

# [남휘종/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학 연습 (2/2) |

## | 남휘종 (서울과고 / KAIST 수리과학과)

대치이강프리미엄학원

슌들슌들

[youtube.com/c/Mathesis\\_Korea](https://youtube.com/c/Mathesis_Korea) - 강의

[smartstore.naver.com/mathesis](https://smartstore.naver.com/mathesis) - 교재

## | 한성은 (POSTECH 수학과)

5A ACADEMY, 일산중로학원

훌륭한 사람 되세요.

[hansungeun.com/texta.html](https://hansungeun.com/texta.html) - 공개 모의고사 페이지

써밋 N제 (수학1, 수학2, 미적분) 출간 - 책 사주세요.

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역

1

5지선다형

1.  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \times 2^{-\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
④ 2                          ⑤ 4

2. 함수  $f(x) = x^2 + 2x + 3$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 2                          ② 4                          ③ 6  
④ 8                          ⑤ 10

3. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 4, \quad a_1 a_5 = 64$$

일 때,  $a_4$ 의 값은? [3점]

- ①  $4\sqrt{2}$                       ② 8                          ③  $8\sqrt{2}$   
④ 16                          ⑤  $16\sqrt{2}$

4. 함수  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$ 의 극댓값과 극솟값을 각각

$M, m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 10                          ② 12                          ③ 14  
④ 16                          ⑤ 18

5. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$(x-2)f(x) = x^2 + 4x - 12$$

를 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6  
④ 7                      ⑤ 8

6.  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\frac{\cos\theta}{1+\tan\theta} + \frac{\sin\theta\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta} = \frac{1}{3}$ 일

때,  $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{2}{3}$                       ②  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       ③  $\frac{\sqrt{6}}{3}$   
④  $\frac{\sqrt{7}}{3}$                       ⑤  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

7. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 4$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_{k+1} - a_k}{a_k \sqrt{a_{k+1}} + a_{k+1} \sqrt{a_k}} = \frac{n}{2n+4}$$

을 만족시킨다.  $a_8$ 의 값은? [3점]

- ① 72                      ② 75                      ③ 78  
④ 81                      ⑤ 84

8. 삼차함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x-4} = 4$$

를 만족시킬 때,  $f(6)$ 의 값은? [3점]

- ① 22                      ② 24                      ③ 26  
 ④ 28                      ⑤ 30

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 12t + 9$$

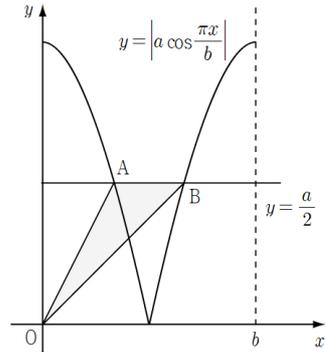
이다. 시간  $t=k$ 에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시간  $t=0$ 에서  $t=k$ 까지 점 P가 움직인 거리는? (단,  $k$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 12                      ② 14                      ③ 16  
 ④ 18                      ⑤ 20

10. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 곡선  $y = \left| a \cos \frac{\pi x}{b} \right| (0 \leq x \leq b)$ 이

직선  $y = \frac{a}{2}$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.

삼각형 OAB의 넓이가 4이고 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 합이 3일 때,  $a+b$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 12                      ② 14                      ③ 16  
 ④ 18                      ⑤ 20

11. 다항함수  $f(x)$ 와 상수  $a$ 에 대하여

$$\int_2^x f(t)dt = x^3 + ax^2 + \int_0^3 xf(t)dt$$

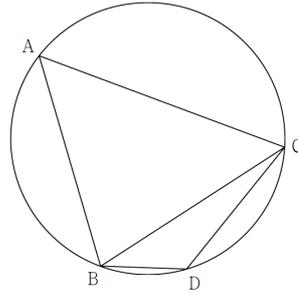
일 때,  $\int_0^3 f(t)dt$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{14}{5}$       ②  $\frac{16}{5}$       ③  $\frac{18}{5}$   
 ④ 2      ⑤  $\frac{22}{5}$

12. 그림과 같이  $\overline{BC}=8$ 이고  $\sin(\angle CAB) = \frac{4}{5}$ 인 삼각형

$ABC$ 와 세 점  $A, B, C$ 를 지나는 원이 있다. 점  $A$ 를 포함하지 않는 호  $BC$  위의 점  $D$ 에 대하여

$\sin(\angle BCD) = \frac{\sqrt{10}}{10}$ 일 때,  $\overline{BD} + \overline{CD}$ 의 값은? [4점]



