1. 실수 a의 n제곱근

방정식 $x^n = a$를 만족시키는 수 x를 a의 **n제곱근**이라고 하며,

이때 a의 제곱근, 세제곱근, $\cdots$을 통틀어 a의 **거듭제곱근**이라 한다.

n이 홀수일 때 실수 a의 n제곱근 중에서 실수인 것은 $x = \sqrt[n]{a}$로 오직 하나 존재한다.

n이 짝수일 때 실수 a의 n제곱근 중에서 실수인 것은 $a > 0$일 때 $x = \sqrt[n]{a}$, $x = -\sqrt[n]{a}$로 두 개,

$a = 0$일 때 0으로 한 개 존재하고, $a < 0$일 때 a의 n제곱근 중에서 실수인 것은 없다.

2. 거듭제곱근의 성질

$$\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab},\ \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}},\ \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m},\ \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$a > 0$, $b > 0$이고 m, n이 2 이상의 자연수일 때 성립한다.

일반적으로 $a < 0$, $b < 0$일 때 $\sqrt{a}\,\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$이고, $a > 0$, $b < 0$일 때 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{a}{b}}$가 성립한다.

3. 지수법칙의 확장

$$a^r a^s = a^{r+s},\ a^r \div a^s = a^{r-s},\ \left(a^r\right)^s = a^{rs},\ (ab)^r = a^r b^r$$

$a \neq 0$이고 r, s가 정수일 때 성립한다. 지수가 유리수일 때 밑의 조건은 $a > 0$이다.

4. 로그의 성질

$$\log_a 1 = 0,\ \log_a a = 1,\ \log_a MN = \log_a M + \log_a N,\ \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N,\ \log_a M^k = k\log_a M$$

$a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$, k가 실수일 때 성립한다.

5. 로그의 밑의 변환

$a>0$, $a\neq 1$, $N>0$, $c>0$, $c\neq 1$일 때, $\log_a N=\dfrac{\log_c N}{\log_c a}$이다. 특히 $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$가 성립한다.

로그의 밑의 변환에 의해 $\log_{a^m} b^n=\left(\dfrac{n}{m}\right)\log_a b$와 $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$가 성립한다.

6. 상용로그

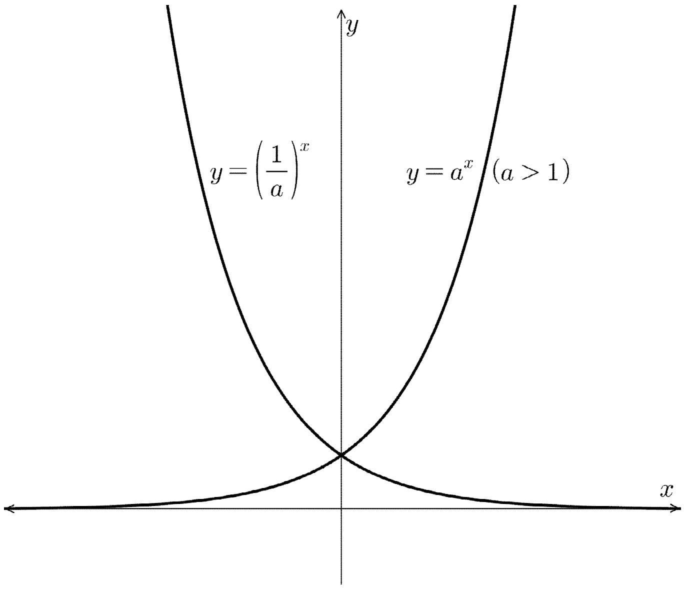
10을 밑으로 하는 로그를 상용로그라고 하며, 양수 N의 상용로그 $\log_{10}N$은 보통 밑을 생략하여 $\log N$으로 나타낸다. 상용로그표는 0.01의 간격으로 1.00부터 9.99까지의 수에 대한 상용로그의 값을 반올림하여 소수 넷째 자리까지 나타낸 것이다. 예를 들어 상용로그표에서 $\log 2.36$의 값을 구하려면 2.3의 가로줄과 6의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수 0.3729를 찾으면 된다.

