



**방정식**  $x+y+z=17$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $x, y, z$ 에 대하여 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수를 구하시오. [3점]

답은 쉽죠?

${}_3H_{17}$ . 답이 왜 이걸지는 굳이 설명 안할게요. 교과서 펴보시면 됩니다.

제가 말하고자 하는건, 수업 때도 재차 강조의 강조 했지만,

**어느 교과서에나 있는, 바로 저 예제 문제로 대부분의 조합문제를 해결한다는 것입니다.**

????? 어떻게요 ????

잘 들어보세요.

조합 문제의 모든 풀이는, 딱 두가지 틀로 나뉘는데,

그 중 한가지 틀이 바로 저 " $x + y + z = n$ " 형태입니다.

이 " $x + y + z = n$ " 이라는 것이, 또한 이 문제의 풀이가

어떻게 등장했는지를 이해하는 것이 정말 중요합니다.

음, 설명하기에 앞서, 여타 칼럼들처럼, 문제 먼저 풀어보고 가실게요.

다음 문제들 풀어볼게요.

참 쉬운 기본 예제 문제입니다.

세 명의 후보가 출마한 선거에서 6명의 유권자가 무기명으로 3명의 후보에게 투표할 때, 투표결과와 경우의 수를 구하시오. (단, 무효표나 기권은 없다.)

같은 모양의 노트 12권을 3명에게 나누어 줄 때, 3명 모두에게 적어도 1권 이상씩 나누어 주는 경우의 수를 구하시오.

13만원을 3회에 걸쳐 만 원 단위로 갚는 방법의 수는? (단, 매회 적어도 1만 원 이상은 갚기로 한다.)

같은 모양의 공 15개를 3개의 바구니 A, B, C에 넣으려고 한다. 각 바구니에 적어도 2개의 공이 들어가도록 할 때, 공을 바구니에 넣는 방법의 수는?

간단하죠? 모두 교과서 예제 수준의 문제입니다.

자, 근데. 여러분이 푸신 풀이는, 사실은 모두 동일한 틀안에서 존재하는

풀이입니다. 바로,

$$"x + y + z = n"$$

도입부분에서 본 예제 문제였죠?

이 식이 의미하는 바를 다시 한번 조명해봅시다.

자, 이 문제를 풀 때 흔한 교과서의 접근방법은,

"x, y, z 세 개에서, 중복을 허락해서 n 개를 뽑는 것으로 접근할 수 있다."

라고 합니다.

중복허락해서 뽑아 놓은 x,y,z 의 개수를 순서쌍으로 정의하는 거죠.

그런데, 그 풀이를 다시 서술하면,

"뽑은 x, y, z 의 총합이 n이다."

이거 이해가시나요?

$$"x + y + z = n"$$

이 식을,

"뽑은 x, y, z 의 총합이 n이다."

이렇게 서술할 수 있다는 겁니다.

저 "총 합" 이 정말 중요합니다.

대부분 학생들이 조합문제를 틀러대는 이유는,

1. 기호 H 전후에 쓸 것을 반대로 쓴다.
2. 문제자체가 무얼 의도하는지 모른다.

인데, 그 중 1번을 아주 제대로, 정확하게 해결할 수 있는 방법이

바로 저런 관점입니다.

방금 제가 보여드렸던 예시 다시 확인해 볼게요.

세 명의 후보가 출마한 선거에서 6명의 유권자가 무기명으로 3명의 후보에게 투표할 때, 투표결과와 경우의 수를 구하시오.(단, 무효표나 기권은 없다.)

자, 어떻게 해석할까요 이걸?

3명의 후보가 받은, "총 표의 합" 이 6개이다.

답은  ${}_3H_6$ .

같은 모양의 노트 12권을 3명에게 나누어 줄 때, 3명 모두에게 적어도 1권 이상씩 나누어 주는 경우의 수를 구하시오.

3명이 받은 총 노트의 합이 12 이다. 그런데 "적어도" 란 표현이 있으니,

미리 하나씩 주고 시작.

즉, 3명에게 9개를 다시 주면 되니, 3명이 받을

"총 노트의 합" 이 9개.

답은  ${}_3H_9$ .

13만원을 3회에 걸쳐 만 원 단위로 갚는 방법의 수는?  
(단, 매회 적어도 1만 원 이상은 갚기로 한다.)

적어도.. 가 있으니 매회 1만원씩 미리 갖고, 10만원만 더 갚으면 된다.

3회에 걸쳐 갚을 "총 돈의 합"은 10만원.

즉,  ${}_3H_{10}$ .

다음문제는 다음장에!

같은 모양의 공 15개를 3개의 바구니 A, B, C 에  
넣으려고 한다. 각 바구니에 적어도 2개의 공이  
들어가도록 할 때, 공을 바구니에 넣는  
방법의 수는?

적어도 2개.. 이니 A, B, C 에 2개씩 미리 넣어두고,

바구니 A, B, C 에 넣은 "총 공의 합" 이 9개.

즉,  ${}_3H_9$

음, 꼭 이렇게 관점을 바꾸지 않아도, 다 풀 수 있는 문제들이긴 합니다.