- ①  $2\sqrt{10}$       ②  $\frac{12}{5}\sqrt{10}$       ③  $\frac{14}{5}\sqrt{10}$   
 ④  $\frac{16}{5}\sqrt{10}$       ⑤  $\frac{18}{5}\sqrt{10}$

13. 첫째항이  $-48$ 이고 공차가 자연수  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 자연수  $m$ 이  $|a_m|=2|a_{m+3}|$ 을 만족시킨다.  
 자연수  $d, m$ 의 모든 순서쌍  $(d, m)$ 의 개수는? [4점]
- ① 15                      ② 18                      ③ 21  
 ④ 24                      ⑤ 27

14. 최고차항의 계수가 1이고  $f'(0)=f'(2)=0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수  $a$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x)-f(a) & (x \leq a) \\ f(2a-x)-f(a) & (x > a) \end{cases}$$

이라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ.  $0 < a < 2$ 일 때, 함수  $g(x)$ 의 극솟값이 0이다.  
 ㄴ.  $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수  $a$ 의 개수는 2이다.  
 ㄷ.  $a \geq 2$ 일 때,  $g(a+2)+f(2) \leq f(0)$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열  $\{a_n\}$ 은  $|a_1| \leq 1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n + 2 & \left(-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ -2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ 2a_n - 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_5 = a_6$ 이고  $a_2 \geq 0$ 이 되도록 하는

모든 실수  $a_1$ 의 개수는? [4점]

- ① 7                      ② 8                      ③ 9  
 ④ 10                     ⑤ 11

단답형

16.  $4^{2\log_3 3}$ 의 값을 구하여라. [3점]

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 4x^3 + 3x^2$ 이고  
 $f(1) = 4$ 일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하여라. [3점]

18. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k + b_k) = 25, \quad \sum_{k=1}^{10} (2a_k + 1) = 30$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (3b_k - 1)$ 의 값을 구하여라. [3점]

19. 함수  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4x$ 에서  $x$ 의 값이 1에서  $a$ 까지  
 변할 때의 평균변화율과  $f'(1)$ 의 값이 같게 되도록 하는  
 1보다 큰 실수  $a$ 의 값을 구하여라. [3점]

20. 함수  $f(x) = x^3 - 4x + 2$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식

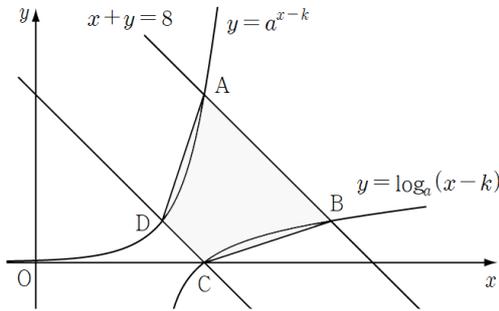
$$f(x) + |f(x) + x| = -3x^2 - 7x + k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는  
 모든 실수  $k$ 의 값의 합을 구하여라. [4점]

21. 양의 실수  $a$ 와 자연수  $k$ 에 대하여 직선  $x+y=8$ 이 두 곡선

$$y = a^{x-k}, \quad y = \log_a(x-k)$$

와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선  $y = \log_a(x-k)$ 와  $x$ 축이 만나는 점을 C, 점 C를 지나고 기울기가  $-1$ 인 직선이 곡선  $y = a^{x-k}$ 와 만나는 점을 D라 하자. 점 B의  $x$ 좌표와 점 D의  $x$ 좌표의 합이 10이고 사각형 ABCD의 넓이가 8일 때,  $a+k$ 의 값을 구하여라. [4점]



22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{2h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f'(6)$ 의 값을 구하여라. [4점]

(가) 함수  $g(x)$ 는 오직  $x=2$ 에서만 불연속이다.

(나)  $\lim_{x \rightarrow a^+} g(x) \times \lim_{x \rightarrow a^-} g(x) \leq 0$ 가 되도록 하는

모든 실수  $a$ 의 값의 합은 16이다.

