특·기 - 수2

수능특강 7쪽 예제 2번

두 함수 $f(x), g(x)$가

$$\lim_{x\to 2}(x+2)f(x)=12,\ \lim_{x\to 2}\frac{g(x)}{f(x)}=2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to 2}\frac{\{f(x)\}^2-2f(x)}{(2x-1)g(x)}$ 의 값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

수능특강 7쪽 유제 4번

두 함수 $f(x), g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 0}\frac{2x^2+5f(x)}{x^2-3xg(x)}=1$의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^2}=8$

(나) $\lim_{x\to 0}\frac{g(x)}{x(x-2)}=1$

참고 기출 문항 - 2014학년도 6월 평가원 A형 9번

함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{x-2}=5$$

일 때, $\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{\{f(x)\}^2-9}$ 의 값은?

참고 기출 문항 - 2012년도 4월 학력평가 나형 13번

이차함수 $f(x)$와 다항함수 $g(x)$가
$\lim_{x\to\infty}\{2f(x)-3g(x)\}=2$를 만족시킬 때,
$\lim_{x\to\infty}\frac{\{8f(x)-3g(x)\}}{3g(x)}$ 의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2008학년도 사관학교 가형 26번

$x \neq 2$인 모든 실수 x에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $\lim_{x \to 2} \frac{4f(x) - 40g(x)}{2f(x) - g(x)}$의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x \to 2} \{2f(x) + g(x)\} = 1$

(나) $\lim_{x \to 2} g(x) = \infty$

수능특강 11쪽 유제 8번

양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 모든 양수 x에 대하여

$$2x^3-3 \le (x+1)f(x) \le 2x^3+1$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+4x^2}{3x^2-x}$의 값을 구하시오.

수능특강 14쪽 레벨 2 6번

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\sqrt{4x^2-2x+1} \le f(x) \le \sqrt{4x^2-2x+5}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}\{2x-f(x)\}$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2016년도 고2 11월 학력평가 가형 27번

다항함수 $f(x)$가 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

(가) $2x^2-5x \le f(x) \le 2x^2+2$

(나) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x^2+2x-3}=\frac{1}{4}$

수능특강 13쪽 레벨 2 1번

함수 $f(x)=\begin{cases} -x+4a & (x \le 0) \\ 2x+3 & (x > 0) \end{cases}$에 대해 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)\{f(-x)+a\}$$

라 하자. $\lim_{x \to 0} g(x)$의 값이 존재하도록 하는 양수 a의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2018학년도 9월 평가원 나형 17번

실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$x<0$일 때, $f(x)+g(x)=x^2+4$

$x>0$일 때, $f(x)-g(x)=x^2+2x+8$

이다. 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이고, $\lim_{x \to 0-} g(x) - \lim_{x \to 0+} g(x) = 6$일 때, $f(0)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2017년도 10월 학력평가 나형 17번

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 0}|x|\left\{f\left(\frac{1}{x}\right)-f\left(-\frac{1}{x}\right)\right\}=a,\ \lim_{x\to\infty}f\left(\frac{1}{x}\right)=3$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수)

수능특강 14쪽 레벨 2 7번

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(2x)+8x^3}{4x^2+1}=3,\ \lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x^2+2x}=4$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

수능특강 15쪽 레벨 3 2번

다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값을 구하시오.

(가) $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$의 값이 존재한다.

(나) 삼차다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 몫이 $g(x)$, 나머지가 4일 때,

$$\lim_{x\to2}\frac{\{f(x)-4\}g(x)}{x^2-4}=4$$이다.

참고 기출 문항 - 2009학년도 6월 평가원 가형 4번

다항함수 $g(x)$에 대하여 극한값 $\lim_{x \to 1} \frac{g(x)-2x}{x-1}$가 존재한다. 다항함수 $f(x)$가
$f(x)+x-1=(x-1)g(x)$를 만족시킬 때,
$\lim_{x \to 1} \frac{f(x)g(x)}{x^2-1}$ 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2010학년도 6월 평가원 가형 19번

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to 0+} \frac{x^3 f\left(\frac{1}{x}\right)-1}{x^3+x}=5, \lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x^2+x-2}=\frac{1}{3}$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2015학년도 6월 평가원 나형 29번

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{x^2}=-11, \lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=-9$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}xf(\frac{1}{x})$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2020학년도 9월 평가원 나형 16번

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=1, \lim_{x\to-1}\frac{f(x)}{x+1}=2$$

를 만족시킨다. $f(1)\le 12$일 때, $f(2)$의 최댓값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2020학년도 수능 나형 14번

상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 최댓값을 구하시오.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)g(x)}{x^3}=2$

(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=-4$

참고 기출 문항 - 2020학년도 6월 평가원 나형 20번

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값을 구하시오.

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6$, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=4$인 자연수 n이 존재한다.

참고 기출 문항 - 2009학년도 수능 가형 11번

다항함수 $f(x)$와 두 자연수 m, n이

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=1$, $\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^{m-1}}=a$, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=b$, $\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x^{n-1}}=9$

를 모두 만족시킬 때, 보기에서 옳은 것만을 고르시오. (단, a, b는 실수이다.)

ㄱ. $m \geq n$
ㄴ. $ab \geq 9$
ㄷ. $f(x)$가 삼차함수이면 $am = bn$이다.

참고 기출 문항 - 2017년도 고2 6월 학력평가 가형 28번

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-5x}{x^2-4}$의 값이 존재한다.
(나) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{f(x)}-3x+1\right)$의 값이 존재한다.

수능특강 21쪽 유제 4번

최고차항의 계수가 자연수인 이차함수 $f(x)$에 대해 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<2) \\ 6 & (x=2) \\ f(x-2) & (x>2) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $\dfrac{1}{g(x)}$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(4)$의 최댓값을 구하시오.