그런데도 관점을 바꾸라. 하는 이유는 결국 4점 짜리를 풀기 위함이겠죠.

수학영역에서의 큰 점수상승을 가져올 수 있는 깨달음은 결국,

"쉬운 3점 짜리나 어려운 4점짜리나 똑같다" 라는 인식입니다.

그걸 정말, 몸소 깨닫는 순간, 4점 짜리만 보면 겁에 질렸던 모습은

온데간데 없고, 이젠 어떤 3점짜리일까 하고 킬러문제들을 뚫어저라 쳐다보고

있는 본인을 발견할 수 있을 겁니다.

대부분 수험생들은,

이미 배울 개념 다 배워놓고,

"내가 무언가 모르는 개념이 있어서 자꾸 틀려대는 것일거야"

하고 자꾸 무얼 배우려 들거든요.

시기상 7월이면 문제풀이를 통한 경험을 쌓아가야할 시기인데,

자꾸 개념인강을 결제하고 있으면 안된다 이말입니다.

문제풀이 인강이면 상관은 없다만,

자 암튼.. 4점 짜리 문제 풀어보면서, 정말 제 말이 맞는지,

정말 그러한지 확인해 봅시다.

문제풀고, 다음 페이지에서 해설 봐봅시다.

... 근데 어려운 문제가 없군요. 사실 조합파트 보다는 확률에서 잔뜩..나오죠.

흰색 탁구공 8개와 주황색 탁구공 7개를 3명의 학생에게  
남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 흰색 탁구공과 주황색  
탁구공을 각각 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수는?

[4점]

- ① 295    ② 300    ③ 305    ④ 310    ⑤ 315

흰색 탁구공 8개와 주황색 탁구공 7개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 흰색 탁구공과 주황색 탁구공을 각각 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수는?  
[4점]

- ① 295    ② 300    ③ 305    ④ 310    ⑤ 315

음. 답이  ${}_3H_{15}$  일까요?

3명이 받는 총 탁구공의 합이 15. 로 하면 안됩니다.

적어도 란 표현이 없다 가정할때요.

왜 안되냐면,

만약 7, 8개로 나눠서 두 학생한테 줬다 쳤을 때,

7개 받는 학생이 주황색 4개, 흰색 3개를 받을 수도 있고,

아니면 주황색만 7개 받을 수도 있습니다.

둘은 엄연히 다른 경우죠??

그래서 저런 풀이를 하면 절대 안되는 겁니다.

저런 풀이가 나오는건, 고 1 때 학습이 제대로 안된경우인데요.

고1 때 배웠던 개념, 다시 한번만 학습하고 가겠습니다.

## “합의 법칙, 곱의 법칙”

### \* 합의 법칙

두 사건 A, B가 일어나는 경우의 수가 각각  $m, n$  일 때, A와 B가

동시에 일어나지 않으면, A 또는 B가 일어나는 경우의 수는  $m+n$

### \* 곱의 법칙

두 사건 A, B가 일어나는 경우의 수가 각각  $m, n$  일 때, A와 B가

동시에 일어나면, A와 B가 일어나는 경우의 수는  $m \times n$  이다.

즉, 우리는, “두사건”이 보이면, 바로 저 둘 중 하나를 써야합니다.

이게 정말 중요해요.

다시 강조하면,

출제자가 “합의 법칙, 곱의 법칙”을 출제하기 위해선,

무조건,

무조건 “두사건”을 등장시켜야만 합니다.

문제를 푸는 수험생 입장에선, 반대로만 생각하면 됩니다.

“두사건”이 보이면,

아, 출제자가 합의 법칙이나 곱의 법칙 둘 중 하나 내겠구나. 해야 합니다.

## “두사건” → “합의 법칙, 곱의 법칙”

자, 문제를 다시보면, 두사건이 보입니다.

“흰색” 탁구공을 나눠주는 사건과, “주황색” 탁구공을 나눠주는 사건이요.

그러면, 우리는 무조건 합의 법칙이나 곱의 법칙을 떠올려야 하고,

그 후 어떤 법칙을 써야 하는지 사건을 분석해야 하죠.

보면, 흰색 탁구공과 주황색 탁구공을 “동시에, 연이어” 나눠주므로,

곱의 법칙을 써야함을 알 수 있습니다.

즉, 각각의 사건의 경우의 수를 먼저 구한뒤에, 그 둘을 곱해주면 됩니다.

그래서 답은,  ${}_3H_5 \times {}_3H_4$ .

이해 하셨죠? 다음 part 에선 확률을 아예 통째로 뜯어봅시다. 열공하세요.

질문은 블로그로 오셔서 질문게시판에 주세요.

그 과정. 그 힘든 체화의 과정은 여러분에게 달려 있습니다.

제가 할 수 있는 일은 방향을 가르쳐주는 일 뿐이군요.

방향은 믿고 따라오세요. 달려와주시기만 한다면 정말 열심히 제가 가르쳐온

모든걸 공유하면서 까지도 여러분을 안내하겠습니다.

-멘토 Bin