연직면 상에서 궤도를 따라 운동하고, 수레의 크기와 마찰, 공기 저항은 무시한다.) [3점]

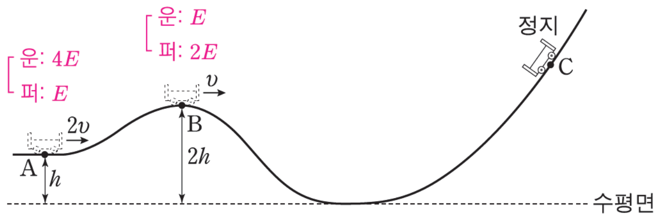
① $\frac{7}{3}h$ ② $\frac{8}{3}h$ ③ $3h$ ④ $\frac{10}{3}h$ ⑤ $\frac{11}{3}h$

0. 문항 파악 및 분석

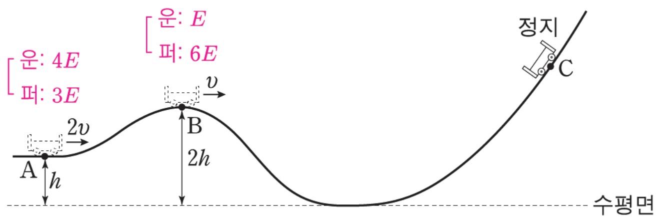
전체 궤도를 따라 운동할 때 비보존력이 일을 하지 않기 때문에 역학적 에너지가 보존되며, 세 지점 A, B, C에서의 운동 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지 값을 비교해 주어야 함을 알 수 있다. C에서는 물체가 정지하므로, C는 역학적 에너지가 모두 중력 퍼텐셜 에너지인 지점이다.

1. 각 지점에서의 에너지 틀 채우기

A와 B에서의 높이 조건, 속력 조건을 함께 활용하면 운동 에너지 비와 중력 퍼텐셜 에너지 비를 동시에 찾을 수 있다. 먼저, 두 지점의 속력 비율이 $2:1$이므로 운동 에너지의 비율은
A운 : B운 $=4:1$이다.
두 지점의 높이 비율이 $1:2$이므로 중력 퍼텐셜 에너지의 비율은 A퍼 : B퍼 $=1:2$이다.



A운 : B운 $=4:1$, A퍼 : B퍼 $=1:2$을 이용해서 이대로 위처럼 에너지 비교 틀을 채워 넣는다면 역학적 에너지 보존이 성립치 않는다는 걸 확인할 수 있다. 운동 에너지 비율과 중력 퍼텐셜 에너지 비율이 호환되지 않기 때문이다.
이런 경우에는 A퍼 : B퍼 $=3:6$으로 고쳐 준다면 운동 에너지 비율과 중력 퍼텐셜 에너지 비율이 호환된다. 두 지점에서 운동 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지의 합이 같아야 하므로, $4:1$에서 4와 1의 차이값이 3이므로, 운동 에너지가 3만큼 줄어들었다고 생각하면, 그만큼 줄어든 운동 에너지는 중력 퍼텐셜 에너지가 되었을 것이므로 A지점보다 B지점에서 중력 퍼텐셜 에너지가 3만큼 커야 한다. 따라서 A퍼 : B퍼 $=3:6$로 보는 것은 타당한 생각이다.
아래 그림은 이런 아이디어를 이용해 비율을 맞추어 에너지 상댓값을 이용해 에너지 비교 틀을 채워 준 것이다.



2. C의 높이 찾기

A와 B지점에서의 에너지 값 비교를 마쳤다. 두 지점에서의 역학적 에너지는 모두 $7E$이므로, C에서의 중력 퍼텐셜 에너지는 $7E$이다.

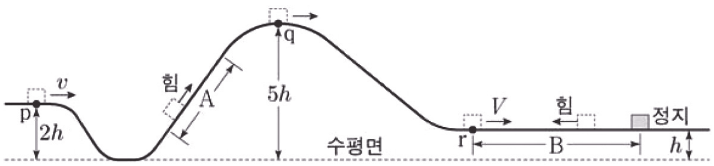
따라서 세 지점에서의 중력 퍼텐셜 에너지의 비와 높이 비를 비교하면, 최고점 C의 높이는 $\frac{7}{3}h$이다.

정답 : ① $\frac{7}{3}h$

방금 풀었던 문제는 꽤나 난이도가 쉬운 문항이었다. 조금 더 난이도 있는 문항을 살펴보자.

예제(4) 20학년도 수능 17번

그림과 같이 레일을 따라 운동하는 물체가 점 p, q, r를 지난다. 물체는 빗면 구간 A를 지나는 동안 역학적 에너지가 $2E$만큼 증가하고, 높이가 h인 수평 구간 B에서 역학적 에너지가 $3E$만큼 감소하여 정지한다. 물체의 속력은 p에서 v, B의 시작점 r에서 V이고, 물체의 운동 에너지는 q에서가 p에서의 2배이다.



V는? (단, 물체의 크기, 마찰과 공기 저항은 무시한다.)

① $\sqrt{2}v$ ② $2v$ ③ $\sqrt{6}v$ ④ $3v$ ⑤ $2\sqrt{3}v$

0. 문제 상황 파악하기

문항을 살펴보니 '각 지점에서의 에너지 E_K, E_P 값 비교' 문항이다.

우리가 지금 에너지 값을 비교해야 하는 지점은 크게 세 지점 p, q, r이다. (세 지점에서의 운동 에너지, 중력 퍼텐셜 에너지를 구해야 한다.)

1. 퍼텐셜 에너지의 기준선 잡기

발문에서 퍼텐셜 에너지 값을 확정할 수 있는 정보가 등장하지 않았다. 이때는 지점 간의 퍼텐셜 에너지 차이만으로 풀 것인지, 기준선을 우리가 직접 설정해서 풀 것인지 생각해보아야 한다.

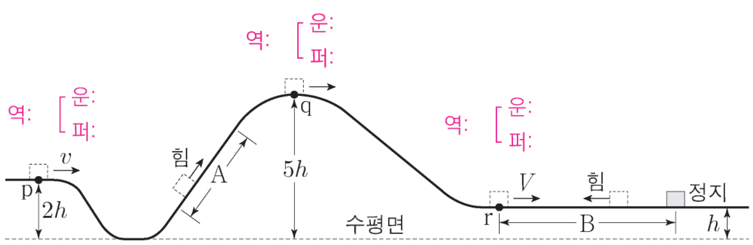
이 문항에서는 에너지 비교를 할 지점들이 꽤 많으므로 각 지점 간의 퍼텐셜 에너지 차이만을 보는 것보다는 아예 기준선을 설정해서 각 지점의 값을 설정해 두고 푸는 게 편할 것이다.

p지점 또는 q지점에 기준선을 설정하면, 퍼텐셜 에너지가 음수가 되는 지점들이 생기므로 여기에 기준선을 잡는 건 그리 좋은 선택은 아니다.
수평면을 기준으로 잡는 것보다는 r지점을 퍼텐셜 에너지가 0인 기준선으로 잡는 게 더 계산상 편리하다. 만약 r지점을 퍼텐셜 에너지가 0인 기준선으로 잡는다면, r지점의 퍼텐셜 에너지가 0이 되어 계산에 포함되지 않기 때문에 r에서의 역학적 에너지를 그대로 r지점에서의 운동 에너지로 쓸 수 있기 때문이다.