수능특강 26쪽 레벨 2 7번

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x-2} & (x\neq 1) \\ 3 & (x=1) \end{cases}$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 $x=1$에서 연속일 때, $f(4)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2017학년도 수능 나형 14번

두 함수

$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+6 & (x<2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases}$, $g(x)=ax+1$

에 대하여 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2013년도 7월 학력평가 나형 28번

함수

$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{x-2} & (x \neq 2) \\ 1 & (x=2) \end{cases}$와 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(0)=8$ (나) 함수 $f(x)g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

이때, $g(6)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2016년도 고2 6월 학력평가 가형 16번

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+5 & (x\le 2) \\ x-2 & (x>2) \end{cases}$$

와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(5)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2019년도 6월 평가원 나형 28번

이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $\dfrac{x}{f(x)}$는 $x=1,\ x=2$에서 불연속이다.
(나) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=4$

$f(4)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2019학년도 수능 나형 21번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대해 $f(x)g(x)=x(x+3)$이다. (나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값이 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

수능특강 25쪽 레벨 2 3번

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $(x-2)f(x)=(x+a)|x-2|$를 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

참고 기출 문항 - 2019학년도 수능 나형 21번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대해 $f(x)g(x)=x(x+3)$이다.
(나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값이 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

♥♥♥ 연계 기출 문항 - 2022학년도 6월 평가원 공통 14번 ♥♥♥

두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=\|xf(x-p)+qx\|$이다. (나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

수능특강 26쪽 레벨 2 6번

함수 $f(x)=\begin{cases}9-x^2\,(x<3)\\x-3\ \ (x\geq 3)\end{cases}$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}f(x)\ \ (x<a)\\f(x-3)\ (x\geq a)\end{cases}$$

라 할 때, 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 3 이하의 실수 a의 값은 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

참고 기출 문항 - 2018년도 10월 학력평가 나형 15번

함수

$f(x)=\begin{cases}x+2\ \ (x\leq a)\\x^2-4\ (x>a)\end{cases}$

에 대하여 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2012학년도 9월 평가원 나형 20번

함수 $f(x)=x^2-x+a$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x+1) & (x \le 0) \\ f(x-1) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $y=g(x)^2$이 $x=0$에서 연속일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

수능특강 27쪽 레벨 3 1번

실수 t에 대하여 원 $(x-t)^2+y^2=4$가 두 직선 $3x+4y-8=0$, $4x-3y+6=0$과 만나는 서로 다른 점의 개수를 $f(t)$라 하자. 함수 $f(t)$가 $t=a$에서 불연속인 모든 실수 a의 개수를 구하시오.

참고 기출 문항 - 2016년도 고2 11월 학력평가 나형 21번

실수 t에 대하여 두 함수

$f(x)=(x-t)^2-1, g(x)=\begin{cases}-x & (x\le 1)\\ x+2 & (x>1)\end{cases}$

의 그래프가 서로 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(t)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

ㄱ. $\lim_{t\to -1+} h(t)=3$

ㄴ. 함수 $h(t)$는 $t=1$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $h(t)$가 $t=a$에서 불연속이 되는 모든 a의 값의 합은 $\frac{15}{4}$이다.

참고 기출 문항 - 2018년도 고2 11월 학력평가 나형 21번

실수 t에 대하여 좌표평면에서 집합 $\{(x, y) \mid y = x \text{ 또는 } y = (x-a)^2 - a\}$(단, a는 실수)가 나타내는 도형이 직선 $x + y = t$와 만나는 점의 개수를 $f(t)$라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

ㄱ. $a = 0$일 때, $f(0) = 2$이다.

ㄴ. 함수 $f(t)$는 $t = -\frac{1}{4}$에서 불연속이다.

ㄷ. 함수 $f(t)$가 $t = k$에서 불연속이 되는 실수 k의 개수가 2인 모든 a의 값의 합은 $\frac{1}{4}$이다.

수능특강 27쪽 레벨 3 3번

닫힌구간 $[-2,2]$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (-2\le x<-1) \\ -x-1 & (-1\le x<0) \\ x & (0\le x\le 1) \\ -x+1 & (1<x\le 2)\end{cases}$$

에 대하여 두 함수 $g(x)$와 $h(x)$를

$$g(x)=\frac{f(x)+f(-x)}{2},\ h(x)=\frac{f(x)-f(-x)}{2}$$

라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

ㄱ. 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

ㄴ. $-2<a<0$인 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x\to a+}h(x)=h(a)$이다.

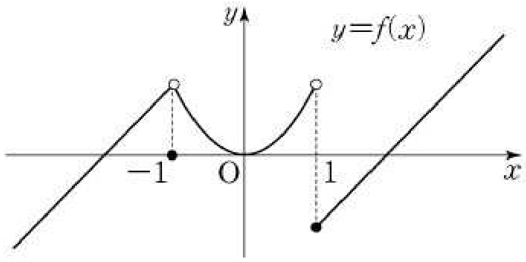
ㄷ. 함수 $\{g(x)+k\}h(x)$가 $x=b\,(-2<b<2)$에서 불연속인 실수 b의 개수가 1이 되도록 하는 양수 k의 값이 존재한다.

참고 기출 문항 - 2011학년도 수능 가형 8번

함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x<-1) \\ 0 & (x=-1) \\ x^2 & (-1<x<1) \\ x-2 & (x\ge 1)\end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 **보기**에서 있는 대로 고르시오.



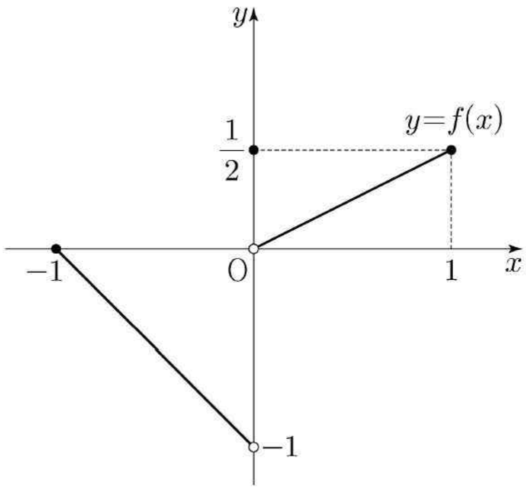
ㄱ. $\lim_{x\to 1+}\{f(x)+f(-x)\}=0$

ㄴ. 함수 $f(x)-|f(x)|$가 불연속인 점은 1개다.

ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되는 상수 a는 없다.

참고 기출 문항 - 2019학년도 9월 평가원 나형 18번

닫힌구간 $[-1, 1]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



닫힌구간 $[-1, 1]$에서 두 함수 $g(x), h(x)$가

$g(x)=f(x)+|f(x)|, h(x)=f(x)+f(-x)$

일 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

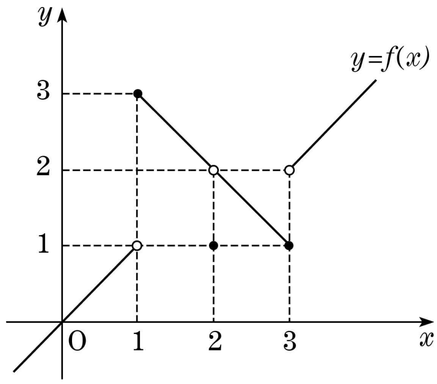
ㄱ. $\lim_{x\to 0} g(x)=0$

ㄴ. 함수 $|h(x)|$는 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $g(x)|h(x)|$는 $x=0$에서 연속이다.