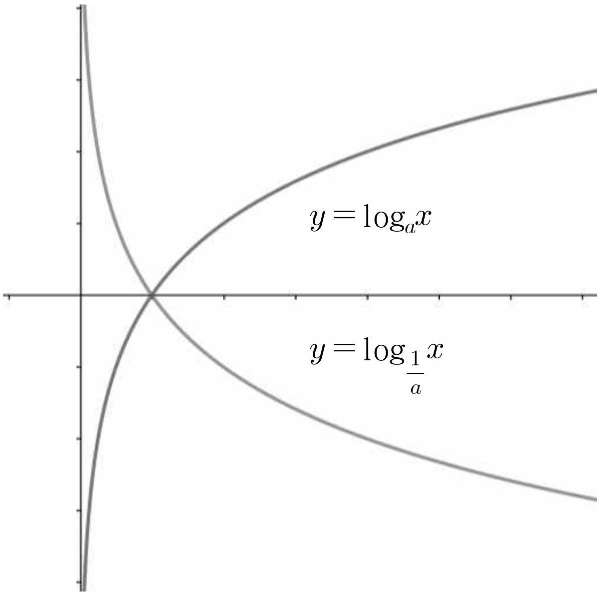
즉 $\log 2.36=0.3729$이고, 상용로그의 값은 어림한 값이지만 편의상 등호를 사용한다.

1.00부터 9.99까지의 범위를 벗어나는 수에 대한 상용로그의 값은 로그의 성질을 이용하여 범위에 포함된 수로 바꾸어 구해야 한다. 예를 들어 $\log 0.236=\log\left(\dfrac{2.36}{10}\right)=-1+\log 2.36=-0.6271$이다.

수	0	1	⋯	5	**6**	⋯
1.1	.0000	.0043	⋯	.0212	.0253	⋯
1.1	.0414	.0453	⋯	.0607	.0645	⋯
⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯
2.2	.3121	.3111	⋯	.3522	.3541	⋯
2.3	.3617	.3636	⋯	.3711	**.3729**	⋯
⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯

7. 지수함수와 로그함수





지수함수 $y=a^x$에서 밑은 $a>0$, $a\neq 1$으로 제한된다. 지수함수의 **정의역**은 **실수 전체의 집합**이고, **치역**은 **양의 실수 전체의 집합**이다. 또한, 지수함수의 그래프는 반드시 점 $(0,\ 1)$을 지나고 지수함수의 그래프의 **점근선**은 **x축**이다. **지수함수** $y=a^x$의 그래프에 속하는 점들의 y좌표를 b배한 것은 **x축의 음의 방향으로 $\log_a b$만큼 평행이동**한 것과 같다.

로그함수는 지수함수의 역함수이다. 따라서 밑은 $a>0$, $a\neq 1$으로 제한되며 **정의역**은 **양의 실수 전체의 집합**이고, **치역**은 **실수 전체의 집합**이다. 또한, 로그함수의 그래프는 점 $(1,\ 0)$을 지나고 로그함수의 그래프의 **점근선**은 **y축**이다. **로그함수** $y=\log_a x$의 그래프에 속하는 점들의 x좌표를 b배한 것은 y축의 **음의 방향으로 $\log_a b$만큼 평행이동**한 것과 같다.

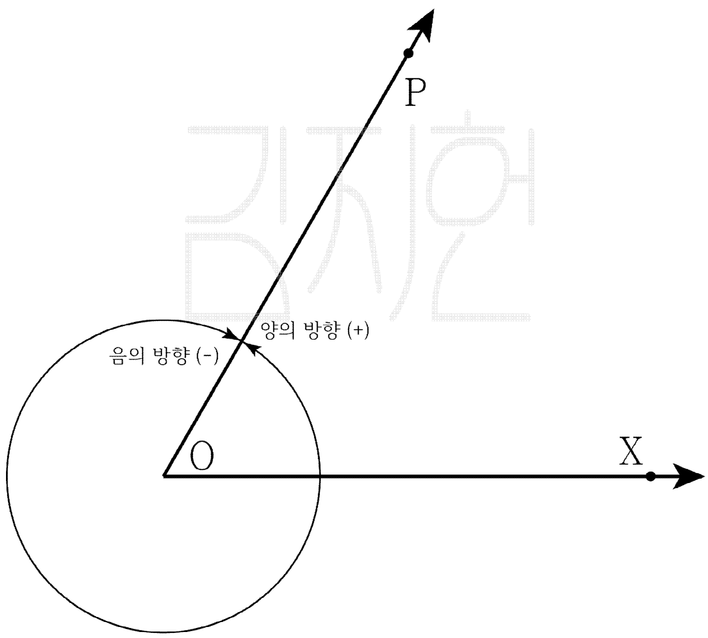
8. 지수함수와 로그함수의 대칭성

네 함수 $y=a^x$, $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$, $y=\log_a x$, $y=\log_{\frac{1}{a}} x$는 서로 모두 **대칭관계**에 있으며,

특히 $a>1$일 때 네 그래프중 $y=\log_a x$만 **위로 볼록**하고 **나머지**는 **모두 아래로 볼록**하다.