# 수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(45, \frac{1}{3}\right)$ 를 따를 때,

$V(X)$ 의 값은? [2점]

- ① 6                      ② 8                      ③ 10  
④ 12                     ⑤ 14

24. 네 개의 수 1, 3, 5, 7 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를  $a$ 라 하고, 네 개의 수 2, 4, 6, 8 중에서 임의로 선택한 수를  $b$ 라 하자.  $a+b > 10$ 일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{8}$                       ②  $\frac{3}{16}$                       ③  $\frac{1}{4}$   
④  $\frac{5}{16}$                       ⑤  $\frac{3}{8}$

25.  $(x^2 + ax)^5$ 의 전개식에서  $x^6$ 의 계수와  $x^8$ 의 계수가 같을 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ②  $\sqrt{2}$                       ③  $\sqrt{3}$   
 ④ 2                      ⑤  $\sqrt{5}$

26. 주머니 A에는 흰 공 2개, 검은 공 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 3개, 검은 공 2개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 B에 넣은 후 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다. 주머니 B에서 꺼낸 2개의 공이 모두 흰색일 때, 주머니 A에서 꺼낸 공이 흰색일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{4}{7}$                       ②  $\frac{9}{14}$                       ③  $\frac{5}{7}$   
 ④  $\frac{11}{14}$                       ⑤  $\frac{6}{7}$

27. A학원에 다니는 학생들의 하루 공부 시간을 확률변수  $X$ , B학원에 다니는 학생들의 하루 공부 시간을 확률변수  $Y$ 라 하자. 두 확률변수  $X, Y$ 는 정규분포를 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 확률변수  $X, Y$ 의 평균은 각각 16과 20이다.
- (나) 확률변수  $Y$ 의 표준편차는 확률변수  $X$ 의 표준편차의 4배이다.

A학원에 다니는 학생 중 임의추출한  $n$ 명의 하루 공부 시간의 표본평균을  $\bar{X}$ , B학원에 다니는 학생 중 임의추출한  $4n$ 명의 하루 공부 시간의 표본평균을  $\bar{Y}$ 라 하자.  $P(\bar{X} \leq 18) = 0.8413$ 일 때,  $P(\bar{Y} \geq 18)$ 의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?  
(단, 시간의 단위는 분이다.) [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.9772
- ② 0.9332
- ③ 0.8413
- ④ 0.6915
- ⑤ 0.5328

28. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

- (가)  $f(3)f(4) = 12$
- (나)  $f(1) \leq f(2) \leq f(3)$
- (다)  $f(4) \leq f(5) \leq f(6)$

- ① 414
- ② 424
- ③ 434
- ④ 444
- ⑤ 454

단답형

29. 이산확률변수  $X$ 가 가지는 값이 1부터 9까지의  
홀수이고

$$P(X=x) = ax - 5 + b \quad (x=1, 3, 5, 7, 9)$$

이다.  $V(2X+1) = 40$ 일 때,  $120(a+b)$ 의 값을 구하여라.  
[4점]

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의  
사인펜 14개를 다음 규칙에 따라 남김없이  
나누어 주는 경우의 수를 구하여라. [4점]

- (가) 각 학생은 1개 이상의 사인펜을 받는다.  
(나) 학생 A와 학생 B 중 적어도 한 명은  
짝수 개의 사인펜을 받는다.

# 수학 영역(미적분)

5지선다형

23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2^n}{3^{n+2} + 1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{9}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{1}{3}$   
④  $\frac{1}{2}$                       ⑤ 1

24.  $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{7}$ 일 때,  $\tan 2\alpha$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{32}{7}$                       ②  $-\frac{28}{7}$                       ③  $-\frac{24}{7}$   
④  $-\frac{20}{7}$                       ⑤  $-\frac{16}{7}$

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간  $t$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

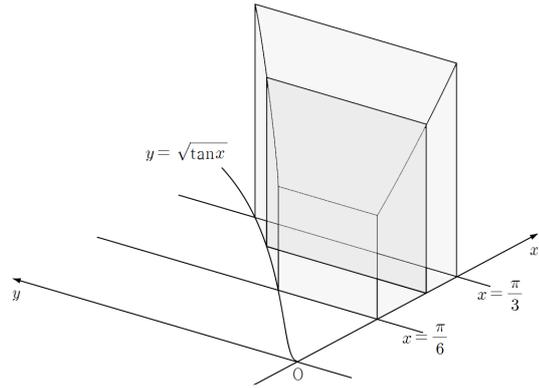
$$x = \frac{4}{3}t\sqrt{t}, \quad y = \frac{1}{2}t^2 - t$$