참고 기출 문항 - 2013년도 3월 학력평가 가형 30번

그림은 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프이다.



함수 $f(x)$는 $x=1,\ x=2,\ x=3$에서만 불연속이다. 이차함수 $g(x)=x^2-4x+k$에 대하여 함수 $(f\circ g)(x)$가 $x=2$에서 불연속이 되도록 하는 모든 실수 k의 합을 구하시오.

수능특강 33쪽 유제 4번

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$에 대하여 함수

$g(x)=\begin{cases} 1 & (x<0) \\ f(x) & (0\le x<2) \\ c & (x\ge 2) \end{cases}$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(1)\times g(3)$의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 상수이다.)

참고 기출 문항 - 2020학년도 6월 평가원 나형 18번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} \frac{1}{2} & (x<0) \\ f(x) & (x\ge 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

ㄱ. $g(0)+g'(0)=\frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1)<\frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2)=\frac{5}{2}$이다.

<u>수능특강 39쪽 레벨 1 10번</u>

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{x-2}=a$를 만족시킬 때, 다항식 $f(x)$를 $(x-2)^2$으로 나누었을 때의 나머지는 $5x+b$이다. $a+b$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 고1 학력평가 기출 문항

삼차다항식 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$
(나) $f(x)$를 $(x-1)^2$으로 나눈 몫과 나머지가 같다.

$f(x)$를 $(x-1)^3$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 하자. $R(0)=R(3)$일 때, $R(5)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 고1 학력평가 기출 문항

다항식 $f(x)$를 x^3-x^2-5x로 나눈 나머지는 x^2+ax+4이고 x^2-x-5로 나눈 나머지는 $3x+b$이다. 이때 $a+b$의 값을 구하시오.

수능특강 40쪽 레벨 2 2번

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$(x-2)f'(x)=3f(x)-2x^2+x$$

를 만족시킬 때, $f'(2)$의 값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

수능특강 41쪽 레벨 2 5번

미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x, y에 대하여

$$f(x+y)=f(x)+f(y)+x^2y+xy^2-xy$$

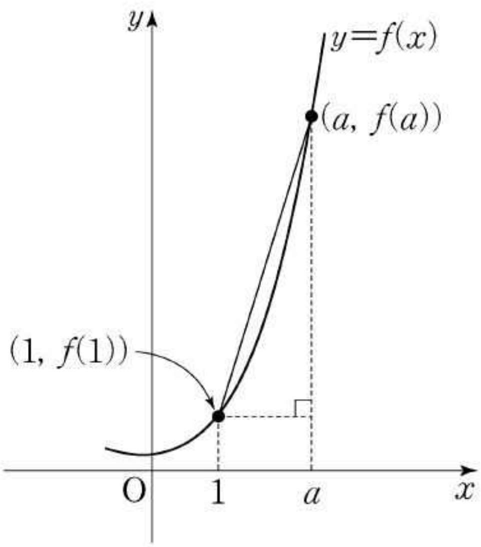
를 만족시키고, $f'(2)=3$일 때, 함수 $f'(x)$의 최솟값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

참고 기출 문항 - 2014학년도 수능예비시행 B형 18번

$x>0$에서 함수 $f(x)$가 미분가능하고 $2x \le f(x) \le 3x$이다. $f(1)=2$이고 $f(2)=6$일 때, $f'(1)+f'(2)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2013학년도 6월 평가원 가형 16번

양의 실수 전체의 집합에서 증가하는 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하다. 1보다 큰 모든 실수 a에 대하여 점 $(1, f(1))$과 점 $(a, f(a))$ 사이의 거리가 a^2-1일 때, $f'(1)$의 값을 구하시오.



참고 기출 문항 - 2008학년도 6월 평가원 가형 18번

함수 $f(x)$가 $f(x+2)-f(2)=x^3+6x^2+14x$를 만족시킬 때, $f'(2)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2012학년도 사관학교 나형 11번

이차함수 $f(x)$와 연속함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대해

$$(x-2)g(x)=f(x)-f(2)$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 **보기**에서 고르시오.

ㄱ. $\lim_{x\to 2} g(x)=f'(2)$

ㄴ. 모든 실수 x에 대하여
$(x-2)g'(x)=f'(x)-g(x)$

ㄷ. $x>2$일 때, $g(x)<f'(x)$

참고 기출 문항 - 2011학년도 7월 학력평가 나형 25번

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가

$$f(x)f'(x)=2x^3-9x^2+5x+6$$

을 만족할 때, $f(-3)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2013학년도 9월 평가원 나형 18번

이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$g(x)=\int\{x^2+f(x)\}dx, f(x)g(x)=-2x^4+8x^3$

을 만족시킬 때, $g(1)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2006학년도 6월 평가원 가형 20번

실수에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) 임의의 실수 x, y에 대하여

$$f(x-y)=f(x)-f(y)+xy(x-y)$$

(나) $f'(0)=8$

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 갖고 $x=b$에서 극솟값을 가질 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2008학년도 사관학교 가형 4번

모든 실수에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

(가) $f'(1)=2$

(나) 모든 실수 x, y에 대하여

$$f(x+y)=f(x)+f(y)+xy(x+y)-3$$

수능특강 41쪽 레벨 2 6번

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 6$
(나) 함수 $y=f'(x)$의 그래프는 점 $(1, 0)$에서 x축에 접한다.

수능특강 41쪽 레벨 2 7번

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)+f'(2)$의 값을 구하시오.

(가) 방정식 $f(x)=2x-1$의 세 실근은 각각 $-1, 0, 2$이다.
(나) 삼차다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는 -3이다.

참고 기출 문항 - 2008학년도 6월 평가원 가형 5번 변형

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

$$f(-1)=2, f(0)=0, f(1)=-2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$의 값은 a이다. a^2의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2020학년도 6월 평가원 나형 20번

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값을 구하시오.

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6, \lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=4$인 자연수 n이 존재한다.

참고 기출 문항 - 2009학년도 수능 가형 11번

다항함수 $f(x)$와 두 자연수 m, n이

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=1$, $\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^{m-1}}=a$, $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x^n}=b$, $\lim_{x\to0}\frac{f'(x)}{x^{n-1}}=9$

를 모두 만족시킬 때, 보기에서 옳은 것만을 고르시오. (단, a, b는 실수이다.)

ㄱ. $m \geq n$

ㄴ. $ab \geq 9$

ㄷ. $f(x)$가 삼차함수이면 $am = bn$이다.

수능특강 43쪽 레벨 3 4번

실수 전체 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$가

$$\lim_{x\to 3}\frac{f(x)+g(x)-4}{x-3}=2, \lim_{x\to 3}\frac{f(x)-g(x)-2}{x-3}=-6$$

을 만족시킨다. $h(x)=f(x)g(x)$라 할 때, $h'(3)$의 값을 구하시오.