따라서 수평면에서 높이 h인 지점을 퍼텐셜 에너지가 0인 기준선으로 잡자. (기준선을 쭉 그림에 그어 주고 $E_P = 0$정도를 간단히 표시해 주는 게 나중에 실수를 방지하기에 좋다.)
그럼 자동으로 기준선에 따른 p점과 q점의 높이는 각각 h, $4h$가 된다. ($2h$, $5h$를 그대로 사용해서는 안 된다. 우리는 기준선을 수평면으로 두지 않았다.)

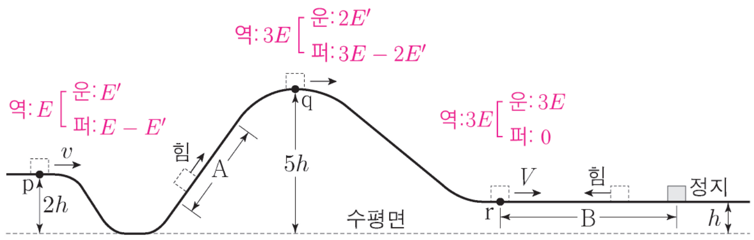
2. 각 지점에서의 에너지 비교하기

에너지 상댓값 비교 틀을 그리고 분석을 시작해보자.



상댓값 비교를 하려고 하는데 문제점이 하나 있다. 이미 문제에서 E라는 값을 쓰고 있다는 것이 그것이다. 이럴 때는 E' 같은 대체 상댓값 상수를 이용해 주면 된다. 물론 E'은 우리가 도입한 상수이므로 나중에 E에 대해 나타내어 정리해 주어야 한다.

마지막 정지 상황에서 초기 상황으로 거슬러 올라가면서 점 p, q, r에서의 역학적 에너지를 구해 보자. 각각 E, $3E$, $3E$이다.
문제 조건에 의해 p, q에서의 운동 에너지를 각각 E', $2E'$으로 놓으면, 두 지점 p, q에서의 중력 퍼텐셜 에너지는 자동으로 $E-E'$, $3E-2E'$이 된다.



3. E'을 E에 대해 나타내기

앞서 수평면에서 높이 h인 지점을 퍼텐셜 에너지가 0인 기준선으로 잡자고 했다.
두 점 p와 q의 기준선으로부터의 높이는 각각 h, $4h$이므로, 높이비에 따른 중력 퍼텐셜 에너지 비를 나타낸 식 $E-E' : 3E-2E' = 1:4$를 통해 E'을 구하면, $E' = \frac{1}{2}E$이다.

4. V 구하기

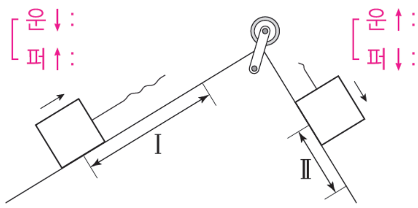
이제 상댓값 비교 틀의 모든 칸을 E에 대해 나타낸 식으로 채울 수 있다. 문제에서 요구하는 속도 V는 p점과 r점의 운동 에너지 비율 $1:6$을 이용하면, 속력 비는 두 지점에서 $1:\sqrt{6}$이 된다는 것을 이용해서 구하면 된다.

따라서 $V=\sqrt{6}\,v$이다.

정답 : ③ $\sqrt{6}\,v$

(2) 에너지 변화량 비교 틀

둘째 틀에 대해 소개한다. **에너지 변화량 비교 틀**이란, 값이 아닌 **'변화량'**을 비교하는 것으로, 에너지의 증가한 정도와 감소한 정도를 상댓값을 이용하여 비교하는 틀이다. 다음 그림이 바로 에너지 변화량 비교 틀이다.



에너지 변화량을 비교해야 할 두 구간 I, II 근처에 꺾은선을 먼저 그리고, 위쪽엔 운동 에너지 변화량, 아래쪽엔 퍼텐셜 에너지 변화량을 적는 것이다.

문항에서 구간이라고 이름 붙인 것들에만 적용되는 것이 아닌, 물체가 이동하는 동안 에너지 변화량을 비교해야 할 필요가 있는 모든 경우에 쓸 수 있는 것이다.

변화량 비교를 할 때는 중요한 것이 하나 있다. 물체의 속도의 증감, 높이 변화를 눈으로 확인하여 **위/아래 화살표를 꼭 표시**해 주는 것이다. 이는 나중에 역학적 에너지 보존이 바로바로 보이는지와 연결되므로 필수적으로 표시하는 게 좋다.

☞ **주의점!**

이 두 가지 틀 대신 운동 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지의 변화량을 순서쌍을 쓰듯이 $(+2E, -3E)$처럼 쓰는 게 더 편하다고 생각하는 학생들이 있을 수 있다. 그게 지금은 더 편할지 몰라도, 시험장에서는 그렇게 표시하게 된다면 꼭 보여야 할 것들이 잘 보이지 않을 수 있다.

꼭 보여야 하는 것 중 가장 중요한 것이 앞서 배운 '가속도와 에너지 변화량 비율 사이 관계'이다.

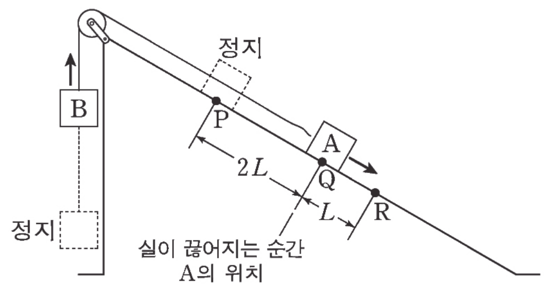
$$\left[\begin{array}{l} \text{운}\uparrow : 2E \\ \text{퍼}\downarrow : 3E \end{array}\right. \qquad \frac{2E}{3E} = \frac{\Delta E_k \text{ 의 크기}}{\Delta E_p \text{ 의 크기}}$$

어떤 물체가 연직 아래 방향으로 운동하며 위 그림처럼 운동 에너지 증가량이 $2E$이고 퍼텐셜 에너지 감소량이 $3E$인 상황이 있다. 그런데 문제에서 가속도를 구하라고 요구하고 있다.
이런 상황에서 만약 $(E_{\mathrm{K}}, E_{\mathrm{P}})$처럼 순서쌍으로 에너지 변화량을 썼다면 가속도를 바로 구하지 못하였을 것이다. 안 그래도 정신없는 시험장에서 그렇게 적어뒀다면 가속도가 보이지 않았을 것이기 때문이다.
만약 변화량 비교 틀에 맞추어 적어두었다면, $\frac{2E}{3E}$라는 값이 시각적으로 눈에 잘 띌 것이다.
이 값이 $\frac{\Delta E_{\mathrm{K}} \text{ 의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}} \text{ 의 크기}}$인 것이고 $\frac{\Delta E_{\mathrm{K}} \text{ 의 크기}}{\Delta E_{\mathrm{P}} \text{ 의 크기}}$이므로 $\frac{2}{3}$에 g만 곱하면 $\frac{2}{3}g$가 물체의 가속도인 것이다.