일 때, 시간  $t=0$ 에서  $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

- ① 4                      ② 6                      ③ 8
- ④ 10                    ⑤ 12

26. 그림과 같이 곡선  $y = \sqrt{\tan x}$  ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ )과  $x$ 축 및

두 직선  $x = \frac{\pi}{6}$ ,  $x = \frac{\pi}{3}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는? [3점]

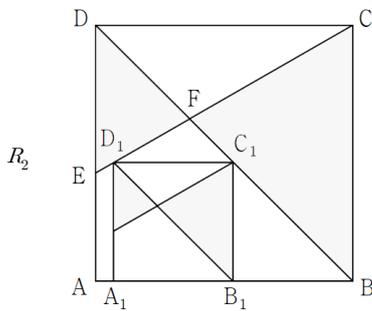
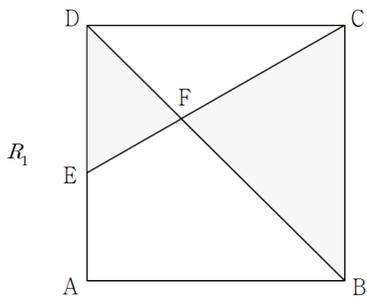


- ①  $\frac{\ln 2}{2}$               ②  $\frac{\ln 3}{2}$               ③  $\ln 2$
- ④  $\frac{\ln 5}{2}$               ⑤  $\frac{\ln 6}{2}$

27.  $\overline{AB}=1$ 인 정사각형 ABCD이 있다.  $\angle DCE = \frac{\pi}{6}$ 인

선분 AD 위의 점 E에 대하여 선분 BD와 선분 CE가  
만나는 점을 F라 하자. 두 삼각형 BCF, DEF로 만들어진  
◀ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 선분 AB 위의 두 점  $A_1, B_1$ , 선분 BF 위의  
점  $C_1$ , 선분 EF 위의 점  $D_1$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형  
 $A_1B_1C_1D_1$ 을 그린다. 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에 그림  $R_1$ 과  
같은 방법으로 ▶ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은  
그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째  
얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라  
할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{3+2\sqrt{3}}{6}$       ②  $\frac{3+2\sqrt{3}}{8}$       ③  $\frac{3+2\sqrt{3}}{10}$   
 ④  $\frac{3+2\sqrt{3}}{12}$       ⑤  $\frac{3+2\sqrt{3}}{14}$

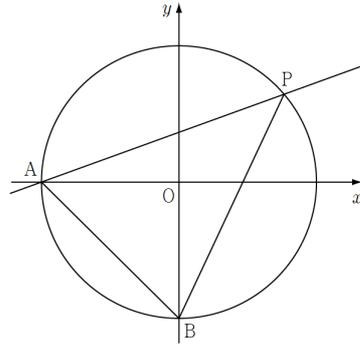
28. 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의

길이가 2인 원  $C$ 와 두 점  $A(-2, 0), B(0, -2)$ 가 있다.

원  $C$  위에 있고  $y$ 좌표가 음수가 아닌 점  $P$ 에 대하여

$\angle PBA = \theta$ 라 하자. 점  $Q(0, -2\cos\theta)$ 에서 직선  $AP$ 까지의

거리를  $f(\theta)$ 라 할 때,  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)d\theta$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{7}{4}$       ② 2      ③  $\frac{9}{4}$   
 ④  $\frac{5}{2}$       ⑤  $\frac{11}{4}$

단답형

29.  $f(2)=1$ 인 이차함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x)=e^{f(x)}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\int_0^4 f'(x)g(x)dx=0$

- (나) 두 실수  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 에 대하여  $g'(b)-g'(a)$ 의 최댓값은  $4\sqrt{e}$ 이다.

$|f(4)|$ 의 값을 구하여라. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \times f(x))}{x} = 0$

- (나)  $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 곱은 14이다.

