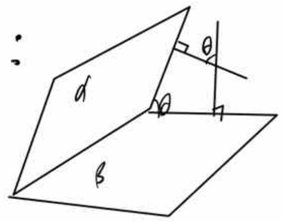
이 칼럼엔 좋아요 달지말고 스크랩 한 다음 "기하러"들만 보세요.
서울대 발표나서 어그로 끌릴때 몰래 올리는거니 우리끼리만 알고 씁시다.
지금부터 알려드릴 기술은 인강에서도 가르치지 않는 진짜**"어둠의 기술"**입니다.
일단, 기하 삼대장 공간도형은 사실 이면각 구하기나 다름 없습니다.
정확히는**1) 이면각을 구하는 문제**
2) 이면각을 주고 길이&넓이 구하는 문제
이 두가지가 공간도형의 전부고, 이면각을 구하는 방법은
1) 삼수선정의 2) 정사영 3) 법선이 세가지가 끝입니다. 진짜 내용이 없는 과목이죠ㅎㅎ 유형도 뻔합니다.
오늘의 주제는**3) 법선**.을 이용한 이면각 구하기 입니다. 이름은**"공간좌표화"**입니다.
그림 필수여서 노트필기로 대체합니다. 악필 ㅈㅅㅈㅅ

법vec 이용 - 공간 좌표화

Q: 법선으로 이면각을 어떻게 구하나요?

A:



α.β 사이각 θ

= α.β의 법선 사이각 θ

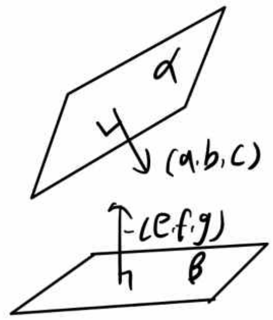
Q: 법선 벡터는 어떻게 구하나요

A: "도형의 방정식"을 이용합니다.

α: $ax+by+cz+d=0 \rightarrow$ 법vec$=(a,b,c)$

β: $ex+fy+gz+h=0 \rightarrow$ 법vec$=(e,f,g)$

$$\cos\theta = \frac{|ae+bf+cg|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2} \times \sqrt{e^2+f^2+g^2}}$$



Q: 왜 쓰나요?

A: 길이만 알고 있으면 길이의 역수로 바로 법vec을 구할 수 있습니다.

Q: 도형의 방정식이 없으면 어떻게 법vec을 구하나요?

A: 만듭니다. 그게 "공간좌표화" 입니다.

☆ 공간좌표화 → 도형 내에 x, y, z축을 잡는다

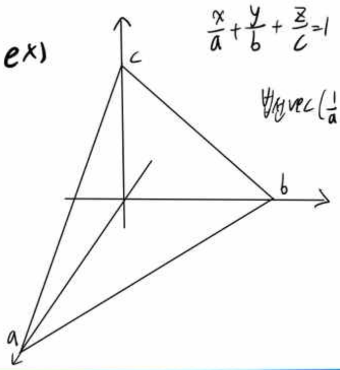
→ 도형방정식 생성

→ 법vec 이용

ex)

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

법선vec $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}\right)$



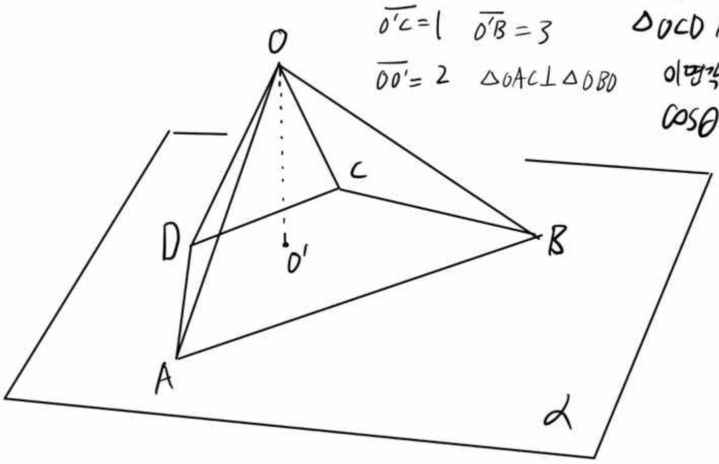
연습문제) 평면 α위의 □ABCD, α밖의점 O, 그 수선의 발 O'