이처럼 표시하는 사소한 습관이 시험장에서는 큰 도움이 될 수 있다는 것을 기억하길 바란다.

예제(5) 19학년도 6월 평가원 20번

그림과 같이 물체 A, B를 실로 연결하고 빗면의 점 P에 A를 가만히 놓았더니 A, B가 함께 등가속도 운동을 하다가 A가 점 Q를 지나는 순간 실이 끊어졌다. 이후 A는 등가속도 직선 운동을 하여 점 R를 지난다. A가 P에서 Q까지 운동하는 동안, A의 운동 에너지 증가량은 B의 중력 퍼텐셜 에너지 증가량의 $\frac{4}{5}$배이고, A의 운동 에너지는 R에서가 Q에서의 $\frac{9}{4}$배이다.



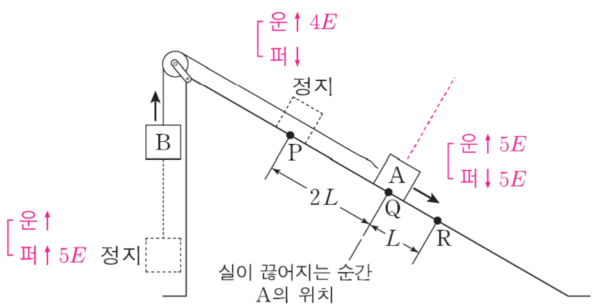
A, B의 질량을 각각 m_A, m_B라 할 때, $\frac{m_A}{m_B}$는? (단, 물체의 크기, 마찰과 공기 저항은 무시한다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

1. 문제 조건 분석하기

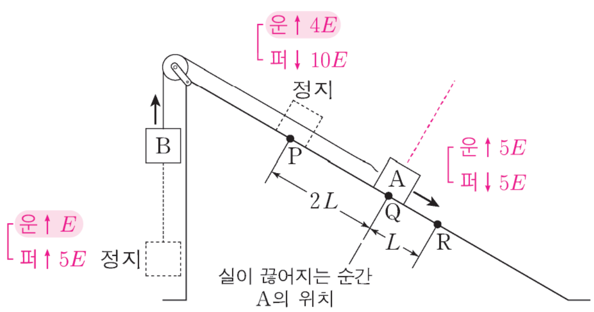
실이 끊어지기 전과 후를 나누어 에너지 변화량에 신경을 쓰면서 풀어야 할 것이다. 발문에서의 조건 'A의 운동 에너지 증가량은 B의 중력 퍼텐셜 에너지 증가량의 $\frac{4}{5}$배'를 우리는 실이 끊어지기 전, A운 $\uparrow = 4E$, B퍼 $\uparrow = 5E$라고 읽으면 된다.

발문의 또 다른 조건 'A의 운동 에너지는 R에서가 Q에서의 $\frac{9}{4}$배'는 실이 끊어진 후 A운 $\uparrow = 5E$이라고 볼 수 있다. 그래야 Q에서와 R에서의 운동 에너지가 $4E$, $9E$가 될 테니까.
이를 바탕으로 에너지 변화량 비교 틀을 채우면, 아래 그림과 같다.



2. 에너지 변화량 비교 틀 완성하기

실이 끊어진 이후 A와 B는 각각 역학적 에너지가 보존되므로, Q~R에서 A의 중력 퍼텐셜 에너지 감소량은 $5E$가 된다.
중력 퍼텐셜 에너지 감소량은 높이 변화량에 비례하므로, P~Q에서와 Q~R에서의 A의 중력 퍼텐셜 에너지 변화량은 $2L : L$이 되어야 한다. 따라서 P~Q에서 A의 중력 퍼텐셜 에너지 감소량은 $10E$이다. 실이 끊어지기 전 계 A와 B의 역학적 에너지가 보존되므로, B의 운동 에너지 증가량은 E이다. 따라서 아래처럼 에너지 변화량 비교가 완성된다.



3. 질량비 구하기

계를 이루어 운동할 때, 운동 에너지비는 질량비와 같다는 개념을 이용하면, $m_A : m_B = 4:1$이다. (두 물체의 처음 운동 에너지가 0이므로 운동 에너지 변화량의 비율도 질량비에 비례한다)

정답 : ② 4

특강 1. 에너지의 변화는 힘의 공간적 효과이다

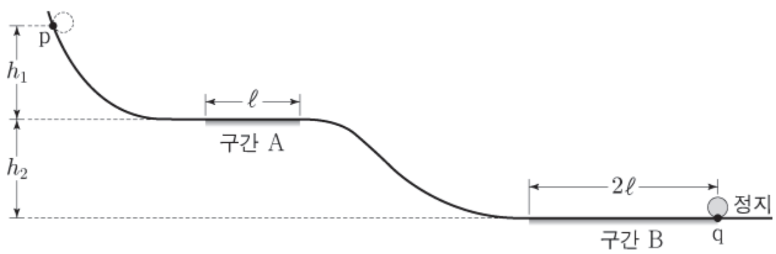
앞서 나왔던 **Chapter 3의 '특강 2. 운동량의 변화는 힘의 시간적 효과이다'**와 비교하여 보도록 하자.

1. 일정한 힘을 일정한 거리만큼 받는 경우에 대한 고찰

힘 조건과 거리 조건이 함께 묶여 등장하는 경우가 있다. 예를 들어, 아래 문항의 발문에서 밑줄 친 부분에 주목해 보자.

예제(6) 20학년도 6월 평가원 18번

그림은 점 p에 가만히 놓은 물체가 궤도를 따라 운동하여 점 q에서 정지한 모습을 나타낸 것이다. 길이가 각각 ℓ, 2ℓ인 수평 구간 A, B에서는 물체에 같은 크기의 일정한 힘이 운동 방향의 반대 방향으로 작용한다. p와 A의 높이 차이 차는 h_1, A와 B의 높이 차는 h_2이다. 물체가 B를 지나는 데 걸린 시간은 A를 지나는 데 걸린 시간의 2배이다.



