

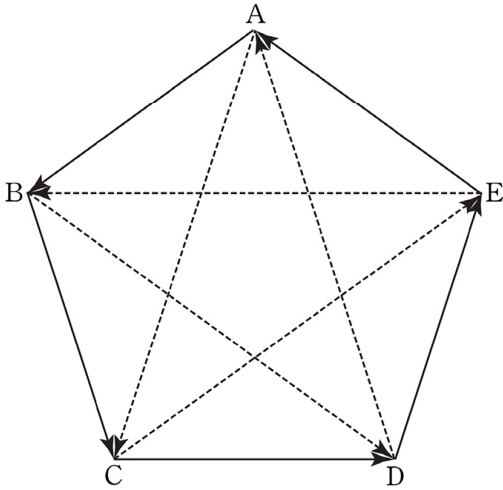
01. 자연수  $n$ 에 대하여  $\log n$ 의 지표를  $m$ , 가수를  $a$ 라 할 때,  
좌표평면에서 점  $P_n$ 을  $P_n(m, 10^a)$ 이라 하자.  
점  $P_n$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 위의 점  
중에서 점  $A(0, 1)$ 과의 거리가 최소인 점을  $Q_n$ 이라 하자.  
 $\overline{AQ_n} \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수  $n$ 의 개수를 구하시오.  
(단,  $1.41 < \sqrt{2} < 1.42$ ,  $2.23 < \sqrt{5} < 2.24$ 이다.) [4점] [by 포카칩]

02.

$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x^2 - a & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$  에 대하여  $(f \circ f)(x)$ 가  $x = 2$ 에서 연속이기 위한

실수  $b$ 의 값이 2개 이상 존재할 때, 이를 만족시키는 모든 자연수  $a$ 의 값의 합을 구하시오. [4점] [by 포카칩]

03. 그림과 같이 A, B, C, D, E가 정오각형 모양으로 둘러서서 공놀이를 하고 있다. 공을 잡은 사람이 다른 사람에게 공을 돌릴 때 실선 화살표 방향으로 건네줄 확률이  $\frac{2}{3}$ 이고, 점선 화살표 방향으로 건네줄 확률이  $\frac{1}{3}$ 이다. A가 처음에 공을 잡고 있고, A에게 공이 되돌아오면 게임이 끝난다고 할 때, 6번 공이 돈 직후에 게임이 끝날 확률은? [4점] [by Romanum]



- ①  $\frac{8}{243}$     ②  $\frac{4}{81}$     ③  $\frac{16}{243}$     ④  $\frac{5}{81}$     ⑤  $\frac{20}{243}$

## 04. 수열 $\{a_n\}$ 이

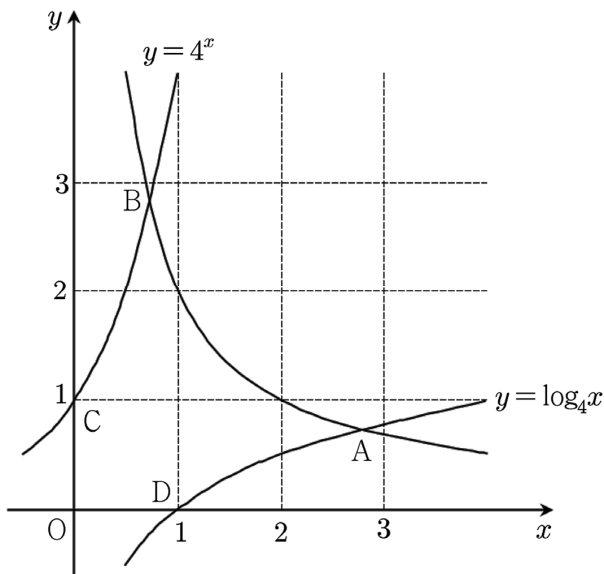
$$a_1 = 16, a_{n+1} = \sqrt{a_n}$$

을 만족시킬 때, 좌표평면에서 곡선  $y = \log_{a_n} x$ 와  $y = \frac{2}{x}$ 가

만나는 점을 A라 하고, 곡선  $y = (a_n)^x$ 와  $y = \frac{2}{x}$ 가 만나는 점을

B라 하자. 두 점  $C(0, 1)$ ,  $D(1, 0)$ 에 대하여 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형의 내부 및 둘레에 있는 점 중에서  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수를  $f(n)$ 이라 하자.

예를 들어, 그림과 같이  $f(2) = 5$ 이다.  $\sum_{n=1}^{30} f(n)$ 의 값을 구하시오 [by 이해원]



05. 모든 항이 정수이고 공차가 1인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{b_n\}$ 을  $b_n = a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_n$ 이라 하자.

$$|b_{k+2} + b_{k+1}| > |b_{k+1} + b_k|$$

를 만족시키는 자연수  $k$ 의 개수가 10일 때,  $\sum_{n=1}^{40} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점] [by 포카칩]

06.

사차함수  $f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{4n} \left| f\left(\frac{k}{n}\right) - f\left(\frac{k-1}{n}\right) \right| \frac{1}{n} < 3$$

을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값은? [4점] [by 포카칩]

- ① 3      ② 5      ③ 7      ④ 9      ⑤ 11

07.