$\overline{O'D}=1$ $\overline{O'A}=2$ △OAB와

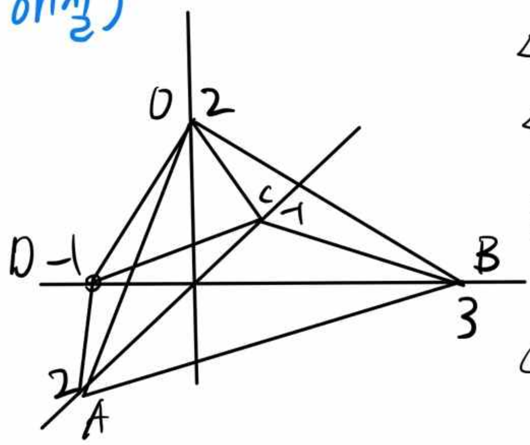
$\overline{O'C}=1$ $\overline{O'B}=3$ △OCD 사이의

$\overline{OO'}=2$ △OAC⊥△OBD 이면각 θ에 대하여

$\cos\theta=?$



해설)



$\triangle OAB : \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$

$\triangle OCD : \frac{x}{-1}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$

법vec $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right) \circ \left(-1, -1, \frac{1}{2}\right)$

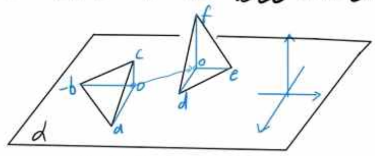
$\rightarrow (3, 2, 3) \circ (-2, -2, 1)$

$\cos\theta = \frac{|-6-4+3|}{3\sqrt{22}} = \frac{7}{3\sqrt{22}}$

공간좌표화 장점 ① 면끼리 떨어져있어서 교선은커녕 교점조차 없을때 유용

② xyz축을 어디로 잡느냐에 따라 10초컷가능

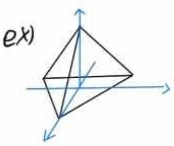
③ 축의 방향은 고정이지만 원점은 어디로든이동가능



법vec $\left(\frac{1}{a}, -\frac{1}{b}, \frac{1}{c}\right)$ $\left(\frac{1}{d}, \frac{1}{e}, \frac{1}{f}\right)$

④ 팔면체, 정사면체 등에서도 사용가능

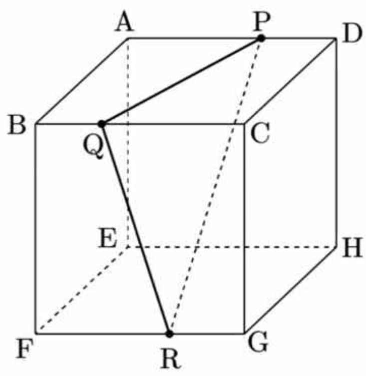
ex)



단점 없음, 단, 이 방법으로될 문제는 삼수선으로도 풀수있음.
잘안풀리면 넘어가기.

관련기출 ①

그림과 같이 한 모서리의 길이가 3인 정육면체 $\mathrm{ABCD-EFGH}$의 세 모서리 AD, BC, FG위에 $\overline{\mathrm{DP}} = \overline{\mathrm{BQ}} = \overline{\mathrm{GR}} = 1$인 세 점 P, Q, R가 있다. 평면 PQR와 평면 CGHD가 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



① $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{\sqrt{11}}{11}$

④ $\frac{2\sqrt{11}}{11}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{11}}{11}$

②

좌표공간에서 평면 $\sqrt{3}y - z = 0$ 위에 있는 사각형 ABCD의 xy평면으로의 정사영은 사각형 $\mathrm{A'B'C'D'}$이다.

$$\mathrm{A'}\left(\frac{1}{2}, 0, 0\right), \mathrm{B'}\left(-\frac{1}{2}, 0, 0\right), \mathrm{C'}\left(-\frac{1}{2}, 1, 0\right), \mathrm{D'}\left(\frac{1}{2}, 1, 0\right)$$

일 때, 사각형 ABCD의 둘레의 길이는 ?