수능특강 43쪽 레벨 3 5번

실수 전체 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-g(x)}{x-1}=3f(1)$

(나) $\lim_{x\to\infty}x\left\{f\left(1+\frac{3}{x}\right)-g\left(1-\frac{1}{x}\right)\right\}=5f(1)$

$\frac{g'(1)}{f'(1)}$의 값은 p이다. $32p^2$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2008학년도 9월 평가원 가형 22번

두 다항함수 $f(x), g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0)$의 값을 구하시오.

(가) $f(0)=1, f'(0)=-6, g(0)=4$

(나) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)g(x)-4}{x}=0$

참고 기출 문항 - 2016학년도 수능 A형 28번

두 다항함수 $f(x), g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)=x^3 f(x)-7$

(나) $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)-g(x)}{x-2}=2$

곡선 $y=g(x)$ 위의 점 (2, g(2))에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2017년도 고2 9월 학력평가 가형 19번

최고차항의 계수가 1인 두 다항함수 $f(x), g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x)=-f(x), g(-x)=-g(x)$$

를 만족시킨다. 두 함수 $f(x), g(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^2 g'(x)}=3, \lim_{x\to 0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=-1$$

일 때, $f(2)+g(3)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2021학년도 수능 나형 17번

두 다항함수 $f(x), g(x)$가

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)+g(x)}{x}=3, \lim_{x\to 0}\frac{f(x)+3}{xg(x)}=2$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$에 대하여 $h'(0)$의 값을 구하시오.

수능특강 42쪽 레벨 3 2번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \neq 0$일 때, $f(x) > 0$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여
$g(x) - f(x) \leq 2x + 3$이다.

$f(0) = 0, g(0) = 3$일 때, $g'(0)$의 값을 구하시오.

수능특강 43쪽 레벨 3 6번

최고차항의 계수가 상수항이 모두 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여

$$\begin{cases} x^2 - 4 \leq f(x) \leq x - 2 & (2 - t < x < 2) \\ x - 2 \leq f(x) \leq x^2 - 4 & (2 < x < 2 + t) \end{cases}$$

를 만족시키는 양의 실수 t가 존재한다.
$\lim_{x \to 1} \{f'(0) - f'(x)\}$의 값이 짝수일 때, $f(1)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2014학년도 수능예비시행 B형 18번

$x>0$에서 함수 $f(x)$가 미분가능하고 $2x \leq f(x) \leq 3x$이다. $f(1)=2$이고 $f(2)=6$일 때, $f'(1)+f'(2)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2018학년도 수능 나형 29번

두 실수 a와 k에 대하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$는

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x \leq a) \\ (x-1)^2(2x+1) & (x>a)\end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases}0 & (x \leq k) \\ 12(x-k) & (x>k)\end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq g(x)$이다.

k의 최솟값이 $\frac{q}{p}$일 때, $a+p+q$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2015학년도 수능 A형 21번

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최솟값을 구하시오.

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) $f(0)=f'(0)$
(다) $x \geq -1$인 모든 실수 x에 대하여
$f(x) \geq f'(x)$이다.

참고 기출 문항 - 2016학년도 6월 평가원 A형 21번

자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$의 극댓값을 a_n이라 하자.

(가) $f(n)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x) \geq 0$이다.

a_n이 자연수가 되도록 하는 n의 최솟값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2015학년도 9월 평가원 A형 21번

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

(가) $f(0)=-3$
(나) 모든 양의 실수 x에 대하여
$6x-6 \leq f(x) \leq 2x^3-2$

수능특강 49쪽 예제 2번

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(4)$의 최댓값을 구하시오.

(가) $f(0)=3$
(나) $0<x<4$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) \le 2$이다.

참고 기출 문항 - 2017학년도 수능특강 미적분 I (6007-0282)

다음 조건을 모두 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값을 구하시오.

(가) 닫힌구간 $[0,1]$에서 연속이고 열린구간 $(0,1)$에서 미분가능하다.
(나) $0<c<1$인 모든 c에 대하여 $|f'(c)| \le 5$이다.
(다) $f(0)=3$

참고 기출 문항 - 2015학년도 6월 평가원 B형 30번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대해 $1 \le f'(x) \le 3$이다.
(나) 모든 정수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프는 점$(4n, 8n)$, 점$(4n+1, 8n+2)$, 점$(4n+2, 8n+5)$, 점$(4n+3, 8n+7)$을 모두 지난다.
(다) 모든 정수 k에 대하여 닫힌구간 $[2k, 2k+1]$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx = a$라 할 때, $6a$의 값을 구하시오.

수능특강 55쪽 레벨 2 4번

함수 $f(x)=x^3-ax^2+ax$가 임의의 서로 다른 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $(x_1-x_2)\{f(x_1)-f(x_2)\}>0$을 만족시키도록 하는 모든 정수 a의 개수를 구하시오.

수능특강 56쪽 레벨 2 5번

함수 $f(x)=x^3+ax^2+(a^2-1)x+3$이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수다.)

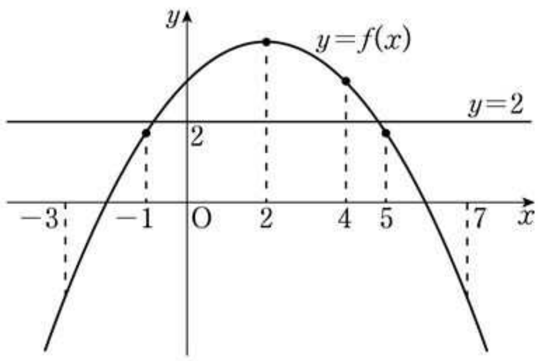
(가) 모든 실수 x에 대하여 $(f \circ g)(x)=x$인 함수 $g(x)$가 존재한다.
(나) $f(1)=5$

참고 기출 문항 - 2012학년도 9월 평가원 나형 18번

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+3ax$의 역함수가 존재하도록 하는 상수 a의 최댓값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2019년도 10월 학력평가 나형 12번

이차함수 $y=f(x)$와 $y=2$의 그래프가 그림과 같다.



열린구간 $(-3, 7)$에서 부등식 $f'(x)\{f(x)-2\}\le 0$을 만족시키는 정수 x의 개수를 구하시오. (단, $f'(2)=0$)

참고 기출 문항 - 2016학년도 사관학교 A형 14번

실수 t에 대하여 x에 대한 방정식
$2x^3+ax^2+6x-3=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오.

