

29. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax+b & (x < 1) \\ cx^2 + \frac{5}{2}x & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 역함수  $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의  $x$ 좌표가 각각  $-1, 1, 2$ 일 때,  $2a+4b-10c$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.) [4점]

$f(3) = f(4) = f(5) = 0, f(1) = -1, f(2) = 1$  인 경우

$\frac{f(5)-f(3)}{2} \leq 0$   
 $\frac{f(6)-f(4)}{2} \leq 0$   
 조건 (나) 만족

$$f(x) = (x-3)(x-4)(x-5)(px+q)$$

$$f(1) = -2 \cdot -3 \cdot -4 \cdot (p+q) = -1$$

$$f(2) = -1 \cdot -2 \cdot -3 \cdot (2p+q) = 1$$

$$\begin{cases} p+q = \frac{1}{24} \\ 2p+q = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow p = -\frac{5}{24}, q = \frac{1}{4}$$

$$f\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{1}{2} \cdot -\frac{3}{2} \cdot -\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{5}{2} \cdot -\frac{5}{24} + \frac{1}{4}\right)$$

$$= -\frac{15}{8} \cdot -\frac{13}{48} = \frac{65}{128}$$

$$\therefore 128 \times f\left(\frac{5}{2}\right) = 65$$

$f(1) = f(4) = f(5) = 0, f(2) = -1, f(3) = 1$  인 경우

(X) ( $\because \frac{f(6)-f(4)}{2} > 0$ )

30. 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 5 이하의 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^n f(k) = f(n)f(n+1)$ 이다.  
 (나)  $n=3, 4$ 일 때, 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $n$ 에서  $n+2$ 까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128 \times f\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가)  $f(1) = f(1)f(2)$   
 $f(1) + f(2) = f(2)f(3)$   
 $f(1) + f(2) + f(3) = f(3)f(4)$   
 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = f(4)f(5)$   
 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = f(5)f(6)$

(나)  $n=3 \Rightarrow \frac{f(5)-f(3)}{2} \leq 0$   
 $n=4 \Rightarrow \frac{f(6)-f(4)}{2} \leq 0$

point. 연속적인 값이 커지는 도(시그마)의 본질  $\Rightarrow (n$ 을 대입한 것) - (n-1을 대입한 것)

차례대로 보면  
 $f(5) = f(5) \{ f(6) - f(4) \}, f(5) = 0$  (조건 (나))  
 $f(6) - f(4) = 0$  이면  $f(5) = 0$   
 $f(6) - f(4) = k (k < 0)$  이면  $(1-k)f(5) = 0, f(5) = 0$   
 $f(4) = f(4) \{ f(5) - f(3) \}, f(4) = 0$  (조건 (나))  
 $f(3) = f(3) \{ f(4) - f(2) \}, f(3) = 0$  or  $f(4) - f(2) = 1$   
 $f(2) = f(2) \{ f(3) - f(1) \}, f(2) = 0$  or  $f(3) - f(1) = 1$

$f(5) = 0, f(4) = 0$ 은 고정 / 4가지 케이스 분류 (실질적으로는 2가지)

①  $f(3) = 0$   
 (1)  $f(2) = 0$   
 $f(1) = f(1)f(2)$ 에서  $f(1) = 0$  (X) 사차함수 근 5개  
 (2)  $f(3) - f(1) = 1$   
 $f(3) = 0$  이므로  $f(1) = -1, f(2) = 1$

②  $f(4) - f(2) = 1$   
 (1)  $f(2) = 0$  (X)  $f(4) = 0$  이므로  $f(2) = 0$  케이스는 당연히 X  
 (2)  $f(3) - f(1) = 1$   
 $f(2) = -1$   
 $f(1) = f(1)f(2)$ 에서  $f(1) = 0, f(3) = 1$

\* 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오. 결국 2가지 그래프만 비교하면 됨.

$f(3) = f(4) = f(5) = 0, f(1) = -1, f(2) = 1$  or  
 $f(1) = f(4) = f(5) = 0, f(2) = -1, f(3) = 1$