

이차곡선

1.	예비	29
2.	6평	29
3.	7월	28
4.	6평	28
5.	9평	28
6.	예비	27
7.	6평	27
8.	10월	29
9.	4월	28
10.	3월	29
11.	3월	30
12.	서관	29

평면배터

13.	예비	28
14.	7월	30
15.	10월	28
16.	서관	27
17.	6평	30
18.	9평	30
19.	4월	29
20.	서관	30

공간도형

21.	9평	27
22.	7월	29
23.	10월	30
24.	서관	28
25.	9평	29
26.	예비	30

29. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이

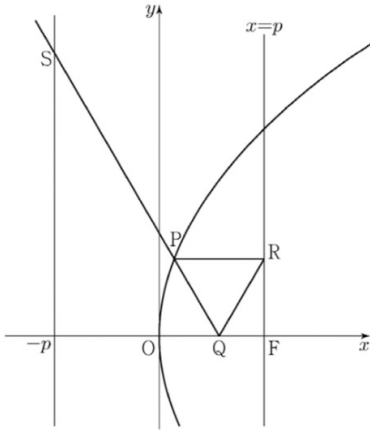
$F(p, 0)$ ($p > 0$)인 포물선이 있다. 포물선 위의 점 P , x 축 위의 점 Q , 직선 $x=p$ 위의 점 R 에 대하여 삼각형 PQR 는 정삼각형이고 직선 PR 는 x 축과 평행하다. 직선 PQ 가 점

$S(-p, \sqrt{21})$ 을 지날 때, $\overline{QF} = \frac{a+b\sqrt{7}}{6}$ 이다. $a+b$ 의 값을

구하시오.

(단, a 와 b 는 정수이고, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)

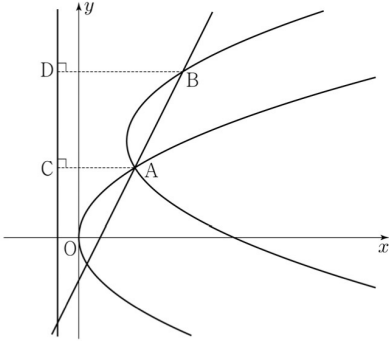
[4점]



(예비평가) /

29. 포물선 $y^2=8x$ 와 직선 $y=2x-4$ 가 만나는 점 중 제1사분면 위에 있는 점을 A라 하자. 양수 a 에 대하여 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$ 가 점 A를 지날 때, 직선 $y=2x-4$ 와 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$ 가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하자. 두 점 A, B에서 직선 $x=-2$ 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, $\overline{AC} + \overline{BD} - \overline{AB} = k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오.

[4점]



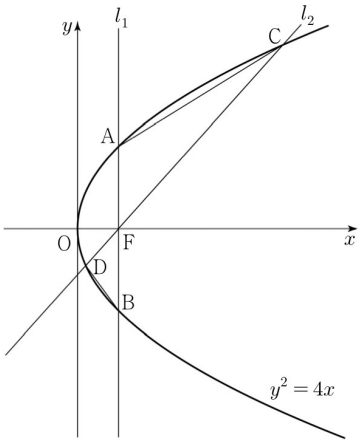
(6평)

2

(7월)

3

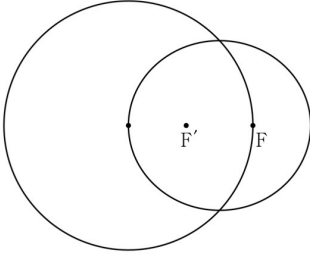
28. 그림과 같이 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 4x$ 의 초점 F를 지나고 x 축과 수직인 직선 l_1 이 이 포물선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하고, 점 F를 지나고 기울기가 m ($m > 0$)인 직선 l_2 가 이 포물선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 C, D라 하자. 삼각형 FCA의 넓이가 삼각형 FDB의 넓이의 5배일 때, m 의 값은? (단, 두 점 A, C는 제1사분면 위의 점이고, 두 점 B, D는 제4사분면 위의 점이다.) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