9. 일반각

두 반직선 OX와 OP로 이루어진 도형 $\angle XOP$에 대해 $\angle XOP$의 **크기**는 반직선 OP(**동경**)가 고정된 반직선 OX(**시초선**)의 위치에서 시작하여 점 O를 중심으로 회전할 때, 그 **회전한 양**으로 정의한다. 또한, 동경 OP가 점 O를 중심으로 회전할 때, **시곗바늘이 도는 반대 방향**을 **양의 방향** (+), **시곗바늘이 도는 방향**을 **음의 방향**(-)이라고 한다. **각의 크기**가 주어지면 **동경의 위치**가 **하나로 결정**되지만, **동경의 위치**가 주어지면 그 위치가 나타내는 **각의 크기**는 **하나로 결정되지 않는다.** 일반적으로 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기가 $\alpha°$일 때, $\angle XOP$의 크기는 $360° \times n + \alpha°$ (n은 정수)와 같이 나타내고, 이것을 동경 OP가 나타내는 **일반각**이다.



좌표평면에서 **x축의 양의 방향**을 **시초선** OX로 잡았을 때, 동경 OP가 **어느 사분면에 있는가**에 따라 동경 OP가 나타내는 각을 **제 n사분면의 각**이라고 한다. ($n=1,\ 2,\ 3,\ 4$)

동경 OP가 좌표축 위에 놓여 있을 때는 어느 사분면에도 속하지 않는다.

10. 호도법

호도법이란 '**호의 길이를 이용하여 각도를 표현하는 방법** $\left(\dfrac{\text{호의 길이}}{\text{반지름의 길이}}\right)$'이다. **육십분법**을 통해 각의 크기를 나타낼 때, **원의 둘레를 360등분** 하여 **각 호에 대한 중심각의 크기**를 1°로 하여 $^\circ$를 단위로 각의 크기를 나타냈으나, **호도법**을 통해 각의 크기를 나타낼 때는 **원에서 호의 길이와 중심각의 크기 사이의 관계**를 이용하여 **라디안**을 단위로 각의 크기를 나타낸다. **반지름의 길이**가 r인 원에서 **길이**가 r인 **호** AB에 대한 **중심각의 크기**를 α°라고 하면 $\alpha^\circ = \dfrac{180^\circ}{\pi}$이다.

따라서 **반지름의 길이와 호의 길이가 같은 부채꼴의 중심각의 크기**는 반지름의 길이와 관계없이 **항상 일정하며**, 이 일정한 각의 크기 $\dfrac{180^\circ}{\pi}$를 1라디안이라고 한다. 즉, $1^\circ = \dfrac{\pi}{180}$**라디안**이다.

호도법을 이용하여 $360^\circ = 2\pi$이므로 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기가 θ라디안일 때,

동경 OP가 나타내는 일반각 $\angle$XOP의 크기는 $2n\pi + \theta$ (n은 정수)와 같이 나타낼 수 있다.

반지름의 길이가 r, **중심각의 크기**가 θ**라디안**인 **부채꼴** OAB에서 **호 AB의 길이**를 l이라고 하면 $l = r\theta$이다. 또한 **부채꼴** OAB**의 넓이**를 S라고 하면 $S = \dfrac{1}{2}r^2\theta = \dfrac{1}{2}rl$이다.

11. 삼각함수의 정의

좌표평면에서 x**축의 양의 방향을 시초선**으로 잡았을 때, **일반각** θ를 나타내는 동경과

중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 r인 원의 교점을 $\mathrm{P}(x,\ y)$라고 하면 r**의 값에 관계없이**

$\dfrac{y}{r},\ \dfrac{x}{r},\ \dfrac{y}{x}\ (x \neq 0)$는 θ의 값에 따라 각각 한 가지로 정해진다. 이것을 각각 기호로

$\sin\theta = \dfrac{y}{r},\ \cos\theta = \dfrac{x}{r},\ \tan\theta = \dfrac{y}{x}(x \neq 0)$로 나타내며 각 함수를 **사인함수**, **코사인함수**,

탄젠트함수라고 한다. 또, 이들을 통틀어 θ에 대한 **삼각함수**라고 한다.