$\dfrac{h_1}{h_2}$은? (단, 물체의 크기, 마찰과 공기 저항은 무시한다.) [3점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{3}{5}$ ③ $\dfrac{3}{4}$ ④ $\dfrac{4}{5}$ ⑤ $\dfrac{5}{6}$

이런 식으로 힘 조건과 거리 조건이 동시에 묶여 등장하는 경우에, 두 조건이 융합되었을 때의 의미를 파악할 줄 알아야 한다.[19)]

결론을 먼저 말하자면, **힘 조건**과 힘을 받은 **거리 조건**이 함께 등장한 것은 두 조건을 합친 것의 차원은 **'일, 에너지 차원'**이며, 힘을 받은 구간의 **에너지 변화량**에 관한 조건을 구해야 할 것이라는 걸 미리 눈치채라는 이야기이다.[20)]

앞 페이지 문항을 예시로 들어 밑줄 친 부분을 어떻게 파악해야 하는지 살펴보자.

구간 A와 구간 B에서 같은 크기의 힘을 각 ℓ, 2ℓ의 거리만큼 받았다는 것은, $\Delta E = W = F\Delta x$에서 F의 크기가 두 구간에서 같고 Δx가 $1:2$임을 의미하므로, 두 구간에서의 에너지 변화량이 $1:2$임을 의미한다. 두 구간이 수평면이므로 받는 힘이 곧 알짜힘이고, ΔE는 운동 에너지 변화량을 의미한다.
두 구간에서 운동하는 물체는 하나의 물체이므로 두 구간에서의 운동 에너지 변화량이 같다는 것을 속도의 제곱의 변화량 $\Delta(v^2)$이 $1:2$라는 것으로 해석 가능하다.[21)]

19) '묶여 등장한다'라는 표현을 쓴 이유는, 서로 연관성이 크게 없는 힘 조건과 시간 조건을 이야기하고자 하는 게 아님을 말하기 위해서이다.

20) '차원'이라는 단어가 중요한 건 아니다. 잘 모르겠다면 '에너지 관점'이라는 말로 대체해서 이해해도 된다.

21) $(\Delta v)^2$가 아님에 주의하라!

구간 A와 B에 대하여, 문제에 조건 두 가지가 주어졌다.

1. 길이가 각각 ℓ, 2ℓ인 수평 구간 A, B에서는 물체에 같은 크기의 일정한 힘이 운동 방향의 반대 방향으로 작용한다.
2. 물체가 B를 지나는 데 걸린 시간은 A를 지나는 데 걸린 시간의 2배이다.

첫 번째 조건을 통해 두 구간에서의 운동 에너지 변화량이 $1:2$이고, 이로 인해 '속력 제곱'의 변화량이 $1:2$라는 것을 얻는다.
(두 구간에서 $v_{나중}^2 - v_{처음}^2$이 $1:2$이다) $\cdots i)$

두 번째 조건을 통해 두 구간에서의 운동량의 변화량이 $1:2$이고 (일정한 크기의 힘이 같은 시간만큼 작용하였으므로 Ft가 $1:2$이다.) 이로 인해 속도 변화량이 $1:2$라는 것을 얻는다.
(두 구간에서 $v_{나중} - v_{처음}$이 $1:2$다.) $\cdots ii)$

$i)$과 $ii)$를 통해, $v_{나중} + v_{처음}$이 같다는 것을 알 수 있다. $\cdots iii)$
(합차 공식 적용이라는 수식적 센스가 필요했다.)
$v_{나중} + v_{처음}$이 같다는 것은 '두 구간에서의 평균 속도'가 같다는 것이다.
즉, 두 구간의 양 끝 속도값의 중간값이 서로 같다는 이야기이다.

$ii)$와 $iii)$을 이용해서 그림으로 가서 실제 속도값을 구해 보도록 하자. (문제에 속도 관련 얘기가 없으므로 v를 도입해서 상대적 비율을 표현하기로 하자.
$ii)$의 속도 변화량이 동일하다는 것보다 $iii)$의 속도 중간값(평균 속도)가 동일하다는 것을 먼저 사용하는 게 더욱 속도값을 찾는 데에는 빠르다는 센스가 있으면 좋다.
두 구간의 평균 속도를 v, v라고 두자. (다른 어떤 숫자로 둬도 상관 없다.)
구간 B는 최종 속도를 알기 때문에 초기 속도를 바로 구할 수 있다.(초기 속도 $2v$, 최종 속도 0)
따라서 속도 변화량은 구간A에서 v, 구간 B에서 $2v$라는 것을 얻는다.
구간 A의 평균 속도가 v이므로, 초기 속도와 최종 속도는 각각 $1.5v$, $0.5v$라는 것을 얻는다.
이로써 모든 속도 값을 찾아내게 되었다.

h_1과 h_2의 비율을 구하기 위해서는 두 빗면을 관찰하며 속도 조건을 높이 조건으로 바꿀 수 있어야 한다. 이를 위해 역학적 에너지 보존을 적용하면,

운동 에너지 변화량=퍼텐셜 에너지 변화량 ($\Delta(\frac{1}{2}mv^2) = mg\Delta h$)이고 질량과 중력 가속도는 상수이므로 $\Delta h \propto \Delta(v^2)$이다.

첫 번째 빗면에서는 $\Delta(v^2)$이 $\frac{9}{4}v^2$이고, 두 번째 빗면에서는 $\Delta(v^2)$이 $\frac{15}{4}v^2$으로 두 빗면에서의 $\Delta(v^2)$값이 $3:5$이다. 따라서 $\frac{h_1}{h_2} = \frac{3}{5}$이다.

용수철에 대한 분석

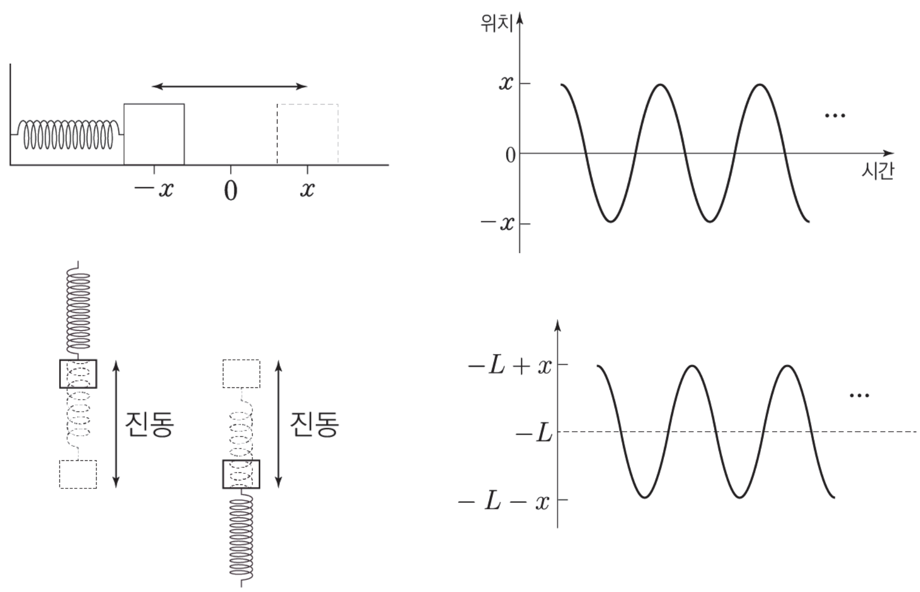
(1) 변형과 변화의 구분

명확히 두 단어를 구분해서 쓰지는 않지만, 대체로 아래처럼 사용하는 경우가 많다.
그런데 이 둘의 의미는 완전히 달라서, 두 뜻을 명확히 구별하는 습관을 들이는 게 좋다.
적어도 우리 교재에서는 아래처럼 변형과 변화의 의미를 엄격히 구분하여 사용하겠다.