28. 두 초점이 F, F' 이고 장축의 길이가 $2a$ 인 타원이 있다.
 이 타원의 한 꼭짓점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인
 원이 이 타원의 서로 다른 두 꼭짓점과 한 초점을 지날 때,
 상수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$ ③ $\sqrt{3}-1$
 ④ $2\sqrt{2}-2$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$



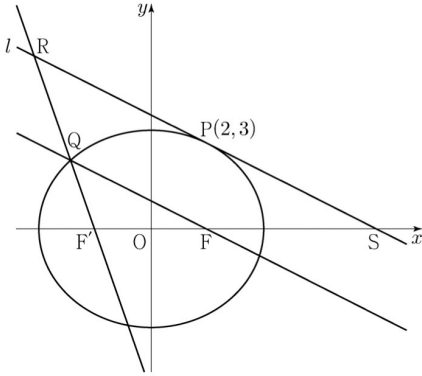
(6평) 4

28. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로

하는 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 위의 점 $P(2, 3)$ 에서 타원에 접하는

직선을 l 이라 하자. 점 F 를 지나고 l 과 평행한 직선이 타원과 만나는 점 중 제2사분면 위에 있는 점을 Q 라 하자.

두 직선 $F'Q$ 와 l 이 만나는 점을 R , l 과 x 축이 만나는 점을 S 라 할 때, 삼각형 SRF' 의 둘레의 길이는? [4점]



- ① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

(9평) 5

27. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로

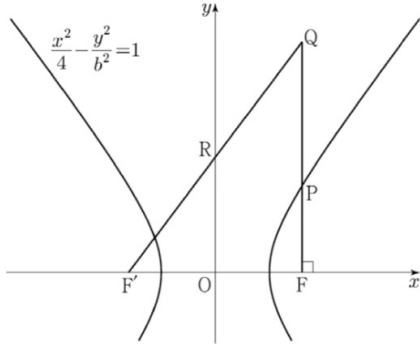
하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 점 F 를 지나고 x 축에

수직인 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하고,

직선 PF 위에 $\overline{QP} : \overline{PF} = 5:3$ 이 되도록 점 Q 를 잡는다.

직선 $F'Q$ 가 y 축과 만나는 점을 R 라 할 때, $\overline{QP} = \overline{QR}$ 이다.

b^2 의 값은? (단, b 는 상수이고, 점 Q 는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



① $\frac{1}{2} + 2\sqrt{5}$

② $1 + 2\sqrt{5}$

③ $\frac{3}{2} + 2\sqrt{5}$

④ $2 + 2\sqrt{5}$

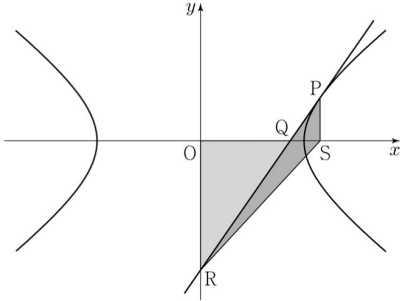
⑤ $\frac{5}{2} + 2\sqrt{5}$

(예비평가)

6

27. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 $P(4, k) (k > 0)$

에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q , y 축과 만나는 점을 R 라 하자. 점 $S(4, 0)$ 에 대하여 삼각형 QOR 의 넓이를 A_1 , 삼각형 PRS 의 넓이를 A_2 라 하자. $A_1 : A_2 = 9 : 4$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, O 는 원점이고, a 와 b 는 상수이다.) [3점]



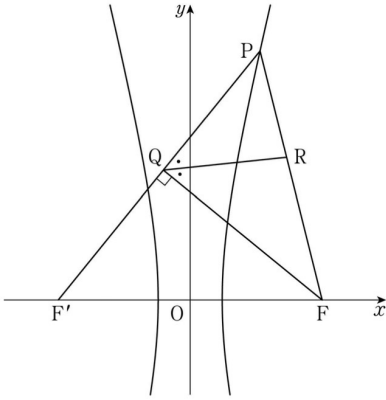
- ① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{14}$

(6평) 7

(10월) 8

29. 그림과 같이 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{16} = 1$ 이 있다.