$r=1$인 단위원에서 $\sin\theta = y,\ \cos\theta = x,\ \tan\theta = \dfrac{y}{x}(x \neq 0)$이므로 $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$임을 알 수 있다.

즉, $\sin\theta$는 점 P의 y**좌표**, $\cos\theta$는 점 P의 x**좌표**, $\tan\theta$는 직선 OP의 **기울기**와 같다.

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$이 성립하며, 양변에 $\sin^2\theta$ 또는 $\cos^2\theta$를 나눈 등식 역시 성립한다.

삼각함수의 정의에 따라 각 사분면에서 삼각함수의 값의 부호는 다음과 같다.

	제1사분면	제2사분면	제3사분면	제4사분면
$\sin\theta$	+	+	-	-
$\cos\theta$	+	-	-	+
$\tan\theta$	+	-	+	-

12. 주기함수와 주기함수의 정의

함수 f의 정의역에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x+p)=f(x)$인 0이 아닌 상수 p가 존재하면

함수 f를 **주기함수**라고 하며, 이러한 상수 p중에서 **최소인 양수**를 그 함수의 **주기**라고 한다.

삼각함수는 정의역이 2π마다 똑같은 함숫값이 반복된다. 따라서 **삼각함수는 주기함수이다.**

13. $y=\sin x$, $y=\cos x$의 성질

1. 정의역은 실수 전체의 집합$(-\infty,\ \infty)$이고, 치역은 $\{y|-1\le y\le 1\}$이다.

2. 주기가 2π인 주기함수이다.

3. $y=\sin x$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이고, $y=\cos x$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

4. $y=\sin x$의 그래프는 $y=\cos x$의 그래프와 평행이동해서 겹칠 수 있다. 즉, $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos x$

5. 두 함수 $y=a\sin bx$, $y=a\cos bx$의 치역은 모두 $\{y|-|a|\le y\le |a|\}$이고, 주기는 모두 $\dfrac{2\pi}{|b|}$이다.

14. $y=\tan x$의 성질

1. 정의역은 $x\ne n\pi+\dfrac{\pi}{2}$(n은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합$(-\infty,\ \infty)$이고

치역은 실수 전체의 집합$(-\infty,\ \infty)$이다.

2. 그래프의 점근선은 직선 $x=n\pi+\dfrac{\pi}{2}$(n은 정수)이다.

3. 주기가 π인 주기함수이다.

4. $y=\tan x$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

5. 함수 $y=a\tan bx$의 주기는 $\dfrac{\pi}{|b|}$이고, 최댓값과 최솟값은 모두 존재하지 않는다.

15. $\pi \pm \theta$, $\frac{\pi}{2} \pm \theta$의 삼각함수의 성질

1. $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$, $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$, $\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$

2. $\sin(\pi-\theta)=-\sin(-\theta)=\sin\theta$, $\cos(\pi-\theta)=-\cos(-\theta)=-\cos\theta$, $\tan(\pi-\theta)=\tan(-\theta)=-\tan\theta$

3. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$, $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{\tan\theta}=-\cot\theta$

4. $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$, $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{1}{\tan\theta}=\cot\theta$

16. 사인법칙

$\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이를 R라고 하면 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$, 즉

$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$, $\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$이다.

17. 코사인법칙

$\triangle ABC$에서 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$, $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$, $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

즉, $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$. $\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$, $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$이다.

18. 삼각형의 넓이

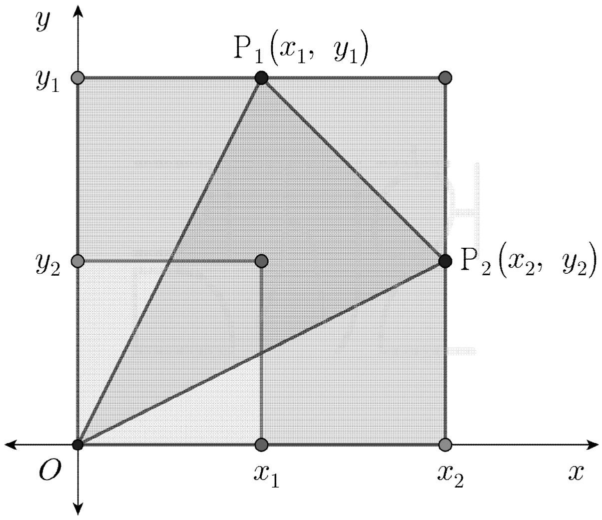
$\triangle ABC$의 넓이를 S라고 할 때 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$이다.