원래 길이로부터 x_1만큼 용수철을 압축시켰다.
→ **변형**된 길이가 x_1이다.
용수철이 변형된 길이가 x_1, x_2인 두 순간이 있다.
→ **변화**된 길이가 $x_2 - x_1$이다.

(2) 진동의 형태

탄성력 외에 다른 힘들이 일정하다면, 용수철에 매달린 채 진동하는 물체는 어떤 한 지점을 중심으로 대칭된 진동을 하게 된다.
수평면에서의 진동과 연직 방향으로 매달린 상태에서의 진동은 중력의 영향(파동이 중력 방향으로 평행이동)을 받는지의 차이만 있을 뿐, 진동의 형태는 완벽히 동일한 모양을 그리게 된다.[22)]



22) 증명은 미분방정식 $kx = mx''$ $(a = x'')$의 풀이를 통해 가능하다.

(3) 용수철 문제를 푸는 기본 루틴

용수철 문제 풀이는 아래 3가지 단계로 이루어진다.

1. 힘의 평형을 이용한 관계식을 얻어낸다.
   $F = k\Delta x$를 이용하여 힘의 평형식을 세운다.
   이때 훅의 법칙에서 부호는 고려하지 않고, 크기만을 구한 이후에 방향은 나중에 처리한다.

2. 역학적 에너지 보존을 적용한다.
   용수철의 탄성 퍼텐셜 에너지가 $\frac{1}{2}kx^2$임을 이용하여 역학적 에너지 보존 식을 쓴다.
   운동 에너지, 탄성 퍼텐셜 에너지, 필요하다면 중력 퍼텐셜 에너지를 고려하여
   역학적 에너지가 보존되는 운동의 경우 에너지의 총합이 같음을 적용하자.
   앞서 썼던 역학적 에너지 보존과 똑같다. $E_{\mathrm{K}} + E_{\mathrm{P}} + E_{탄} = 일정$임을 이용하고, 에너지 변화량 비교 틀을
   이용하면 더욱 편할 것이다.
   마찬가지로 각 에너지의 증감은 눈으로 한 번 더 판단하여 화살표로 꼭 표시하도록 한다.

3. 평형점을 이용한다.

   위 1, 2번으로 문제 풀이는 끝난다. 그런데 어려운 문제들은 위 1, 2번이 호락호락하게 바로 나오지 않거나,
   나오더라도 식이 굉장히 복잡할 때가 있다.

   바로 **중력 퍼텐셜 에너지와 탄성 퍼텐셜 에너지를 모두 고려해야 하는 경우**이다.
   이럴 때는 평형점 풀이를 이용하면 굉장히 편해진다.

   평형점이 무엇인지 알기 위해 다음 페이지로 넘어가자.

(4) 진동에서의 평형점 풀이

용수철의 평형점 풀이를 제대로 이해하기 위해서는, 퍼텐셜 에너지를 정확하게 알고 있어야 한다.
역학적 에너지는 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지로 이루어져 있다.
여기서 퍼텐셜 에너지는 어쩌다 등장한 걸까?

우리가 파급 물리 왕국에 사는 국민이라 생각하자. 이 나라 사람들 머릿속에는 운동 에너지만이 존재한다. 그런데 운동 에너지만을 가정했을 때, 생활 속에서는 이상한 일들이 종종 벌어지게 된다.
우리가 공기 중에 사과를 놓으면 사과는 점점 빠르게 떨어진다. 우리는 사과를 놓은 뒤로 아무것도 하지 않았는데도, 사과의 운동 에너지가 증가한 것이다. 마치 사과의 속도가 혼자서 증가한 것처럼 보인다.

이게 말이 안 되므로, 이러한 현상을 설명하기 위해 우리는 퍼텐셜 에너지를 도입할 수 있다.
우리는 **퍼텐셜 에너지**를 **운동 에너지의 창고**라 생각하자.

위 상황에서 사실 사과는 애초부터 '퍼텐셜 에너지'라는 창고에 에너지를 보관해두고 있었다는 말이다.
높이가 내려오면 이 퍼텐셜 에너지 창고에서 에너지를 꺼내어 운동 에너지로 쓴다.
높이가 높아지면 운동 에너지를 조금 떼어내어 퍼텐셜 에너지 창고에 보관한다.
창고에서 우리가 사과를 꺼내고 넣을 때 누군가가 빼앗아가거나 사과를 더 주지 않는다면 사과의 총 개수는 언제나 일정할 것이다. 이렇듯 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합은 외부에서 힘이 개입하지 않는다면 언제나 일정하다.

정리하면 퍼텐셜 에너지는 우리가 편의를 위해 가정한, **운동 에너지로 변할 수 있는 잠재성을 지닌 에너지 창고**인 셈이다.

문제를 풀 때 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지 창고 중 하나를 고려하면 문제를 풀 때 식이 그닥 복잡하지는 않다.
만약 연직 방향으로 운동하는 물체가 용수철과 연결되어 있지 않다면, 중력 퍼텐셜 에너지 창고에서 꺼내는 것만을 고려하면 되어 문제를 풀 때 무리가 없을 것이다.
반대로 용수철에 연결된 물체가 수평 방향으로 운동한다면, 이 역시 탄성 퍼텐셜 에너지 창고만을 고려하면 되어 문제를 풀 때 큰 무리가 없을 것이다.

그런데 위 두 상황이 겹쳐지면 상당히 복잡해진다.
용수철에 연결되어 대각선 혹은 연직 방향으로 운동하는 물체의 경우, 역학적 에너지 보존식을 쓰기 위해서는 운동 에너지, 중력 퍼텐셜 에너지, 탄성 퍼텐셜 에너지 이렇게 총 3개의 에너지를 모두 고려해야 한다.
에너지가 창고 하나에서만 나왔다 들어갔다 할 때에 비해, 창고 두 개를 모두 고려하면 풀이의 길이가 너무 길어지게 된다. 불편해진다.

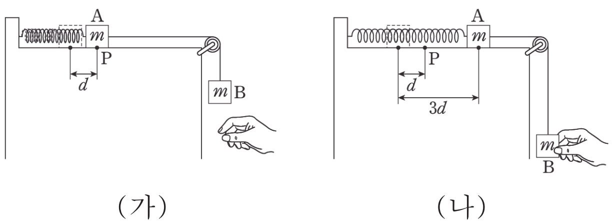
이런 상황에서의 해결책이 평형점 풀이이다.