쌍곡선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 점 F에서 선분 PF'에 내린 수선의 발을 Q라 하고, $\angle FQP$ 의 이등분선이 선분 PF와 만나는 점을 R라 하자. $4\overline{PR} = 3\overline{RF}$ 일 때, 삼각형 PF'F의 넓이를 구하시오. (단, 점 F의 x좌표는 양수이고, $\angle F'PF < 90^\circ$ 이다.) [4점]



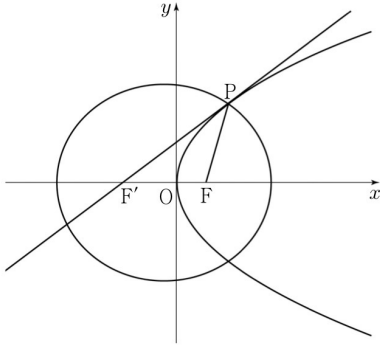
28. 좌표평면에서 두 점 $F\left(\frac{9}{4}, 0\right)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로

하는 타원과 포물선 $y^2 = 9x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 P라

하자. $\overline{PF} = \frac{25}{4}$ 이고 포물선 $y^2 = 9x$ 위의 점 P에서의 접선이

점 F' 을 지날 때, 타원의 단축의 길이는? [4점]

- ① 13 ② $\frac{27}{2}$ ③ 14 ④ $\frac{29}{2}$ ⑤ 15

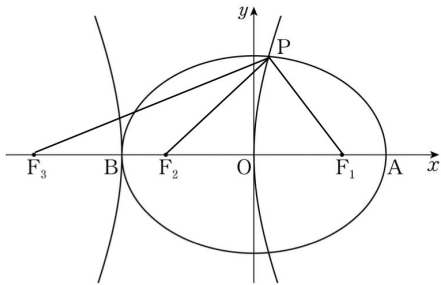


(4월)

9

29. 두 초점이 $F_1(c, 0)$, $F_2(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원이 x 축과 두 점 $A(3, 0)$, $B(-3, 0)$ 에서 만난다. 선분 BO 가 주축이고 점 F_1 이 한 초점인 쌍곡선의 초점 중 F_1 이 아닌 점을 F_3 이라 하자. 쌍곡선이 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 할 때, 삼각형 PF_3F_2 의 둘레의 길이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

[4점]



(3월)

10

(3월)

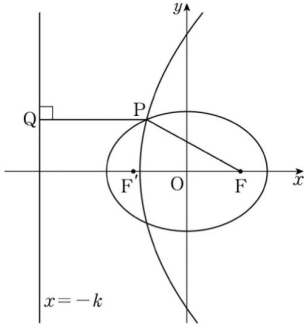
//

30. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 이고 장축의 길이가 12인 타원이 있다. 점 F 가 초점이고 직선 $x = -k$ ($k > 0$) 이 준선인 포물선이 타원과 제2사분면의 점 P 에서 만난다. 점 P 에서 직선 $x = -k$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, 두 점 P , Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \cos(\angle F'FP) = \frac{7}{8}$$

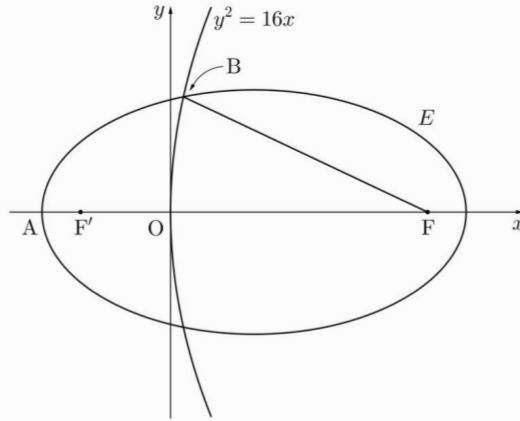
$$(나) \overline{FP} - \overline{F'Q} = \overline{PQ} - \overline{FF'}$$