삼각형의 세 변의 길이를 알 때, $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $\left(s=\frac{a+b+c}{2}\right)$이다.

(또는 $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\frac{1}{4}\sqrt{\left(a^2+b^2+c^2\right)^2-2\left(a^4+b^4+c^4\right)}$ 의 형태로 나타낼 수 있다.)

또한 $S=\frac{abc}{4R}=2R^2\sin A\sin B\sin C=\frac{a^2\sin B\sin C}{2\sin A}=\frac{b^2\sin C\sin A}{2\sin B}=\frac{c^2\sin A\sin B}{2\sin C}$ 이다.

원점 O를 지나며 두 점 $\mathrm{P}_1(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{P}_2(x_2,\ y_2)$를 지나는 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\left|x_1y_2-x_2y_1\right|$ 이다.



19. 수열

교과서에서 정의된 **수열**이란 '차례로 나열된 수의 열'을 의미한다.

또한 수열의 제 n항 a_n이 n에 대한 식으로 주어질 때, a_n을 이 수열의 **일반항**이라고 한다.

문제에서 출제되는 수열이란 '**규칙성**을 가지고 차례로 나열된 수의 열'을 의미한다.

이때, 수열의 규칙성을 표현하는 것을 일반항 a_n이라 하며, 수열을 $\{a_n\}$으로 자주 표현한다.

수열 $\{a_n\}$은 $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$에 수열의 각 항 $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots$을 대응시키므로

자연수 전체의 집합을 **정의역**, 실수 전체의 집합을 **공역**으로 하는 함수로 볼 수 있다.

20. 등차수열

첫째항부터 차례로 **'일정한 수'**를 더하여 얻은 수열을 **등차수열**이라 하고, 이때 '일정한 수'를

공차라고 한다. 일반적으로 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_{n+1}=a_n+d\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$으로

표현가능하다. 이때, 등차수열의 첫째항을 a라 할 때, $a_n=a+(n-1)d$로 표현할 수 있다.

세 수 a, b, c가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, b를 a와 c의 **등차중항**이라고 한다.

등차중항을 나타내는 점은 나머지 두 항을 나타내는 점을 이은 선분의 **일대일 내분점**이다.

21. 등차수열의 합

등차수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_n=\dfrac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$이다.

$S_{n-1}+a_n=S_n$이므로 $a_n=S_n-S_{n-1}$이다. (등차수열의 합이 주어졌을 때 일반항을 구할 수 있다.)

22. 등비수열

등첫째항부터 차례로 **'일정한 수'**를 곱하여 얻은 수열을 **등비수열**이라 하고, 이때 '일정한 수'를 **공비**라고 한다. 일반적으로 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_{n+1}=ra_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$으로 표현가능하다. 이때, 등비수열의 첫째항을 a라 할 때, $a_n=r^{n-1}a$로 표현할 수 있다.

세 수 a, b, c가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, b를 a와 c의 **등비중항**이라고 한다.

23. 등비수열의 합

등비수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $(1-r)S_n=a-ar^n=a(1-r^n)$이므로,

$r\neq 1$일 때, $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$이고, $r=1$일 때 $S_n=na$이다.

24. 합의 기호 $\sum$와 자연수의 n제곱의 합

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k$는 a_k의 k에 1, 2, 3, $\cdots$, n을 **차례로 대입하여 얻은 항의 합**을 의미한다.

또한, $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$이고 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$이 성립한다.

25. 수열의 귀납적 정의와 수학적 귀납법

수열 $\{a_n\}$에서 i) 첫째항 a_1의 값 ii) 이웃하는 두 항 a_n, a_{n+1} $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 사이의 관계식

이 주어질 때, 이 관계식에 자연수를 작은 순서대로 대입하면 수열 $\{a_n\}$의 각 항이 정해진다.

이러한 정의를 수열의 귀납적 정의라 한다.