함수  $g(x)=f\left(\cos x + \frac{1}{2}\right)$ 에 대하여 곡선  $y=g(x)$ 의 모든 극소점의  $y$ 값이  $g(\pi)$ 로 동일할 때,  $f(4)$ 의 값을 구하여라. [4점]

# 수학 영역(기하)

5지선다형

23. 좌표공간의 점  $A(1, 2, 3)$ 을  $yz$ 평면과  $zx$ 평면에 대하여 대칭이동한 점을 각각  $B, C$ 라 하자.  $\overline{BC}$ 의 값은? [2점]
- ①  $\sqrt{5}$       ②  $2\sqrt{5}$       ③  $3\sqrt{5}$   
④  $4\sqrt{5}$       ⑤  $5\sqrt{5}$

24. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$ 의 두 점근선의 기울기의 곱이  $-\frac{4}{9}$ 일 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]
- ① 2                      ② 3                      ③ 4  
④ 5                      ⑤ 6

25. 좌표평면에서 두 벡터

$$\vec{a}=(4, 0), \vec{b}=(2, 1)$$

에 대하여 두 벡터  $\vec{p}, \vec{q}$ 가

$$\vec{p} \cdot \vec{a}=\vec{a} \cdot \vec{b}, \quad |\vec{q}+\vec{b}|=1$$

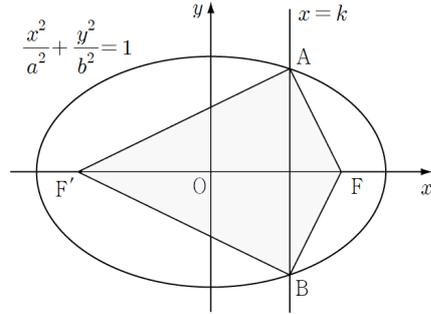
을 만족시킬 때,  $|\vec{p}-\vec{q}|$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

26. 두 초점이 F, F'인 타원  $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 과 직선  $x=k$ 가

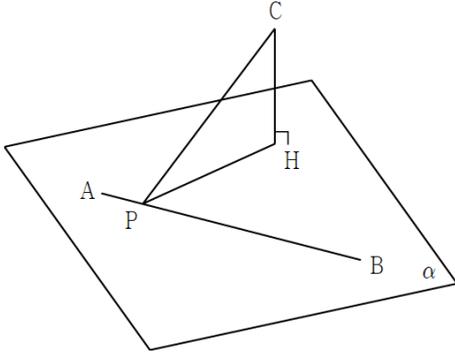
만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때,  $\angle FAF'=\frac{\pi}{2}$ 이고

사각형 FAF'B의 넓이는 16이다.  $b^2$ 의 값은? [3점]



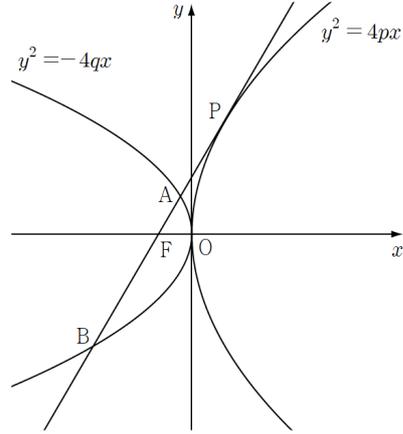
- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
 ④ 8                      ⑤ 10

27. 두 점 A, B는 평면  $\alpha$  위의 점이고, 평면  $\alpha$  위에 있지 않은 점 C에서 평면  $\alpha$ 에 내린 수선의 발을 H라 할 때,  $\overline{CH}=3$ 이다. 직선 AB 위를 움직이는 점 P에 대하여  $\overline{CP}+\overline{HP}$ 의 최솟값이 9일 때, 평면 ABC와 평면  $\alpha$ 가 이루는 각의 크기가  $\theta$ 이다.  $\cos\theta$ 의 값은?  
(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [3점]



- ①  $\frac{4}{5}$                       ②  $\frac{7}{10}$                       ③  $\frac{3}{5}$
- ④  $\frac{1}{2}$                         ⑤  $\frac{2}{5}$

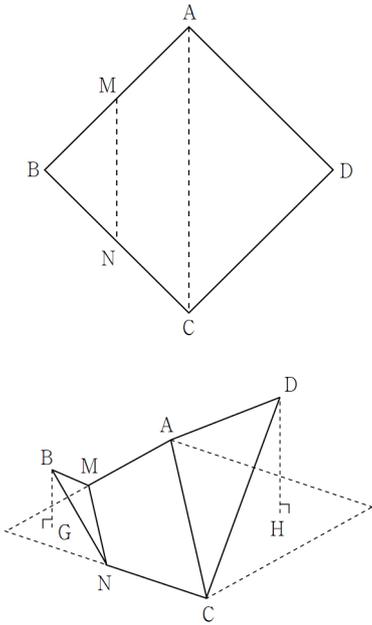
28. 두 양수  $p, q$ 에 대하여 포물선  $y^2 = 4px$  위의 한 점 P에서 그 접선이 포물선  $y^2 = -4qx$ 의 초점 F를 지나고, 포물선  $y^2 = -4qx$ 와 두 점 A, B에서 만난다.  $\overline{PF}=12, \overline{AB}=16$ 일 때,  $p+q$ 의 값은? [3점]