어차피 중력 퍼텐셜 에너지 창고와 탄성 퍼텐셜 에너지 창고 모두 퍼텐셜 에너지 창고에 속한다.
그러므로 둘을 어떻게 잘 모아서 **하나의 에너지 창고**로 만들면 참 편할 듯하다.

이렇게 두 개로 분리되어 복잡해진 창고를 커다란 하나로 만들기 위해 등장한 것이 **평형점 풀이**이다.

예제(7) 13학년도 수능 19번

그림 (가)와 같이 마찰이 없는 수평면에서 용수철과 연결된 물체 A를 물체 B와 실로 연결하였더니, 용수철이 원래 길이에서 d만큼 늘어나 A가 점 P에 평형 상태로 정지해 있었다. 그림 (나)는 (가)에서 B를 중력 방향으로 당겨 용수철이 원래 길이에서 $3d$만큼 늘어나도록 잡고 있는 모습을 나타낸 것이다. (나)에서 B를 가만히 놓으면 A는 P를 v의 속력으로 지난다. A와 B의 질량은 m으로 같다.



v는? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기, 용수철과 실의 질량, 도르래의 마찰, 공기 저항은 무시한다.) [3점]

① $\sqrt{gd}$ ② $\sqrt{2gd}$ ③ $\sqrt{3gd}$ ④ $\sqrt{6gd}$ ⑤ $3\sqrt{gd}$

일반적인 풀이

(가)에서 힘의 평형이 이루어져 있으므로, $mg = kd$이다. (나)에서 물체를 손으로 놓을 때부터 P를 지나는 순간까지 비보존력이 작용하지 않으므로 전체 역학적 에너지가 보존되며, 에너지의 변화량은 다음과 같다.

$$\text{운} \uparrow : \frac{1}{2}(2m)v^2$$

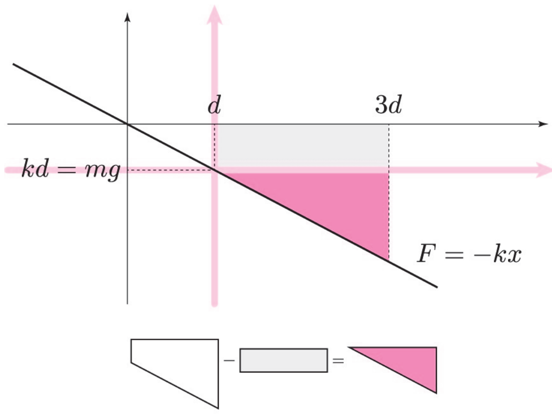
$$\text{퍼} \uparrow : 2mgd$$

$$\text{탄} \downarrow : \frac{1}{2}k(8d^2)$$

$mg = kd$를 이용하면 $\frac{1}{2}k(8d^2) = 4mgd$이다. 역학적 에너지 보존에 의해 $\frac{1}{2}(2m)v^2 = 2mgd$이다.

따라서 $v = \sqrt{2gd}$ 이다.

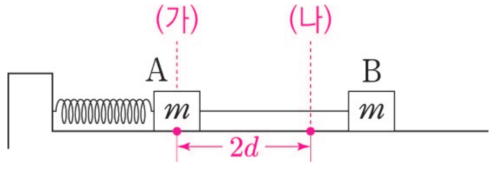
다른 풀이(평형점 이용하기)



$\Delta E_{\text{탄성}}$ $\Delta E_{\text{중력}}$ Δ운동 E

위 그래프를 보면, 운동 에너지를 사다리꼴에서 직사각형을 빼 삼각형을 만들어서 구하는 것을 확인할 수 있다. 중력은 언제나 x축에 평행하게 그어지므로, 중력 퍼텐셜 에너지 변화량은 무조건 직사각형이다. 탄성 퍼텐셜 에너지 변화량은 원래 길이로 돌아가는 게 아닌 이상 무조건 사다리꼴이다. 따라서 모든 상황에서, 사다리꼴에서 사각형을 빼는 꼴이 된다.

그러니 운동 에너지를 구할 때, 굳이 사다리꼴에서 사각형을 빼지 않고 처음부터 삼각형을 구할 수도 있겠다.



중력과 탄성력이 평형을 이루는 지점을 그래프의 새로운 원점으로 잡고, 중력을 머릿속에서 모두 없애버린 뒤 새롭게 xy축을 긋자. (가)에서 처음부터 용수철은 원래 길이였고, (나)에서는 원래 길이로부터 $2d$ 늘어난 상황이 된다. 중력 퍼텐셜 에너지를 탄성 퍼텐셜 에너지에 포함하는 것이다.

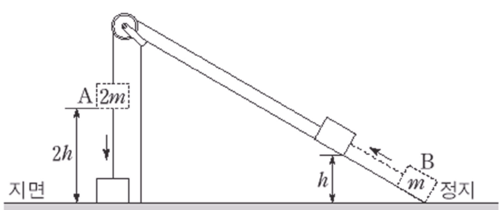
정답 : ② $\sqrt{2gd}$

CHAPTER

04 유제

01 12학년도 수능 8번

그림과 같이 질량이 각각 $2m$, m인 물체 A, B를 실로 연결한 후 A를 정지 상태에서 가만히 놓았더니, A가 $2h$만큼 낙하하는 동안 B는 마찰이 없는 빗면을 따라 높이 h만큼 올라갔다.

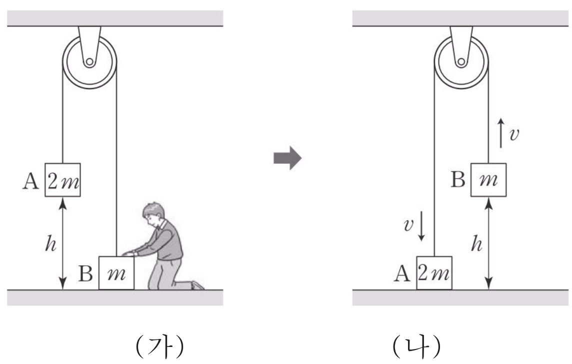


A가 지면에 닿는 순간, A의 속력은? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기, 실의 질량, 도르래의 마찰, 공기 저항은 무시한다.) [3점]

① $\sqrt{\frac{gh}{2}}$　② $\sqrt{gh}$　③ $\sqrt{2gh}$
④ $\sqrt{3gh}$　⑤ $2\sqrt{gh}$

02 13학년도 9월 평가원 7번

그림 (가)와 같이 질량이 각각 $2m$, m인 물체 A, B를 줄로 연결한 후, B를 지면에 닿도록 눌렀더니 A가 지면으로부터 높이 h인 곳에 정지해 있었다. 그림 (나)는 B를 가만히 놓은 후 A가 지면에 닿는 순간, A와 B가 v의 속력으로 운동하고 있는 모습을 나타낸 것이다.