모든 자연수 n에 대하여 $f(n)=g(n)$이 성립함을 보이기 위해서 다음과 같은 과정이 필요하다.

i) $n=1$일 때 등식 $f(1)=g(1)$이 성립함을 확인한다.

ii) $n=k$일 때 등식 $f(k)=g(k)$가 성립함을 가정한다.

iii) $n=k+1$일 때 등식 $f(k+1)=g(k+1)$이 성립함을 확인한다.

이때, i)에 의하여 $n=1$일 때 등식 $f(n)=g(n)$이 성립한다.

$n=1$일 때 성립하므로 ii)에 의하여 $n=2$일 때도 등식 $f(n)=g(n)$이 성립한다.

$n=2$일 때 성립하므로 ii)에 의하여 $n=3$일 때도 등식 $f(n)=g(n)$이 성립한다.

같은 방법으로 $n=3,\ 4,\ 5,\ \cdots$ 일 때도 등식 $f(n)=g(n)$이 성립한다.

따라서 i), ii), iii)이 성립하면 모든 자연수 n에 대하여 등식이 성립함을 알 수 있다.

이렇게 모든 자연수 n에 대하여 명제가 참임을 증명하는 방법을 **수학적 귀납법**이라고 한다.

26. 진법(위치적 기수법)

진법은 수를 셀 때, 자릿수가 올라가는 단위를 기준으로 하는 셈법이며, 10진법을 주로 사용한다.

즉, 10진법으로 표기한 네 자리수 $abcd$는 $abcd = 10^3 \times a + 10^2 \times b + 10^1 \times c + 10^0 \times d$를 의미하며,

2진법으로 표기한 네자리수 $abcd_{(2)}$는 $abcd_{(2)} = 2^3 \times a + 2^2 \times b + 2^1 \times c + 2^0 \times d$를 의미한다.

어떤 십진법의 수를 n진법으로 변환하려면 그 수를 0이 될 때까지 n으로 나누고,

그 나머지를 거꾸로 읽어 올라가면 된다. 즉, $11 = 2 \times 5 + \mathbf{1} = 2 \times (2 \times 2 \times \mathbf{1}) + \mathbf{1} = 2 \times (2 \times 2 \times \mathbf{1}) + \mathbf{1}$

수열의 일반항을 구하는 과정에서 n이 3의 배수인지의 여부에 따라 관계식이 달라진다면,

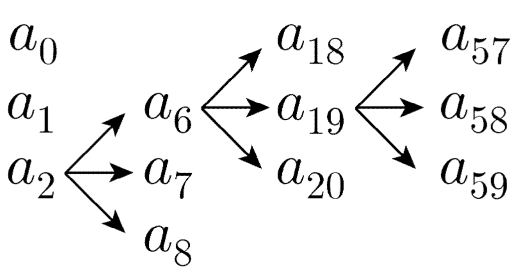
최종으로 구하려는 항을 3진법으로 변환하는 과정을 토대로 거꾸로 읽어 올라가면 된다.

예를 들어 수열 a_n과 세 함수 f, g, h에 대하여 $a_{3n} = f(a_n)$, $a_{3n+1} = g(a_n)$, $a_{3n+2} = h(a_n)$이라 하자.

a_{59}를 구해야한다면 $59 = 3 \times 19 + \mathbf{2} = 3 \times (3 \times 6 + \mathbf{1}) + \mathbf{2} = 3 \times (3 \times (3 \times \mathbf{2} + \mathbf{0}) + \mathbf{1}) + \mathbf{2} = \mathbf{2012}_{(3)}$이므로,

$a_{59} = h(a_{19}) = h(g(a_6)) = h(g(f(a_2)))$이다.

또는 3으로 나눈 나머지가 0일 때 위로, 1일 때 그대로, 2일 때 아래로 가게 수형도를 그리면,



위의 그림과 같다. 이때, $a_{59} = h(a_{19}) = h(g(a_6)) = h(g(f(a_2)))$임을 수형도에서 쉽게 알 수 있다.

27. 함수의 극한

함수 $f(x)$에서 x의 값이 a**가 아니면서** a**에 한없이 가까워질 때**, ($x \to a$ $\neq$ $x = a$**임을 명심하자.)**

$f(x)$의 값이 일정한 값 A에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 A에 **수렴한다**고 한다.

이때, A를 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 **극한값**이라고 한다.

이를 $\lim_{x \to a} f(x) = A$ 또는 $x \to a$일 때, $f(x) \to A$와 같이 나타낸다. (상수함수의 경우 함숫값이 변하지 않으므로 극한값이 일정하지만, **대체로 극한을 취하기 전후의 값은 다르다.**)

예를 들어, 함수 $g(x) = \frac{x^2}{x}$은 $x = 0$에서 함숫값이 정의되지 않지만, $\lim_{x \to 0} g(x) = 0$이다.