$c+k$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 그림과 같이 포물선 $y^2 = 16x$ 의 초점을 F라 하자. 점 F를 한 초점으로 하고 점 $A(-2, 0)$ 을 지나며 다른 초점 F' 이 선분 AF 위에 있는 타원 E가 있다. 포물선 $y^2 = 16x$ 가 타원 E와 제1사분면에서 만나는 점을 B라 하자. $\overline{BF} = \frac{21}{5}$ 일 때, 타원 E의 장축의 길이는 k 이다. $10k$ 의 값을 구하시오. [4점]

사과
12



28. 좌표평면에서 반원의 호 $x^2 + y^2 = 4$ ($x \geq 0$) 위의

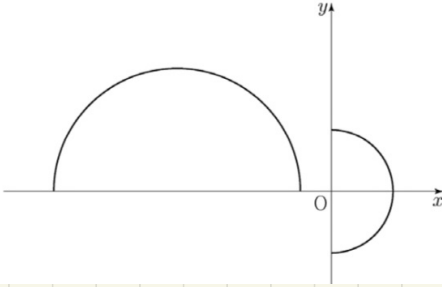
한 점 $P(a, b)$ 에 대하여

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 2$$

를 만족시키는 반원의 호 $(x+5)^2 + y^2 = 16$ ($y \geq 0$) 위의

점 Q 가 하나뿐일 때, $a+b$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{14}{5}$



(예비평가)

13

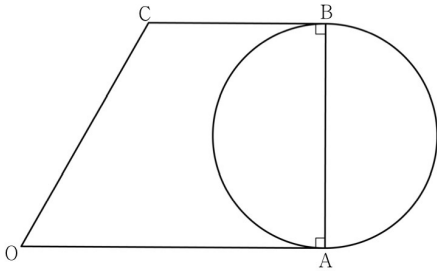
30. 평면 위에

(7월) 14

$$\overline{OA} = 2 + 2\sqrt{3}, \overline{AB} = 4, \angle COA = \frac{\pi}{3}, \angle A = \angle B = \frac{\pi}{2}$$

를 만족시키는 사다리꼴 $OABC$ 가 있다. 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위의 점 P 에 대하여 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P 를 Q 라 할 때, 직선 OQ 가 원과 만나는 점 중 Q 가 아닌 점을 D 라 하자. 원 위의 점 R 에 대하여 $\overrightarrow{DQ} \cdot \overrightarrow{AR}$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오.

[4점]



28. 삼각형 ABC와 삼각형 ABC의 내부의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(10월)

15

$$(가) \vec{PA} \cdot \vec{PC} = 0, \frac{|\vec{PA}|}{|\vec{PC}|} = 3$$

$$(나) \vec{PB} \cdot \vec{PC} = -\frac{\sqrt{2}}{2} |\vec{PB}| |\vec{PC}| = -2 |\vec{PC}|^2$$

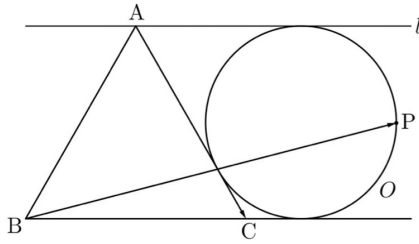
직선 AP와 선분 BC의 교점을 D라 할 때, $\vec{AD} = k\vec{PD}$ 이다.
실수 k의 값은? [4점]

- ① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

27. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC에 대하여 점 A를 지나고 직선 BC에 평행한 직선을 l 이라 할 때, 세 직선 AC, BC, l 에 모두 접하는 원을 O 라 하자. 원 O 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BP}|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은? (단, 원 O 의 중심은 삼각형 ABC의 외부에 있다.) [3점]

(사관)

16



① 46

② 47

③ 48

④ 49

⑤ 50

(6평) 17

30. 좌표평면 위의 네 점 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$, $C(-2, 0)$, $D(0, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $ABCD$ 의 네 변 위의 두 점 P , Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) (\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AB})(\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AD}) = 0$$

$$(나) \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} \geq -2 \text{이고 } \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} \geq 0 \text{이다.}$$

$$(다) \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OQ} \geq -2 \text{이고 } \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OQ} \leq 0 \text{이다.}$$

점 $R(4, 4)$ 에 대하여 $\overrightarrow{RP} \cdot \overrightarrow{RQ}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

30. 좌표평면에서 세 점 $A(-3, 1)$, $B(0, 2)$, $C(1, 0)$ 에 대하여
두 점 P, Q 가

$$|\overrightarrow{AP}|=1, \quad |\overrightarrow{BQ}|=2, \quad \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{OC} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

를 만족시킬 때, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 값이 최소가 되도록 하는
두 점 P, Q 를 각각 P_0, Q_0 이라 하자.