- ① 8                              ② 10                              ③ 12
- ④ 14                            ⑤ 16

단답형

29. 그림과 같이 한 변의 길이가  $4\sqrt{2}$ 인 정사각형 ABCD에 대하여 두 선분 AB, BC의 중점을 각각 M, N이라 하자. 이 종이에서 두 선분 MN과 AC를 접는 선으로 하여 두 삼각형을 접어 올렸을 때 두 점 B, D에서 평면 AMNC에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면 두 점 G, H는 사각형 AMNC의 외부에 놓여 있고,  $BG = \sqrt{3}$ ,  $DH = 2\sqrt{3}$ 이다. 두 평면 BCD와 AMNC가 이루는 각의 크기가  $\theta$ 일 때,  $60 \times \tan^2 \theta$ 의 값을 구하여라. (단, 선분 BD는 평면 AMNC와 만나지 않는다.) [4점]



30. 좌표평면의 두 점  $A(4, 0)$ ,  $B(0, 4)$ 에 대하여 두 점 P, Q가

$$|\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{BQ}| = 2, \quad \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{OB} \geq 0, \quad \overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{OB} \geq 4\sqrt{2}$$

를 만족시킬 때,  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 두 점 P, Q를 각각  $P_0, Q_0$ 이라 하자. 선분  $BQ_0$  위의 점 X에 대하여  $\overrightarrow{XB} \cdot \overrightarrow{AP_0} \geq 2$ 일 때,  $\overrightarrow{XB} \cdot \overrightarrow{XP_0}$ 의 최솟값을 구하여라. [4점]

# [남회종/한성은 모의고사 수능 연습(2/2) 정답표]

## 〈공통〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	①	02	③	03	④	04	②	05	⑤
06	⑤	07	④	08	②	09	①	10	②
11	③	12	③	13	①	14	⑤	15	④
16	81	17	26	18	35	19	4	20	9
21	7	22	128						

## 〈확률과 통계〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	③	24	⑤	25	②	26	①	27	④
28	⑤	29	17	30	195				

## 〈미적분〉

문항	정답								
23	①	24	③	25	⑤	26	②	27	④
28	①	29	7	30	44				

## 〈기하〉

문항	정답								
23	②	24	⑤	25	③	26	④	27	①
28	③	29	36	30	12				

## COMMENT 13

$a_{m+2} = 0$  또는  $a_{m+6} = 0$ 이다.

$(m+1) \times d = 48$  또는  $(m+5) \times d = 48$ 이다.

## COMMENT 14

ㄷ.  $g(a+2) = f(a-2)$ 이므로 준 부등식은  $f(2) - f(0) \leq f(a) - f(a-2)$ 이다.

$f(a) - f(a-2) = \int_{a-2}^a f'(x) dx$ 는  $a=2$ 에서 최솟값을 갖는다.

※ 부등식  $g(a+2) + f(2) \leq f(0)$ 는 모든 실수  $a$ 에 대하여 성립한다.

## COMMENT 15

양수 넣으면 음수, 음수 넣으면 양수가 뜨기에  $a_5 = a_6 = 0$ 이다. 가능한  $a_4, a_3, a_2, a_1$  값을 조사해보면

$a_4$	$a_3$	$a_2$	$a_1$
-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$ (망함)	
		$-\frac{3}{4}$ (망함)	
0	-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$
			$-\frac{3}{4}$
	0	-1(망함)	
		0	-1
			0
			1
1	$-\frac{1}{2}$		
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$
			$-\frac{7}{8}$
	$\frac{3}{4}$		$-\frac{3}{8}$
			$-\frac{5}{8}$

## COMMENT 20

$f(x) + x = x^3 - 3x + 2 = (x+2)(x-1)^2$ 이므로  $x \leq -2$ 에서  $f(x) + x \leq 0$ ,  $-2 < x$ 에서  $f(x) + x \geq 0$ 이다.