함수 $h(x) = \frac{1}{x}$에 대하여 x의 값이 0**보다 크면서** 0**에 한없이 가까워질 때**

($x = a$에서의 함수 $h(x)$의 **우극한**), $h(x)$의 값은 한없이 커진다. (=양의 무한대로 발산한다.)

즉, $\lim_{x \to 0+} h(x) = \infty$이다.

x의 값이 0**보다 작으면서** 0**에 한없이 가까워질 때** ($x = a$에서의 함수 $h(x)$의 **좌극한**), $h(x)$의 값은 음수이고, 그 절댓값이 한없이 커진다. (=음의 무한대로 발산한다.) 즉, $\lim_{x \to 0-} h(x) = -\infty$이다.

x의 값이 한없이 커지면 $h(x)$의 값은 0에 한없이 가까워진다.

마찬가지로, x의 값이 음수이고, 그 절댓값이 한없이 커지면 $h(x)$의 값은 0에 한없이 가까워진다.

즉, $\lim_{x \to \infty} h(x) = \lim_{x \to -\infty} h(x) = 0$이다. ($\lim_{x \to \infty} h(x)$는 양수, $\lim_{x \to -\infty} h(x)$는 음수가 아니다.)

함수의 극한의 정의에 의하여 $x = a$에서의 함수 $f(x)$의 극한값이 A이면, $x = a$에서의 **우극한과 좌극한이 모두 존재하고, 그 값은 모두** A이다. 역으로, $x = a$에서의 함수 $f(x)$의 **우극한과 좌극한이 모두 존재하고, 그 값은 모두** A이면, $\lim_{x \to a} f(x) = A$이다.

28. 함수의 극한의 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 수렴하고 각각의 극한값을 F, G라 할 때,

$\lim_{x\to a} f(x) ☆ g(x) = F ☆ G$이 성립한다. (☆은 사칙연산이고, 나눗셈의 경우 $G \neq 0$일 때 성립한다.)

상수 α에 대하여 $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\alpha$이고 $\lim_{x\to a}g(x)=0$이면 $\lim_{x\to a}f(x)=0$이다.

동일하게, $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ $(\alpha\neq 0)$이고 $\lim_{x\to a}f(x)=0$이면 $\lim_{x\to a}g(x)=0$이다.

동일하게, 극한값 $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$이 존재하고 $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}\neq 0$일 때, $\lim_{x\to a}f(x)=0$이면 $\lim_{x\to a}g(x)=0$이다.

두 실수 α, β와 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a}f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a}g(x)=\beta$일 때, a에 가까운 모든

실수 x에 대하여 $f(x)\leq g(x)$이면 $\alpha\leq\beta$이고, 따라서 함수 $h(x)$에 대하여 $f(x)\leq h(x)\leq g(x)$

이고, $\alpha=\beta$이면 $\lim_{x\to a}h(x)=\alpha$이다. $f(x)<g(x)$일 때, $\alpha=\beta$일 수 있다.

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{f(x)}$의 값은 $g(x)$의 차수가 $f(x)$의 차수보다 클 때

발산하고, $g(x)$의 차수가 $f(x)$의 차수보다 작을 때 0이며, $g(x)$의 차수와 $f(x)$의 차수가 같을 때

($g(x)$의 최고차항의 계수) ÷ ($f(x)$의 최고차항의 계수)이다.

29. 구간

a, b가 $a<b$인 실수일 때, 다음 네 집합 $\{x|a \le x \le b\}$, $\{x|a \le x < b\}$, $\{x|a < x \le b\}$,

$\{x|a<x<b\}$를 **구간**이라고 하며, 각각 기호로 $[a,\ b]$, $[a,\ b)$, $(a,\ b]$, $(a,\ b)$와 같이 나타낸다.

또한 $[a,\ b]$를 **닫힌구간**, $(a,\ b)$를 **열린구간**, $[a,\ b)$, $(a,\ b]$를 **반닫힌** 또는 **반열린 구간**이라 한다.

실수 a에 대하여 집합 $\{x|x \ge a\}$, $\{x|x \le a\}$도 구간이라 하며, 이를 각각 기호로 $[a,\ \infty)$,

$(-\infty,\ a]$ 와 같이 나타낸다. 또한 구간 '실수 전체의 집합'은 $(-\infty,\ \infty)$로 나타낸다.