양의 실수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표와 가수를 각각  $f(x)$ ,  $g(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수  $a, b$  ( $a < b$ )에 대하여 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를 구하시오. [4점] [by 포카칩]

$$(가) f(a) \leq 1, f(b) \leq 1$$

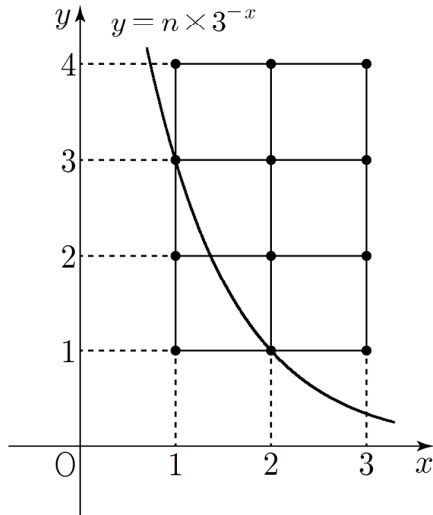
$$(나) |g(a) - g(2)| = |g(b) - g(2)|$$

08. 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y = n \times 3^{-x}$ 과 다음 조건을 만족시키는 도형이 만나서 생기는 교점의 개수가 4가 되도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점] [by 포카칩]

좌표평면 위에 12개의 점

$$(i, j) \quad (i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3, 4)$$

중 이웃한 두 점을 이은 선분 중에서  $x$ 축 또는  $y$ 축과 평행한 선분을 그린다.





## 09.

최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$f(2-x) = f(2+x)$ 를 만족한다. 구간  $[t-1, t]$ 에서  $f(x)$ 의 최솟값을  $g(t)$ 라고

할 때,  $-1 \leq t \leq 0$ 에서  $g'(t) = 0$ 이다. 이때,  $g'(7)$ 의 값은? [by 박주혁]

- ① 48                      ② 78                      ③ 108  
④ 112                      ⑤ 320

10. 양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표와 가수를 각각  $f(x)$ ,  $g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 자연수  $a$ ,  $b$ 의 모든 순서쌍의 개수를  $p(n)$ 이라 하자.

(가)  $0 \leq f(a) < f(b) \leq n$

(나)  $g(a) = g(b)$

예를 들어,  $p(2) = 108$ 이다.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p(n+2) - p(n)}{10^n}$ 의 값을 구하시오. [by 이태원]

(단,  $n$ 은 자연수이다.) [4점]

11.

곡선  $y=f(x)$ 의 그래프는  $x=1$ 에 대하여 대칭이고,

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(h)-f(2)}{h} = 3, \quad \lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(2+h)-f(0)}{h} = 5$$

를 만족시킬 때,  $\lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(2+h)-f(2h)}{h}$ 의 값은? [4점] [by 포카칩]

- ① -7      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤ 7

12. 1보다 큰 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $f(x)=x^n$ 이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수  $a$ 를  $p(n)$ 이라 하자.

(가)  $a \geq 4$

(나) 점  $A\left(\frac{3}{a}, f\left(\frac{3}{a}\right)\right)$ 이라 할 때,  $x$ 축,  $x=1$ , 직선  $OA$ 로

둘러싸인 삼각형의 넓이가  $\frac{1}{4}$ 보다 작거나 같다.

예를 들어  $p(3)=5$ 이다.  $\sum_{n=2}^{40} p(n)$ 을 구하시오. (단, 점  $O$ 는

원점이다.) [by 이해원]

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여

$$\left| \frac{f'(0)}{f'(2)} \right| + \left| \frac{f(2)}{f(0)} \right| = 0$$

을 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [by 포카칩]

<보 기>

- ㄱ.  $f(0) < 0$ 이면  $f'(2) > 0$ 이다.
- ㄴ.  $f(0) > 0$ 이면  $f(x)$ 는  $x=0$ 에서 극댓값을 갖는다.
- ㄷ.  $f(-1)=0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가 존재한다.

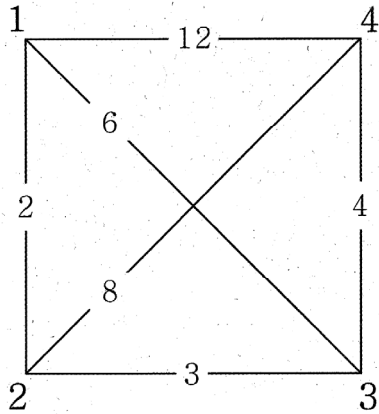
- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 정  $n$ 각형의 꼭짓점, 변, 대각선에 다음 시행을 한다.

- (가) 각 꼭짓점에 1부터  $n$ 까지의 자연수를 써 넣는다.  
 (나) 모든 변과 대각선 위에 '각 선분의 양 끝에 놓인 수 중 큰 수'와 '각 선분의 양 끝에 놓인 수의 차'를 곱한 값을 써 넣는다.

정  $n$ 각형의 꼭짓점, 변, 대각선에 쓰인 수의 합을  $a_n$ 이라 하자.

예를 들어,  $a_4 = 45$ 이다.  $a_{12} - a_{11}$ 의 값을 구하시오. [by Romanum]



15.

최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(0) = 1, f(1) = 0$$

$$(나) \int_0^1 |f'(x)| dx = \left| \int_0^1 f'(x) dx \right|$$

$\int_0^1 f(x) dx$ 의 최솟값을  $k$ 라 할 때,  $36k$ 의 값을 구하시오. [4점]

# A형 REAL KILLER MASTER

수학영역 만점으로의 길!

## RKM : A형 정답표

01.	257	02.	105	03.	①	04.	99	05.	300	06.	③	07.	14	08.	846
09.	④	10.	110	11.	⑤	12.	159	13.	④	14.	804	15.	15		