따라서 준 방정식은

$$x \leq -2 \text{에서 } -x = -3x^2 - 7x + k \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = k$$

$$-2 < x \text{에서 } 2f(x) + x = -3x^2 - 7x + k \Leftrightarrow 2x^3 + 3x^2 + 4 = k$$

이다.

## COMMENT 21

모두  $(-k, 0)$ 만큼 평행이동 때려서 생각하자.  $A'(p, a^p)$ 라 하면,

애가 직선  $x+y=8-k$  위의 점이므로  $p+a^p=8-k$ 이다.

$x$ 좌표의 합에서  $k+(a^p+k)=10$ 이다. 점  $\overline{CD}=\sqrt{2}$  이고,  $\overline{A'B'}=\sqrt{2}(a^p-p)$ ,

사다리꼴의 높이는 직선  $x+y=1$ 과  $x+y=8-k$  사이의 거리인  $\frac{7-k}{\sqrt{2}}$ 이므로  $(a^p-p+1)(7-k)=16$ 이다.

세 방정식을 잘 연립해보면  $a=4, k=3, p=1$ 이다.

## COMMENT 22

함수  $g(x)$ 는 함수  $|f(x)|$ 가 미분불가능할 때 불연속이다.

그 삼중근 가지는 모양이므로  $k \neq 2$ 일 때  $f(x)=(x-2)(x-k)^3$ 이다.

$\lim_{x \rightarrow a^+} g(x) \times \lim_{x \rightarrow a^-} g(x) \leq 0$ 이려면 함수  $|f(x)|$ 가 극값을 가질 때 또는 미분불가능할 때이다.

비율관계 고려해서  $f(x)=(x-2)(x-k)^3$ 에서  $k=2+4l$ 라 하면  $\lim_{x \rightarrow a^+} g(x) \times \lim_{x \rightarrow a^-} g(x) \leq 0$ 인

모든 실수  $a$ 의 값은  $2, 2+l, 2+4l$ 이다. 합이  $16$ 이므로  $l=2, f(x)=(x-2)(x-10)^3$ 이다.

## COMMENT 확률과 통계 28

Case1)  $f(3)=2, f(4)=6$ 인 경우 :  ${}_2H_2 \times {}_1H_2 = 3$

Case2)  $f(3)=3, f(4)=4$ 인 경우 :  ${}_3H_2 \times {}_3H_2 = 36$

Case3)  $f(3)=4, f(4)=3$ 인 경우 :  ${}_4H_2 \times {}_4H_2 = 100$

Case4)  $f(3)=6, f(4)=2$ 인 경우 :  ${}_6H_2 \times {}_5H_2 = 315$

## COMMENT 확률과 통계 29

확률변수  $X$ 의 확률분포표는 다음과 같다.

$X$	1	3	5	7	9
$P(X=x)$	$4a+b$	$2a+b$	$b$	$2a+b$	$4a+b$

확률의 합에서  $12a+5b=1$ 이고 분산은  $128a+40b=10$ 이다.  $a=\frac{1}{24}$ 이고  $b=\frac{1}{10}$ 이다.

## COMMENT 확률과 통계 30

전체 경우의 수는  ${}_4H_{10}=286$ 이다. 여기서 A와 B가 모두 홀수 개의 사인펜을 받는 경우를 제외해야 한다.

(홀, 홀, 홀, 홀)인 경우의 수는  $(2k+1)+(2l+1)+(2m+1)+(2n+1)=14$  해서  ${}_4H_5=56$ 이고

(홀, 홀, 짝, 짝)인 경우의 수는  $(2k+1)+(2l+1)+(2m+2)+(2n+2)=14$  해서  ${}_4H_4=35$ 이다.

## COMMENT 미적분 28

직선 AP와  $y$ 축이 만나는 점을 R라 하면  $R(0, 2\cot\theta)$ 이다.

$\overline{QR}=2\cot\theta+2\cos\theta$ 이고  $f(\theta)=\overline{QR} \times \sin\theta$ 이다.

## COMMENT 미적분 29

$\int_0^4 f'(x)e^{f(x)} dx = e^{f(4)} - e^{f(0)} = 0$ 에서  $f(4) = f(0)$ 이다.  $f(x) = k(x-2)^2 + 1$ 이라 하자.