참고 기출 문항 - 2019학년도 9월 평가원 나형 30번

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $(f \circ f)(x)=x$의 모든 실근이 $0, 1, a, 2, b$
$f'(1)<0, f'(2)<0, f'(0)-f'(1)=6$일 때,
$f(5)$의 값을 구하시오. (단, $1<a<2<b$)

수능특강 55쪽 레벨 2 2번

함수 $f(x)=x^3-6x$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $A(a, f(a))$에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중에서 점 A가 아닌 점을 $B(b, f(b))$라 하자. $b-a=3$일 때, 선분 AB의 길이는 k이다. k^2의 값을 구하시오. (단, $a<0$)

수능특강 68쪽 레벨 2 5번

실수 t에 대하여 직선 $2x+t$가 곡선 $y=x^3+3x^2+2x$와 만나는 서로 다른 점의 개수를 $f(t)$라 하자. $\lim_{t \to a-} f(t) - \lim_{t \to a+} f(t) = 2$를 만족시키는 실수 a의 값을 구하시오.

수능특강 57쪽 레벨 3 1번

함수 $f(x)=\begin{cases} x^3-3x & (x<0) \\ \dfrac{7}{3}x & (x \ge 0) \end{cases}$ 과 양의 실수 t에 대해 함수 $g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ f(x-t) & (x \ge a) \end{cases}$가 실수 전체에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 개수를 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 $t=\alpha$에서 불연속인 실수 α의 값이 $\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

참고 기출 문항 - 2013학년도 9월 평가원 나형 21번

좌표평면에서 두 함수

$$f(x)=6x^3-x,\ g(x)=|x-a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2017학년도 9월 평가원 나형 20번

삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x=-2$에서 극댓값을 갖는다.
(나) $f'(-3)=f'(3)$

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

ㄱ. 도함수 $f'(x)$는 $x=0$에서 최솟값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=f(2)$는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선은 점 $(2, f(2))$를 지난다.

참고 기출 문항 - 2017년도 10월 학력평가 나형 20번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'\left(\frac{11}{3}\right)<0$
(나) 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극댓값 35 를 갖는다.
(다) 방정식 $f(x)=f(4)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$f(0)$ 의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2018학년도 6월 평가원 나형 30번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(\alpha)=g(\alpha)$이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$인 실수 α가 존재한다. (나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$인 실수 β가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2018학년도 6월 평가원 나형 20번

함수

$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-kx^2+1\ (k>0)$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선의 기울기가 모두 $3k^2$이다. 곡선 $y=f(x)$에 접하고 x축에 평행한 두 직선과 접선 l, m으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2015학년도 9월 평가원 나형 21번

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

(가) $f(0)=-3$
(나) 모든 양의 실수 x에 대하여
$6x-6 \le f(x) \le 2x^3-2$

참고 기출 문항 - 2020학년도 6월 평가원 나형 30번

최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{ax-9}{x-1} & (x<1) \\ f(x) & (x \ge 1) \end{cases}$$

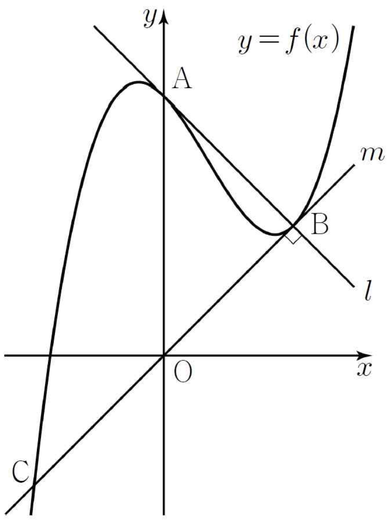
이 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t \mid t=-1 \text{ or } t \ge 3\}$이다.

$(g \circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

참고 기출 문항 - 2016학년도 사관학교 나형 21번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$가 y축과 만나는 점을 A라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선을 l이라 할 때, 직선 l이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 B라 하자. 또, 곡선 $y=f(x)$위의 점 B에서의 접선을 m이라 할 때, 직선 m이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중에서 B가 아닌 점을 C라 하자. 두 직선 l, m이 서로 수직이고 직선 m의 방정식 $y=x$일 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 C에서의 접선의 기울기를 구하시오. (단, $f(0)>0$이다.)



참고 기출 문항 - 2020학년도 수능 나형 30번

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x)+x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0, f'(1)=1$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2019년도 10월 학력평가 나형 21번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 $a, b(a<b)$뿐이다.
(나) 함수 $f(x)$의 극솟값은 -4이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

ㄱ. $f'(a)=0$
ㄴ. $b=a+3$
ㄷ. $f(0)=16$이면 $a^2+b^2=18$이다.

참고 기출 문항 - 2016년도 고2 11월 학력평가 나형 30번

좌표평면에서 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 원점을 지나는 직선 $y=g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값 27을 가진다.
(나) 함수 $|f(x)-g(x)|$는 $x=-3$에서만 미분가능하지 않다.
(다) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$는 서로 다른 두 점에서 만난다.

함수 $f(x)$의 극솟값을 구하시오.

수능특강 57쪽 레벨 3 3번

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

(가) 어떤 다항함수 $g(x)$와 모든 실수 x에 대해 $f(x)g(x)=(x^2-a)^3$이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$가 점 $(0,3)$에서 직선 $y=-x+3$에 접한다.

참고 기출 문항 - 2018학년도 9월 평가원 나형 29번

두 삼차함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대해

$$f(x)g(x)=(x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

을 만족시킨다. $g(x)$의 최고차항의 계수가 3이고, $g(x)$가 $x=2$에서 극댓값을 가질 때, $f'(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

수능특강 69쪽 레벨 3 2번

함수 $f(x)=x^4+ax^3+b$와 양수 c에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<c) \\ 8-f(x) & (x \geq c) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

실수 k에 대하여 집합 S를 $S=\{k \mid \lvert g(x)-k \rvert$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.$\}$ 라 하면 집합 S의 원소의 개수는 2이고, 집합 S의 모든 원소의 합은 $\frac{25}{3}$이다.

참고 기출 문항 - 2015년도 3월 학력평가 B형 28번

삼차함수 $f(x)=x^3-x^2-9x+1$에 대해 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq k) \\ f(2k-x) & (x<k) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 실수 k의 값의 합을 $\frac{q}{p}$라 할 때, p^2+q^2의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2020년도 사관학교 나형 20번

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)\geq a) \\ 2a-f(x) & (f(x)<a) \end{cases}$$

라 하자. 두 함수 $f(x), g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(\frac{5}{2})$의 값을 구하시오.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=4$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 함수 $g(x)-f(x)$는 $x=\frac{7}{2}$에서 최댓값 $2a$를 가진다.