선분 AP_0 위의 점 X 에 대하여 $\overrightarrow{BX} \cdot \overrightarrow{BQ_0} \geq 1$ 일 때,

$|\overrightarrow{Q_0X}|^2$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

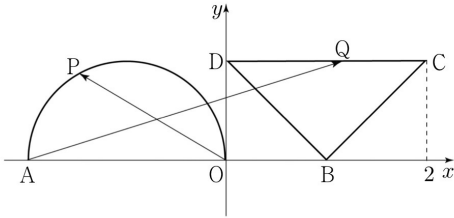
(9평)

18

(4월)

19

29. 좌표평면 위에 네 점 $A(-2, 0)$, $B(1, 0)$, $C(2, 1)$, $D(0, 1)$ 이 있다. 반원의 호 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ ($0 \leq y \leq 1$) 위를 움직이는 점 P 와 삼각형 BCD 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M^2 + m^2 = p + 2\sqrt{q}$ 일 때, $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



30. 좌표평면 위의 두 점 $A(6, 0)$, $B(6, 5)$ 와 음이 아닌 실수 k 에 대하여 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(사관) 20

(가) $\overrightarrow{OP} = k(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ 이고 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} \leq 21$ 이다.

(나) $|\overrightarrow{AQ}| = |\overrightarrow{AB}|$ 이고 $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OA} \leq 21$ 이다.

$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$ 를 만족시키는 점 X 가 나타내는 도형의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

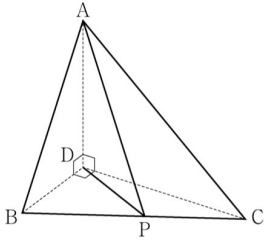
(단, 0는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 그림과 같이 $\overline{AD} = 3$, $\overline{DB} = 2$, $\overline{DC} = 2\sqrt{3}$ 이고

$\angle ADB = \angle ADC = \angle BDC = \frac{\pi}{2}$ 인 사면체 ABCD가 있다.

선분 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{AP} + \overline{DP}$ 의 최솟값은?

[3점]



① $3\sqrt{3}$

② $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{11\sqrt{3}}{3}$

④ $4\sqrt{3}$

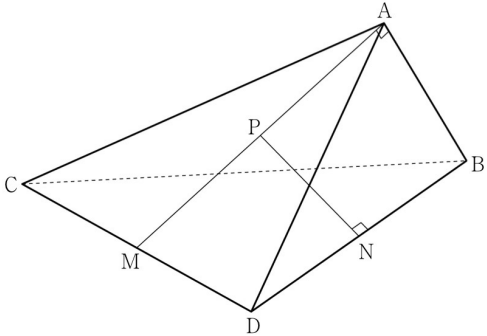
⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{3}$

(9평) 2/

29. 그림과 같이

$$\overline{AB}=4, \overline{CD}=8, \overline{BC}=\overline{BD}=4\sqrt{5}$$

인 사면체 ABCD 에 대하여 직선 AB 와 평면 ACD 는 서로 수직이다. 두 선분 CD, DB 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, 선분 AM 위의 점 P 에 대하여 선분 DB 와 선분 PN 은 서로 수직이다. 두 평면 PDB 와 CDB 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $40\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