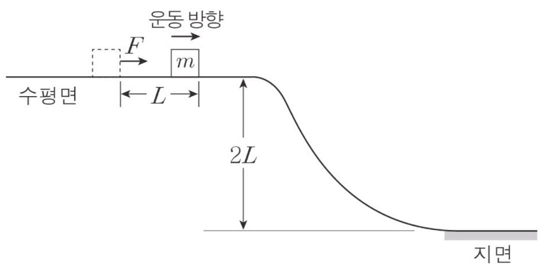


v는? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기, 줄의 질량, 도르래의 마찰, 공기 저항은 무시한다.) [3점]

① $\sqrt{\frac{gh}{3}}$　② $\sqrt{\frac{gh}{2}}$　③ $\sqrt{\frac{2gh}{3}}$
④ $\sqrt{gh}$　⑤ $\sqrt{2gh}$

03 13년 10월 교육청 16번

그림과 같이 높이가 $2L$인 수평면에 정지해 있던 질량 m인 물체에 수평 방향의 일정한 힘 F를 물체가 거리 L만큼 이동할 때까지만 작용하였다.



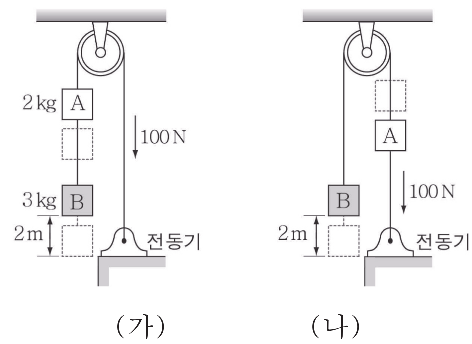
지면에서의 물체의 운동 에너지가 경사면을 내려오기 직전의 2배일 때, F는? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기와 모든 마찰, 공기 저항은 무시한다.) [3점]

① $\frac{mg}{2}$ ② $\frac{2mg}{3}$ ③ mg

④ $2mg$ ⑤ $3mg$

04 14년 3월 교육청 19번

그림 (가), (나)와 같이 줄로 연결되어 정지해 있던 두 물체 A, B를 전동기가 100N의 일정한 힘으로 당겨 연직 방향으로 이동시켰다. A, B의 질량은 각각 2kg, 3kg이다.



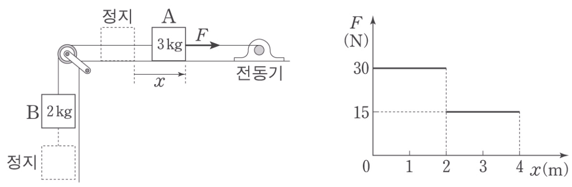
(가), (나)에서 전동기가 줄을 2m만큼 당긴 순간 B의 운동 에너지를 각각 E_1, E_2라고 할 때, $E_1 : E_2$는? (단, 중력 가속도는 10m/s^2이고, 줄의 질량, 마찰과 공기 저항은 무시한다.) [3점]

① 1:3 ② 2:3 ③ 2:5

④ 3:7 ⑤ 5:9

05 15학년도 6월 평가원 8번

그림 (가)는 B와 실로 연결되어 수평면에 정지해 있던 A를 전동기가 수평 방향으로 힘 F로 당기고 있는 것을 나타낸 것이다. 그림 (나)는 A가 4m 이동하는 동안 F의 크기를 A의 위치 x에 따라 나타낸 것이다. A, B의 질량은 각각 3kg, 2kg이다.



(가) (나)

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 10m/s^2이고, 모든 마찰과 공기 저항, 실의 질량은 무시한다.) [3점]

<보 기>

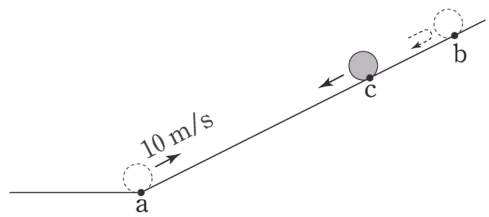
ㄱ. $x = 3$m일 때, 실이 B를 당기는 힘의 크기는 18N이다.

ㄴ. F가 한 일은 B의 역학적 에너지 증가량과 같다.

ㄷ. A의 최대 속력은 2m/s이다.

06 15학년도 9월 평가원 19번

그림은 질량 1kg인 물체가 마찰이 없는 빗면의 점 a를 지나 점 c를 통과하여 최고점 b에 도달한 후, 다시 c를 지나는 순간의 모습을 나타낸 것이다. 물체가 a에서 b를 거쳐 c에 도달하는 데 걸린 시간은 3초이고, a에서 물체의 속력은 10m/s이며, c에서 물체의 중력에 의한 퍼텐셜 에너지는 운동 에너지의 3배이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a에서 중력에 의한 퍼텐셜 에너지는 0이며, 공기 저항과 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. c에서 물체의 속력은 5m/s이다.

ㄴ. b에서 물체의 가속도 크기는 5m/s^2이다.

ㄷ. a와 c 사이의 거리는 7m이다.

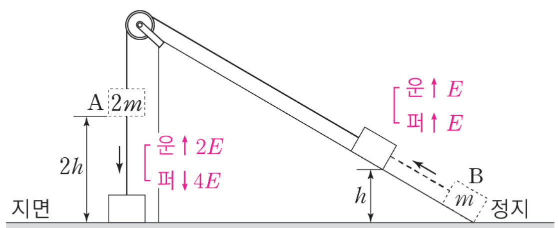
CHAPTER

04 해설

01 12학년도 수능 8번

정답 : ③ $\sqrt{2gh}$

계 A, B의 전체 역학적 에너지는 보존된다. A는 빨라지므로 운동 에너지가 증가하며, 아래로 내려가므로 중력 퍼텐셜 에너지가 감소한다. B는 빨라지므로 운동 에너지가 증가하며, 위로 올라가므로 중력 퍼텐셜 에너지가 증가한다. 구간을 따라 운동하는 동안 A와 B의 운동 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지의 변화량을 에너지 변화량 비교 틀을 이용해 비교하면 아래 그림과 같다.



A와 B는 계를 이루어 운동하므로 속력이 항상 같고, 운동 에너지 변화량 비는 질량비와 같다. 따라서 운동 에너지 변화량의 크기를 $2E$, E라고 할 수 있다. 중력 퍼텐셜 에너지 변화량 비는 물체의 질량의 크기와 높이 변화량의 크기 비를 동시에 고려해야 한다. 질량비가 $2:1$이고 높이 변화량의 크기 비가 $2:1$이므로 퍼텐셜 에너지 변화량의 크기 비는 $4:1$이다. 따라서 중력 퍼텐셜 에너지 변화량의 크기를 $4E'$, E'이라 할 수 있다. 역학적 에너지 보존 법칙에 의해
A퍼↓ = A운↑ + B운↑ + B퍼↑ 이고, $E' = E$이다. 따라서 위 그림과 같이 에너지 변화량을 모두 찾을 수 있다.