참고 기출 문항 - 2017학년도 사관학교 나형 21번

함수 $f(x)=x^3+3x^2-9x$가 있다. 실수 t에 대해 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ t-f(x) & (x\geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a의 개수를 $h(t)$라 하자. 예를 들어 $h(0)=3$이다. $h(t)=3$을 만족시키는 모든 정수 t의 개수를 구하시오.

참고 기출 문항 - 2018년도 4월 학력평가 나형 30번

두 실수 a, b에 대하여 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$인 함수

$$f(x) = \frac{-ax-b+1}{ax+b} \ (ab > 0)$$

이 있다. 실수 k에 대하여 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$인 함수

$$g(x) = \begin{cases} 2k - f(x) & (f(x) < k) \\ f(x) & (f(x) \geq k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} |g(x)| = \frac{1}{2}$
(나) $|g(0)| = 1$
(다) 함수 $y = |g(x)|$의 그래프와 직선 $y = -k$는 두 점 $\left(\frac{1}{28}, -k\right), (\alpha, -k)$에서만 만난다.
(단, $\alpha > \frac{1}{28}$)

직선 $y = m(x - 4\alpha) + \frac{3}{4}$이 함수 $y = |g(x)|$의 그래프와 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(m)$이라 할 때, 함수 $h(m)$이 불연속이 되는 모든 실수 m의 값의 합은 M이다. $252M$의 값을 구하시오.

수능특강 69쪽 레벨 3 3번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 양수 a에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = |(x+a)f(x)|$$

라 할 때, 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서만 미분가능하지 않다.
(나) $x>k$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $g(x)>27$이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은 2이다.

$f(4)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2013학년도 수능 나형 21번

삼차함수 $f(x)=x^3-3x+a$에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수 a의 최솟값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2022학년도 6월 평가원 공통 20번

실수 a와 함수 $f(x)=x^3-12x^2+45x+3$에 대해 함수

$$g(x)=\int_a^x \{f(x)-f(t)\}\times\{f(t)\}^4 dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a의 값의 합을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2016학년도 수능 A형 21번

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\dfrac{f'(0)}{f(0)}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. Mm의 값을 구하시오.

(가) 함수 $|f(x)|$는 $x=-1$에서만 미분가능하지 않다.

(나) 방정식 $f(x)=0$은 닫힌구간 $[3,5]$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

참고 기출 문항 - 2016학년도 6월 평가원 A형 21번

자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$의 극댓값을 a_n이라 하자.

(가) $f(n)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x) \geq 0$이다.

a_n이 자연수가 되도록 하는 n의 최솟값을 구하시오.

수능특강 77쪽 유제 5번

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{2}^{x} f(t)dt = ax + 4\int_{1}^{x}(3t^2 - 2t)dt$$

를 만족시킬 때, $\int_{0}^{3} f(x)dx$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

★★★연계 기출 문항 - 2022학년도 9월 평가원 공통 11번★★★

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x) = 2x^3 + ax^2 + 3a + \int_{1}^{x} f(t)dt$$

를 만족시킨다. $f(1) = \int_{0}^{1} f(t)dt$일 때, $a + f(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

참고 기출 문항 - 2014학년도 9월 평가원 A형 28번

다항함수 $f(x)$에 대하여

$$\int_{0}^{x} f(t)dt = x^3 - 2x^2 - 2x\int_{0}^{1} f(t)dt$$

일 때, $f(0) = a$라 하자. $60a$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2020학년도 사관학교 나형 27번

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{1}^{x} (2x-1)f(t)dt = x^3 + ax + b$$

일 때, $40 \times f(1)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

참고 기출 문항 - 2022학년도 사관학교 공통 22번

일차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_{0}^{x}(x-2)f(s)ds$$

라 하자. 실수 t에 대하여 직선 $y=tx$와 곡선 $y=g(x)$가 만나는 점의 개수를 $h(t)$라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $g(x)$에 대하여 $g(4)$의 값의 합을 구하시오.

$g(k)=0$을 만족시키는 모든 실수 k에 대하여 함수 $h(t)$는 $t=-k$에서 불연속이다.

수능특강 85쪽 레벨 2 7번

$f(0)=1$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=\int_{-x}^{x} f(t)dt$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 $g(-x)=-g(x)$이다.
ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $f'(-x)=f'(x)$이면 $g(1)=2$이다.
ㄷ. $g(1)=0$이면, $\int_{0}^{1} g(x)dx=1$이다.

수능특강 85쪽 레벨 2 8번

두 함수 $f(x)=x^3+ax^2-4x$, $g(x)=x^3+2x^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여
$f(x)+f(-x)+g(x)+g(-x)=0$이다.
(나) $\int_{-1}^{1}\{xf'(x)+g'(x)\}dx=\frac{28}{3}$

$\int_{-1}^{1}\{f(x)+xg(x)\}dx$의 값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

참고 기출 문항 - 2016학년도 수능 나형 20번

두 다항함수 $f(x), g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x) = -f(x), g(-x) = g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$에 대하여

$$\int_{-3}^{3} (x+5)h'(x)dx = 10$$

일 때, $h(3)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2014년도 7월 학력평가 B형 29번

연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x) = f(x)$
(나) $f(x+2) = f(x)$
(다) $\int_{-1}^{1} (x+2)^2 f(x)dx = 50, \int_{-1}^{1} x^2 f(x)dx = 2$

$\int_{-3}^{3} x^2 f(x)dx$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2014학년도 사관학교 A형 28번

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \le x \le 1$에서 $f(x) = x^2 + 1$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = f(x)$이다.
(다) 모든 실수 x에 대하여 $f(1-x) = f(1+x)$이다.

수열 a_n에 대하여

$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots na_n = \int_{-n}^{n} f(x)dx \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$

일 때, $a_7 = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

수능특강 86쪽 레벨 3 1번

다항함수 $f(x)$와 삼차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

(가) $f(1)=3, g(0)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여
$f(x)+xf'(x)=3x^2-6x+4+g'(x)$이다.
(다) 함수 $y=g(x)$의 그래프는 점 $(p, 0)$ $(p \neq 0)$에서 x축에 접한다.

수능특강 86쪽 레벨 3 2번

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

(가) 모든 실수 x에 대하여
$$\int_0^x \{f(t)+f'(t)\}dt = xf(x)+\frac{3}{4}x^4+ax^3+3x^2$$
이다.
(나) 함수 $|f(x)|$는 서로 다른 두 개의 극솟값 $f(b)$, 16을 갖는다. (단, $b>0$)

참고 기출 문항 - 2020학년도 9월 평가원 나형 21번

함수 $f(x)=x^3+x^2+ax+b$에 대해 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+(x-1)f'(x)$$

라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 모두 고르시오.(단, a, b는 상수이다.)

