

2022 우리논술 Final

노비 Test



기대수학연구소
KD_MATH_LAB

Everything will be Fine in the end.

If It's not yet Fine, It is not yet the end.

* 본 강의는 수능 후 학교별 Final을 스무스하게 듣기 위해 수리논술에 꼭 필요한 주제들을 빠른 시간 내에 타이트한 정리를 하는 수업입니다.

* 만약 본인이 애매한 수리논술 실력이라고 판단될 시,
필히 Test 진행 후 성취도 75%~80%에 못미쳤다면 수강 추천합니다.

* 간단정답/오답표는 마지막 페이지에 있으니 반드시 풀어보고 나서 채점해보시기 바랍니다.

* 수강신청은 아래 주소로 진행할 수 있으며, 수능 후 언제든지 수강신청 가능합니다.

* 수강기간은 올해 마지막 수리논술 시험이 끝날 때 까지입니다.

<https://forms.gle/dzvrRJqE11vFiaok9>

예시문항 1)

3-1-b) $\cos(nx)$ 가 $\cos x$ 에 대한 다항식임을 증명하여라.

예를 들어, $\cos 2x = \cos(x+x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$ 이므로

$\cos 2x$ 는 $\cos x$ 에 대한 이차식이다.

[5점]

예시문항 2)

$\sin 1^\circ$, $\cos 1^\circ$ 중 적어도 하나는 무리수임을 보여라. [4점]

예시문항 3)

명제 “ 구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(1) = 2$ 이면 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = 2$ 인 순서쌍 (a, b) 가 적어도 하나 존재한다.”

(O, X) 를 결정하고 이를 증명하시오. [3점]

예시문항 4)

방정식 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \dots + \frac{1}{x-n} = 0$ 의 실근의 개수가 정확히 $(n-1)$ 임을 보이시오. [4점]

예시문항 5)

함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속이고 열린구간 $(0, 1)$ 에서 미분가능하다. $f(0) = 0, f(1) = 1$ 일 때, 다음 두 물음에 답하시오.

(1) 함수 $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}$ 라 할 때, 방정식 $g(x) = 0$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 가짐을 보여라.

(2) $\frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} = 2$ 를 만족시키는 서로 다른 두 점 x_1, x_2 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재함을 보여라.

예시문항 6)

직선과 $f''(x) > 0$ 인 곡선 $y = f(x)$ 사이의 교점은 많아야 2개임을 보이시오. (그래프 불가) [4점]

예시문항 7)

다음 적분값을 구하시오. [4점]

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 x - 4\cos^2 x} dx$$

예시문항 8)

$\int_{-1}^1 \frac{x^2}{1+e^x} dx$ 와 $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{\ln x}{1+x^2} dx$ 의 값을 구하시오. [각 2점]

연습문제 9)

$\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$, $\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx$ 의 값을 구하시오. [각 2점]

연습문제 10)

다음 적분을 정리하시오. [4점]

$$I(m, n) \int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nx dx$$

번호	정답/오답	배점
1	$n = k, n = k + 1$ 일 때를 가정한 후 수학적귀납법으로 $n = k + 2$ 일때를 보이면 성공	5
2	귀류법 한 후 \tan 의 합차공식 활용하여 $\tan 30^\circ$ 까지 가서 모순임을 밝혔으면 정답.	4
3	X가 정답이며 반례 잡을 수 있으면 정답. 평균값 정리 쓰면 O 아니냐고 할 수 있는데, 이 경우엔 평균값정리의 역을 쓴 셈이라 틀림.	3
4	통분하여 분자가 $n-1$ 차식이라하는 것만으로 끝나면 오답 . 이 답안의 경우 근이 $n-1$ 개 이하 라는 것을 보인 것.	4
5	$f(x_0) = \frac{1}{2}$ 인 $x = x_0$ 를 설정하여 풀었다면 정답	4
6	귀류법과 평균값의 정리 잘 썼다면 정답.	4
7	(정답 : $-\frac{1}{4}\ln 3$) 풀었다면 적분 개고수	4
8	$x = -t$ 치환적분했다면 정답	2
	$x = \frac{1}{t}$ 치환적분했다면 정답	2
9	$x = \sec \theta$ 치환적분했다면 정답 (삼각치환은 수리논술범위)	2
	$\sqrt{x+1} = t$ 치환적분했다면 정답 (치환적분 3대장은 자기자신 미분한 것이 없어도 치환적분 항상 가능)	2
10	$m = n$ 일 때와 $m \neq n$ 일 때를 구분하여 풀었다면 정답	4
총점 40점 중 32점 이상이라면? => 논술노베 스킵 후 대학별 Final 들어도 무리 없음.		40