조건 (나)에서  $g'(b) - g'(a)$ 의 최댓값은  $a$ 와  $b$ 가 양쪽 변곡점에 걸릴 때이다. 따라서  $g'$ (왼쪽 변곡점의  $x$ 값)  $= 2\sqrt{e}$ 이다. 집어넣고 삼길하면  $k = -2$ 이다.

## COMMENT 미적분 30

$f(0)$ 은 정수,  $f'(0) = 0$ 이다. 곡선  $y = g(x)$ 의 모든 극솟값이  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ 이려면

Case1) 함수  $f(x)$ 가  $x=0$ 에서 극소일 때 : 췌려보면  $f\left(-\frac{1}{2}\right) = f(0)$ 이다.

$\Rightarrow f(0) = k$ 라 하면 극댓값은  $k + \frac{1}{54}$ 이고  $k\left(k + \frac{1}{54}\right) = 14$ 에서  $k$ 가 정수 안 나와서 망함.

Case2-1) 함수  $f(x)$ 가  $x=0$ 에서 극대이며  $f\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{3}{2}\right)$ 인 경우.

$\Rightarrow f(x) = x^2\left(x - \frac{7}{4}\right) + k$ 이다. 이 경우는  $f(x)$ 의 다른 극소가 들어와서 모순.

Case2-2) 함수  $f(x)$ 가  $x=0$ 에서 극대이며  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ 과  $f(x)$ 의 극솟값이 같은 경우.

$\Rightarrow \circ \simeq$ .  $f(x) = x^2\left(x - \frac{3}{2}\right) + k$ 이다.

극댓값과 극솟값의 차이가  $\frac{1}{2}$ 이므로 극댓값을  $k$ 라 하면  $k\left(k - \frac{1}{2}\right) = 14$ 에서  $(k-4)(2k+7) = 0$ 이다.

$k$ 는 정수이므로  $4$ 이고  $f(x) = x^2\left(x - \frac{3}{2}\right) + 4$ 이다.  $f(4) = 44$ 이다.

## COMMENT 기하 28

포물선 접선 성질 때리자.  $P(q, \star)$ 이다.

접선과  $x$ 축이 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 하면  $\cos\theta = \frac{q}{6}$ 이다.

반직선 공식 때리면  $\frac{q}{6} = \frac{2q-a}{a} = \frac{b-2q}{b}$ 이므로  $\frac{12q}{6-q} + \frac{12q}{6+q} = 16$ 이다.

$q=3$ , 포물선  $y^2 = 4px$ 가 점  $(3, 6\sqrt{3})$ 을 지나므로  $p=9$ 이다.

## COMMENT 기하 29

$A(0, 4, 0)$ 이 되도록  $BD$ 를  $x$ 축,  $AC$ 를  $y$ 축이라 하자.  $D(2, 0, 2\sqrt{3})$ ,  $B(-3, 0, \sqrt{3})$ 이다.

직선  $BD$ 는  $xy$ 평면과 점  $E(-8, 0, 0)$ 에서 만난다. 평면  $BCD$ 는 평면  $CDE$ 이다.

점  $B$ 에서 직선  $CE$ 에 수선을 받을 내리고 어찌고.

## COMMENT 기하 30

점  $P$ 는  $(x-4)^2 + y^2 = 4$ 의  $y \geq 0$ 인 부분에, 점  $Q$ 는 원  $x^2 + (y-4)^2 = 4$ 의  $y \geq 4 + \sqrt{2}$ 인 부분에 있다.

$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AP} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BQ})$ 에서  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 는 점  $P$ 가  $(6, 0)$ 일 때 최소이고  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BQ}$ 도

점  $P$ 가  $(6, 0)$ 일 때(점  $Q$ 가  $(-\sqrt{2}, 4 + \sqrt{2})$ 일 때) 최소이므로  $P_0(6, 0)$ ,  $Q_0(-\sqrt{2}, 4 + \sqrt{2})$ 이다.

$\overrightarrow{XB} \cdot \overrightarrow{AP_0} \geq 2$ 에서 점  $X$ 는 두 점  $(-\sqrt{2}, 4 + \sqrt{2})$ 와  $(-1, 5)$ 을 양 끝으로 하는 선분 위의 점이고,

$\overrightarrow{XB} \cdot \overrightarrow{XP_0}$ 의 최솟값은 그 중점에서 가까울 때,  $X(-1, 5)$ 일 때이다.