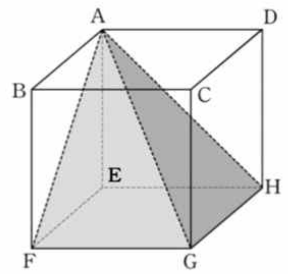
① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}+2$ ③ $4\sqrt{3}$

④ 6 ⑤ 8

정답 정답은 **4번** 입니다

③

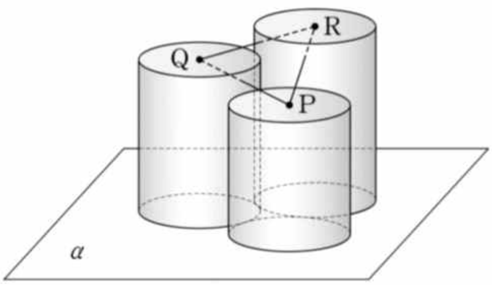
정육면체 $\mathrm{ABCD-EFGH}$ 에서 평면 AFG 와 평면 AGH 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos^2\theta$ 의 값은?



① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

④

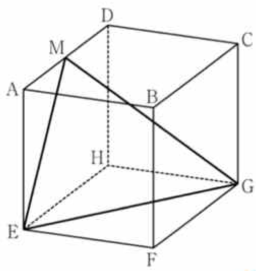
그림과 같이 반지름의 길이가 모두 $\sqrt{3}$ 이고 높이가 서로 다른 세 원기둥이 서로 외접하며 한 평면 α 위에 놓여 있다. 평면 α 와 만나지 않는 세 원기둥의 밑면의 중심을 각각 P, Q, R 라 할 때, 삼각형 QPR 는 이등변삼각형이고, 평면 QPR 와 평면 α 가 이루는 각의 크기는 60° 이다. 세 원기둥의 높이를 각각 8, a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $8 < a < b$)



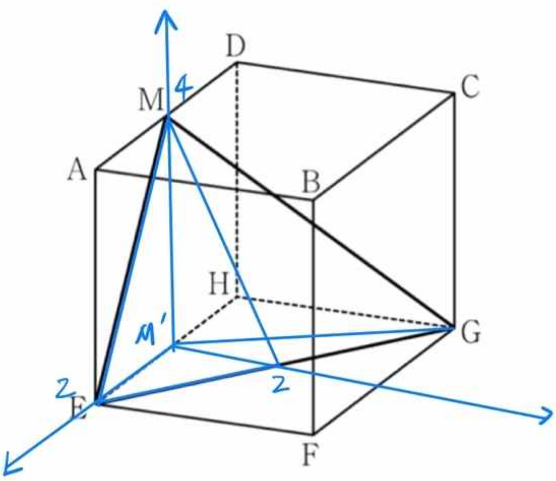
정답 | 정답은 **25** 입니다

작년 수능 27번 (이건 삼수선이 더 쉽긴하다. 그냥 가능하다는 것만 보자)

27. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정육면체 ABCD - EFGH 가 있다. 선분 AD의 중점을 M이라 할 때, 삼각형 MEG의 넓이는? [3점]



① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$



이면각 θ,

$\cos\theta = \frac{1}{3}$

$\triangle M'EG$ 넓이 $=4$,

$\frac{\triangle M'EG}{\triangle MEG} = \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

$\triangle MEG$ 법vec $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow (2,2,1)$

밑면 법vec $(0.0.1)$

기하 29,30번은 주제가 공간도형이라면 정사영과 삼수선, 법선이 번갈아 가면서 나옵니다.

올해 수능 30번은 좌표공간에서 구의 단면화 문제가 나왔죠.그 문제는2) **정사영**으로 풀면 쉽습니다

이 다음으로 쓰게 될 칼럼인1) **어둠의 삼수선정의 2) 빛의 정사**

영까지 읽고 연습하시면 기하 맨 뒷장에 대해서
4점은 먹고 가게 될겁니다. 반응 안좋더라도 계속 할겁니다. (개강하기 전까지는 그래도 한가한 편입니다.)
기하가 물2꼴 나는건 정말 보기 싫습니다.. 재밌는 과목이고 100점 맞기도 불가능한 과목이 아닌데 이대로 놓아버리기엔 아쉽거든요.
시간 날때마다 수1 수2도 올리겠습니다.