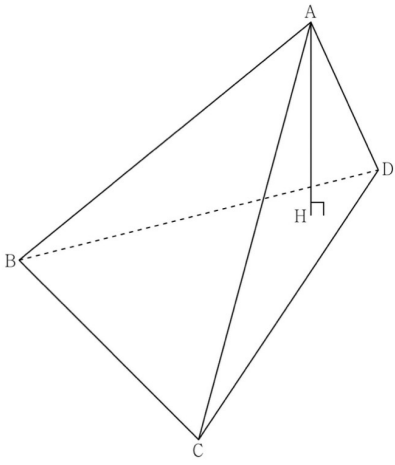
30. 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC를 한 면으로 하는 사면체 ABCD의 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 삼각형 BCD의 내부에 놓여 있다. 직선 DH가 선분 BC와 만나는 점을 E라 할 때, 점 E가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\angle AEH = \angle DAH$
- (나) 점 E는 선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점이고 $\overline{DE} = 4$ 이다.

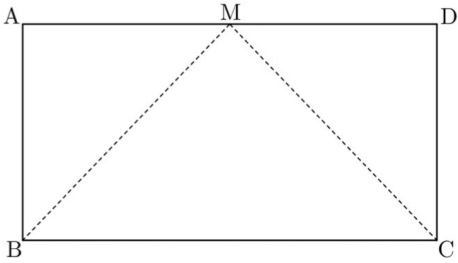
삼각형 AHD의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

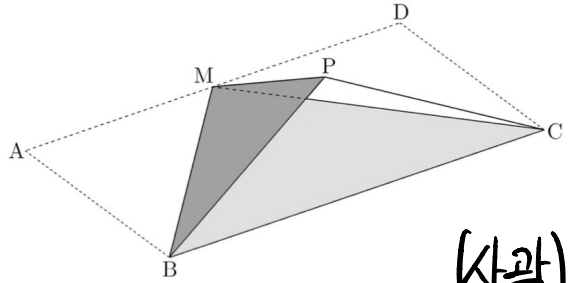
[4점]



28. [그림 1]과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{AD}=2\sqrt{7}$ 인 직사각형 ABCD 모양의 종이가 있다. 선분 AD의 중점을 M이라 하자. 두 선분 BM, CM을 접는 선으로 하여 [그림 2]와 같이 두 점 A, D가 한 점 P에서 만나도록 종이를 접었을 때, 평면 PBM과 평면 BCM이 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $\cos\theta$ 의 값은? (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]



[그림 1]



[그림 2]

① $\frac{17}{27}$

② $\frac{2}{3}$

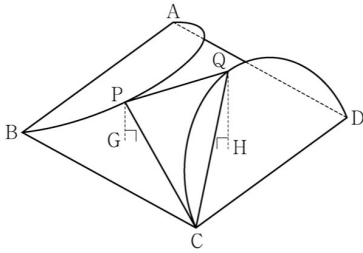
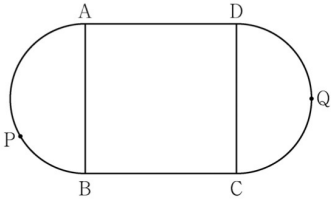
③ $\frac{19}{27}$

④ $\frac{20}{27}$

⑤ $\frac{7}{9}$

(사관)
24

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에 두 선분 AB, CD를 각각 지름으로 하는 두 반원이 붙어 있는 모양의 종이가 있다. 반원의 호 AB의 삼등분점 중 점 B에 가까운 점을 P라 하고, 반원의 호 CD를 이등분하는 점을 Q라 하자. 이 종이에서 두 선분 AB와 CD를 접는 선으로 하여 두 반원을 접어 올렸을 때 두 점 P, Q에서 평면 ABCD에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면 두 점 G, H는 정사각형 ABCD의 내부에 놓여 있고, $\overline{PG} = \sqrt{3}$, $\overline{QH} = 2\sqrt{3}$ 이다. 두 평면 PCQ와 ABCD가 이루는 각의 크기가 θ 일 때, $70 \times \cos^2 \theta$ 의 값을 구하시오. (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]



(9평) 25

30. 좌표공간에서 점 $A(0, 0, 1)$ 을 지나는 직선이 중심이 $C(3, 4, 5)$ 이고 반지름의 길이가 1인 구와 한 점 P 에서만 만난다. 세 점 A, C, P 를 지나는 원의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값은 $\frac{q}{p}\sqrt{41}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]