A는 연직 방향으로 운동하므로, $\dfrac{\Delta E_K \text{ 의 크기}}{\Delta E_P \text{ 의 크기}}$가 $\dfrac{1}{2}$임을 이용하면 가속도의 크기가 $\dfrac{1}{2}g$임을 알 수 있다. 따라서 공식 $2a\Delta x = v^2 - v_0^2$을 이용하면 $v = \sqrt{2gh}$ 임을 얻는다.

또는, B의 중력 퍼텐셜 에너지의 증가량은 $E' = mgh$이고, B의 운동 에너지의 증가량이 $E = \dfrac{1}{2}mv^2$이다. $E' = E$이므로 $v = \sqrt{2gh}$ 이다. 따라서 정답은 ③ $\sqrt{2gh}$ 이다.

02 13학년도 9월 평가원 7번

정답 : ③ $\sqrt{\frac{2gh}{3}}$

역학적 에너지 보존을 이용해서 풀어 보자. (가)에서 (나)로 되는 과정에서는 비보존력이 작용하지 않으므로 전체 역학적 에너지가 보존된다. (가)에서 (나)로 될 때 계의 중력 퍼텐셜 에너지는 mgh만큼 감소하고, 운동 에너지는 $\frac{1}{2}(3m)v^2$만큼 증가한다. 따라서 $mgh = \frac{3}{2}mv^2$이고 $v = \sqrt{\frac{2gh}{3}}$ 이다.

03 13년 10월 교육청 16번

정답 : ④ $2mg$

경사면을 내려오기 직전의 운동 에너지와 지면에서의 운동 에너지를 각각 E, $2E$라 하자. 경사면을 내려오는 동안 비보존력이 작용하지 않으므로 물체의 역학적 에너지가 보존된다. 지면에서의 중력 퍼텐셜 에너지를 0이라 하면, 경사면을 내려오기 직전의 중력 퍼텐셜 에너지는 E이다. 따라서 $mg(2L)= E$를 얻는다. F는 비보존력인 동시에 물체의 알짜힘이므로, FL은 알짜힘이 한 일이며 운동 에너지 변화량인 E와 같다. 따라서 $F = 2mg$임을 알 수 있다.

04 14년 3월 교육청 19번

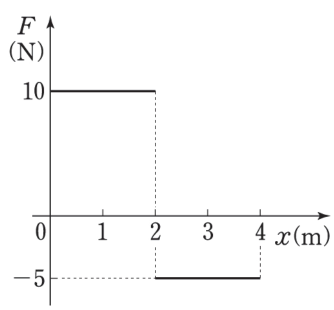
정답 : ⑤ $5:9$

(가)에서 계의 알짜힘은 시계 방향으로 $50\mathrm{N}$이고, (나)에서 계의 알짜힘은 $90\mathrm{N}$이다. 힘이 작용한 거리가 $2\mathrm{m}$로 같으므로, (가)와 (나)에서 알짜힘이 한 일의 크기 비는 $5:9$이다. 따라서 운동 에너지 변화량의 크기도 $5:9$이며, 처음엔 정지 상태였으므로 $E_1 : E_2 = 5:9$이다.

05 15학년도 6월 평가원 8번

정답 : ㄱ

계의 알짜힘은 $F - 20\mathrm{N}$이므로, 위치 x에 따른 알짜힘의 그래프를 그리면 다음과 같이 그려진다.



ㄱ. $x = 3\mathrm{m}$일 때 계의 알짜힘은 $-5\mathrm{N}$이며, B의 알짜힘은 $-2\mathrm{N}$이다. 중력이 $-20\mathrm{N}$이므로, 장력은 $18\mathrm{N}$이어야 한다. **(ㄱ 맞음)**

ㄴ. F가 한 일은 A의 운동 에너지 증가량과 B의 역학적 에너지 증가량의 합과 같다. A는 힘을 받은 이후 속력이 0이 되지 않으므로 운동 에너지는 0이 아니다. 따라서 옳지 않다. **(ㄴ 틀림)**

ㄷ. 알짜힘의 그래프를 보면, 물체는 $x = 2\mathrm{m}$일 때 운동 에너지가 최대가 됨을 알 수 있다. $x = 2\mathrm{m}$까지 계의 알짜힘은 $10\mathrm{N}$이고 $2\mathrm{m}$동안 작용하므로, 계의 최대 운동 에너지는 $20\mathrm{J}$이다. 따라서 A의 최대 속력을 v라 할 때, $20 = \frac{1}{2} \times 5 \times v^2$에서 $v = 2\sqrt{2}\,\mathrm{m/s}$이다. **(ㄷ 틀림)**

06 15학년도 9월 평가원 19번

정답 : ㄱ, ㄴ

a에서 b까지 운동할 때 이동한 길이에 비례하여 운동 에너지가 중력 퍼텐셜 에너지로 전환되기 때문에, 발문의 'c에서 물체의 중력에 의한 퍼텐셜 에너지는 운동 에너지의 3배이다.'를 통해, c는 a와 b의 3 : 1내분점이란 것을 알 수 있다. 따라서 c에서의 속력은 $5\mathrm{m/s}$이고, 운동하는 순서대로 각 구간을 이동하는 데 걸리는 시간은 a~c : 1초, c~b : 1초, b~c : 1초이다. 각 구간에서 1초 동안의 속도 변화량의 크기가 $5\mathrm{m/s}$이므로 가속도의 크기는 $5\mathrm{m/s^2}$이다.

ㄱ. 앞서 구했듯이 c에서의 속력은 $5\mathrm{m/s}$이다. **(ㄱ 맞음)**

ㄴ. 앞서 구했듯이 가속도의 크기는 $5\mathrm{m/s^2}$이다. **(ㄴ 맞음)**

ㄷ. a와 c 사이의 거리는 a와 c 사이의 평균 속도의 크기가 $\frac{15}{2}\mathrm{m/s}$이므로 $\frac{15}{2}\mathrm{m}$이다. **(ㄷ 틀림)**

다른풀이

ㄱ. a에서 물체의 운동 에너지는 $50\mathrm{J}$이고, 중력 퍼텐셜 에너지는 $0\mathrm{J}$이다. 그러므로 c에서 물체의 운동에너지는 $50 \times \frac{1}{4} = 12.5\mathrm{J}$이고, 속력은 $5\mathrm{m/s}$이다. **(ㄱ 맞음)**

ㄴ. a에서 b를 거쳐 c로 돌아오는 3초 동안 물체의 속도 변화량의 크기는 $15\mathrm{m/s}$이므로 가속도의 크기는 $5\mathrm{m/s^2}$이다. **(ㄴ 맞음)**

ㄷ. a와 c 사이의 거리를 s라 하면 $2as = v^2 - {v_0}^2$에 $a = 5$, $v^2 = 100$, ${v_0}^2 = 25$를 대입하면 $s = 7.5\mathrm{m}$을 얻는다. **(ㄷ 틀림)**