ㄱ. 함수 $h(x)$가 $h(x)=(x-1)f(x)$이면 $h'(x)=g(x)$이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 극값 0을 가지면 $\int_0^1 g(x)dx=-1$이다.

ㄷ. $f(0)=0$이면 방정식 $g(x)=0$은 열린구간 $(0,1)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

참고 기출 문항 - 2011년도 7월 학력평가 나형 25번

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가

$$f(x)f'(x)=2x^3-9x^2+5x+6$$

를 만족시킬 때, $f(-3)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2015년도 7월 학력평가 A형 15번

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = xf(x) - 3x^4 + 2x^2$$

을 만족시킬 때, $f(0)$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2019학년도 6월 평가원 나형 17번

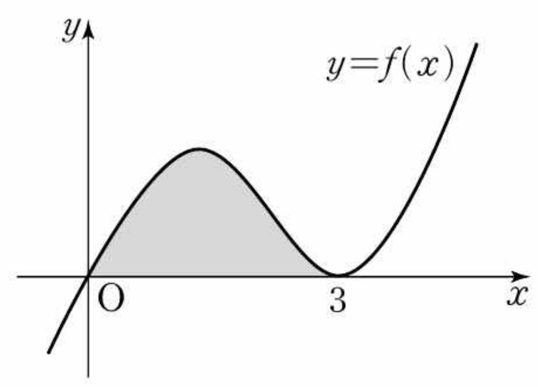
함수 $f(x) = ax^2 + b$가 모든 실수 x에 대하여

$$4f(x) = \{f'(x)\}^2 + x^2 + 4$$

를 만족시킨다. $f(2)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

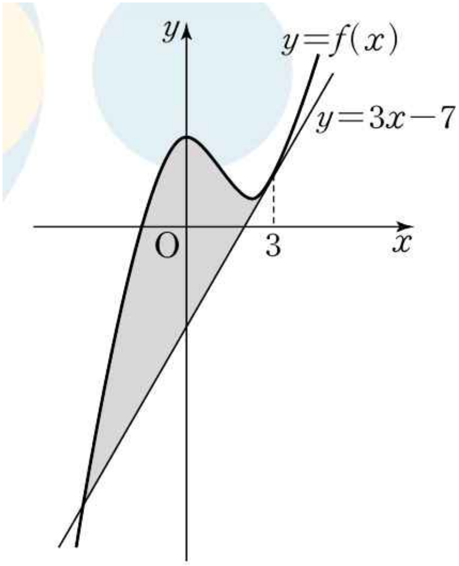
수능특강 89쪽 예제 1번

삼차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$의 대하여 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$는 원점을 지나고 점 $(3, 0)$에서 x축에 접한다. 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 9일 때, 곡선 $y=f'(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



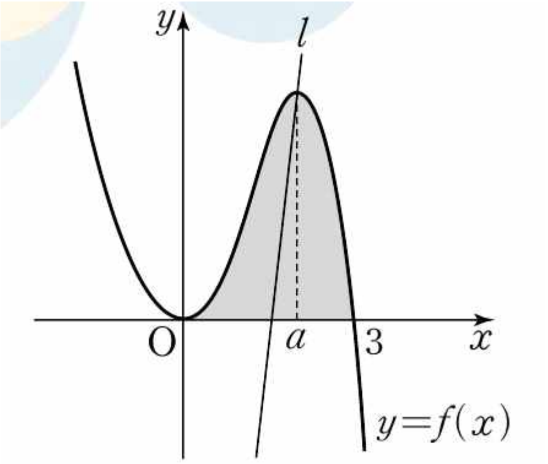
수능특강 91쪽 유제 2번

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2+b$에 대하여 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=3x-7$이 점 $(3, 2)$에서 접한다. 곡선 $y=f'(x)$와 직선 $y=3x-7$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)



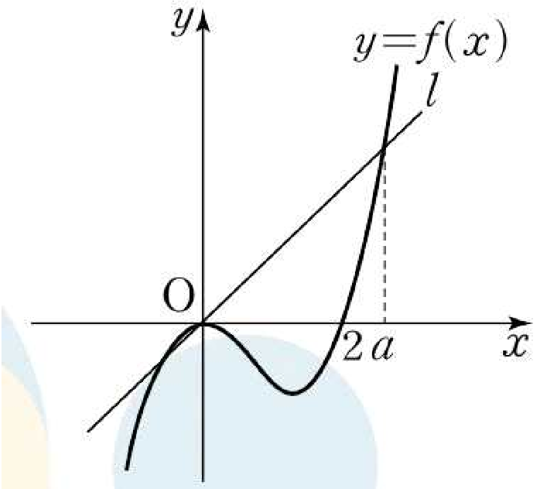
수능특강 100쪽 레벨 2 3번

$f(x)=-x^3+3x^2$은 $x=a$에서 극대이다. 그림과 같이 점 $(a, f(a))$를 지나고 기울기가 m인 직선을 l이라 할 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 l이 이등분한다. m의 값이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



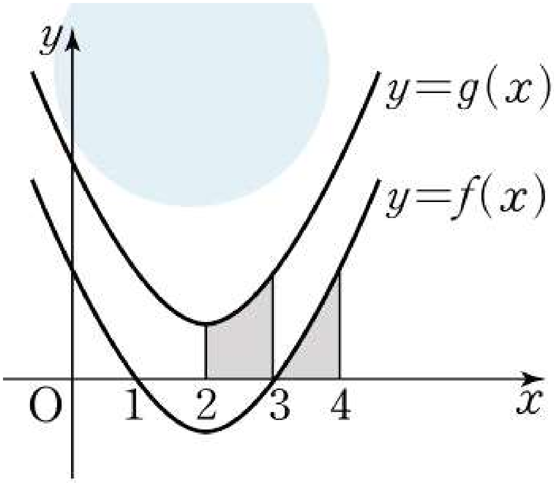
수능특강 102쪽 레벨 3 1번

함수 $f(x)=x^3-2x^2$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 P라 하자. 2보다 큰 실수 a에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$와 원점을 지나는 직선을 l이라 하고, 닫힌구간 $[0, a]$에서 곡선 $y=f(x)$와 직선 l로 둘러싸인 부분의 넓이를 Q라 하자. $P: Q=1: b$를 만족시키도록 양수 b를 정할 때, $\lim_{a\to\infty}\frac{1}{b}\int_2^a f(x)dx$의 값은 $\frac{q}{p}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



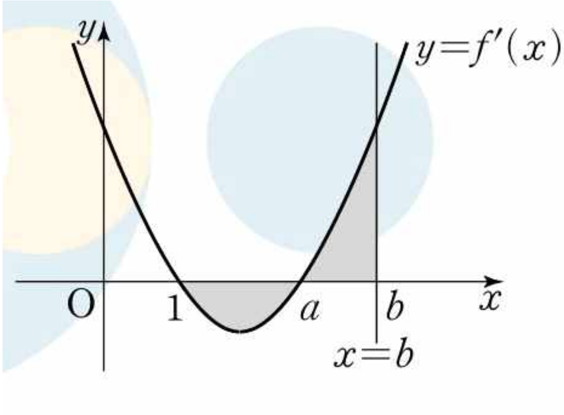
수능특강 89쪽 유제 1번

함수 $f(x)=a(x-1)(x-3)\ (0<a<2)$에 대하여 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 곡선을 $y=g(x)$라 하자. 곡선 $y=g(x)$와 x축 및 두 직선 $x=2, x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{3}{2}$일 때, 닫힌구간 $[3,4]$에서 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=4$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. (단, a는 상수이다.)



수능특강 100쪽 레벨 2 4번

$f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$와 도함수 $f'(x)$가 $f'(x)=6(x-1)(x-a)$이다. 그림과 같이 곡선 $y=f'(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $y=f'(x)\ (x\ge a)$, x축 및 직선 $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같고, 함수 $f(x)$의 극솟값이 0일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이고, $1<a<b$이다.)



참고 기출 문항 - 2013학년도 수능 나형 28번

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 $f(3)=0$이고, $\int_{0}^{2013} f(x)dx = \int_{3}^{2013} f(x)dx$를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 S일 때, $30S$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2016학년도 수능 A형 29번

이차함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고 다음 조건을 만족한다.

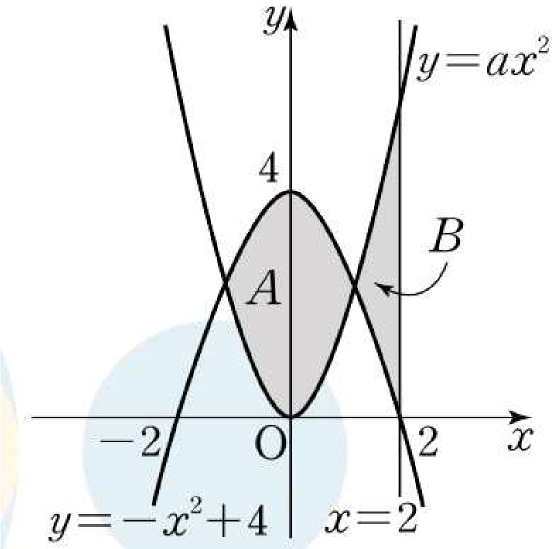
(가) $\int_{0}^{2} \lvert f(x) \rvert dx = -\int_{0}^{2} f(x)dx = 4$
(나) $\int_{2}^{3} \lvert f(x) \rvert dx = \int_{2}^{3} f(x)dx$

$f(5)$의 값을 구하시오.

0

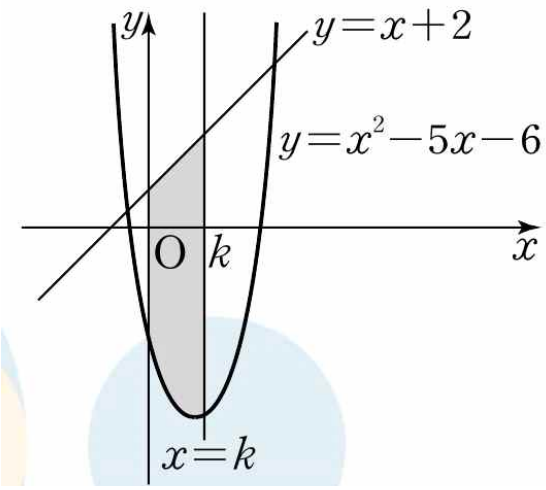
수능특강 99쪽 레벨 1 6번

그림과 같이 두 곡선 $y=ax^2, y=-x^2+4$로 둘러싸인 부분의 넓이를 A라 하고, 두 곡선 $y=ax^2, y=-x^2+4$ $(x>0)$ 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 할 때, $A=2B$이다. 상수 a의 값을 구하시오.



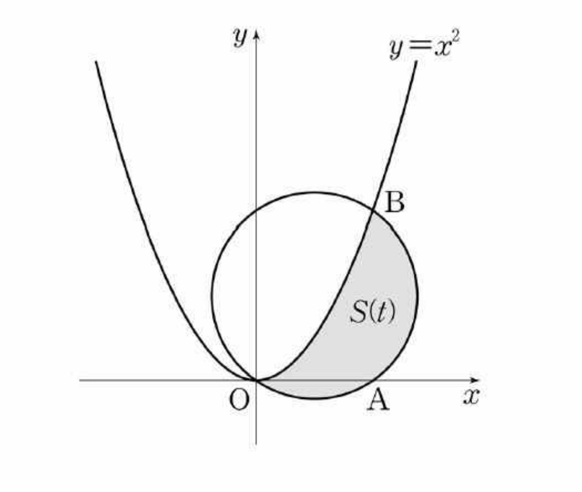
수능특강 101쪽 레벨 2 5번

그림과 같이 곡선 $y=x^2-5x-6$과 직선 $y=x+2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $x=k$가 이등분한다. 구간 $[0, k]$에서 곡선 $y=x^2-5x-6$, 직선 $y=x+2$, y축 및 직선 $x=k$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. (단, k는 상수이다.)



참고 기출 문항 - 2013학년도 9월 평가원 나형 29번

그림과 같이 곡선 $y=x^3$과 양수 t에 대하여 세 점 $O(0,0), A(t,0), B(t,t^2)$을 지나는 원 C가 있다. 원 C의 내부와 부등식 $y \le x^2$이 나타내는 영역의 공통부분의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $S'(1)=\frac{p\pi+q}{4}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오.



참고 기출 문항 - 2020학년도 9월 평가원 나형 15번

함수 $f(x)=x^2-2x$에 대하여 두 곡선 $y=f(x), y=-f(x-1)-1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

참고 기출 문항 - 2020학년도 수능 나형 26번

두 함수

$$f(x)=\frac{1}{3}x(4-x),\ g(x)=|x-1|-1$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $4S$의 값을 구하시오.

참고 기출 문항 - 2015학년도 사관학교 A형 16번

함수 $f(x)=-x(x-4)$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동시킨 곡선을 $y=g(x)$라 하자. 그림과 같이 두 곡선 $y=f(x),\ y=g(x)$와 x축으로 둘러싸인 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 할 때, $\dfrac{S_2}{S_1+S_3}$의 값은 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)