30. 연속함수

함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$**일 때**, **함수** $f(x)$**는** $x=a$**에서 연속**이라고 한다.

* $\lim\limits_{x \to a} f(x)$**가 존재하고** $f(a)$**가 존재할 때(함수** $f(x)$**는** $x=a$**에서 정의될 때)**, 준 식이 성립한다.

즉, 함수가 **불연속인 경우**는 ① **함숫값**이 정의되지 않을 때, ② **극한값**이 존재하지 않을 때,

③ 함숫값이 정의되어 있고 극한값이 존재하지만 두 값이 서로 **같지 않을 때**이다.

함수 $f(x)$가 열린구간 $(a,\ b)$의 모든 x에서 연속일 때, $f(x)$는 열린구간 $(a,\ b)$에서 연속이다.

닫힌구간 $[a,\ b]$에서 함수의 연속성을 말할 때는 $\lim\limits_{x \to a+} f(x) = f(a)$, $\lim\limits_{x \to b-} f(x) = f(b)$가 **성립하고**

열린구간 $(a,\ b)$**에서 연속**일 때, 함수 $f(x)$는 **닫힌구간** $[a,\ b]$**에서 연속**이라고 정의한다.

유리함수(분수함수)는 분모가 0이 되는 경우를 제외한 모든 실수에서 연속이다.

31. 연속함수의 성질

사칙연산 (☆)에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속일 때, 극한의 성질에 의하여

$\lim_{x\to a} f(x) \star g(x) = \lim_{x\to a} f(x) \star \lim_{x\to a} g(x)$이 성립한다. (나눗셈의 경우 $g(a)\neq 0$일 때 성립한다.)

또한, 함수 $f(x)\star g(x)$의 연속성을 확인할 때, 함수 $f(x)$가 불연속인 x와 함수 $g(x)$가 불연속인 x에서의 연속성을 확인하면 된다. 나누기의 경우, $g(x)=0$인 x 또한 고려해야한다.

합성함수 $f(g(x))$의 연속성을 확인할 때 $g(x)$가 불연속인 x와 $f(x)$가 불연속인 $x=a$에 대하여 방정식 $g(x)=a$의 실근에서의 연속성을 확인하면 된다.

$x=a$에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ g(x) & (x\geq a)\end{cases}$는 $f(a)=g(a)$일 때 $\lim_{x\to a} h(x)=h(a)$가 성립한다.

$x=a$에서 연속인 함수 $f(x)$와 $x=a$에서 불연속이지만 우극한과 좌극한, 함숫값이 존재하는 함수 $g(x)$에 대하여 $f(a)=0$이면 함수 $f(x)g(x)$가 $x=a$에서 연속이다.

32. 최대·최소정리

함수 $f(x)$는 **닫힌구간** $[a,\ b]$**에서 연속**이면 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다. 이를 **최대·최소정리**라 하며, 닫힌구간이 아닌 구간에서 정의된 연속함수는 최대·최소정리가 성립하지 않을 수 있다.

33. 사이값의 정리

함수 $f(x)$는 **닫힌구간** $[a,\ b]$**에서 연속**이고 $f(a) \neq f(b)$이면 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 실수 k에 대하여 $f(c)=k$인 c가 열린구간 $(a,\ b)$에 적어도 하나 존재한다. 이를 **사이값의 정리**라고 한다.

방정식의 근을 함수와 x**축의 교점으로 생각**하여 근의 존재성을 파악할 수 있지만, **구체적인 근이나 근의 개수는 알 수 없다**.

34. 평균변화율

함수 $y=f(x)$는 x의 값이 a에서 b까지 변할 때, y의 값은 $f(a)$에서 $f(b)$까지 변한다. 이때 **값의 변화량**을 **증분**이라 하며, 기호로 각각 $\Delta x = b-a$, $\Delta y = f(b)-f(a) = f(a+\Delta x)-f(a)$와 같이 나타낸다. 또, $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a} = \dfrac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$를 x의 값이 a**에서** b**까지 변할 때**의 혹은, $x=a$**에서의** x**의 증분이** Δx**일 때**의 함수 $y=f(x)$의 **평균변화율**이라 한다.

따라서 **평균변화율**은 함수의 그래프에서 두 점을 지나는 **직선의 기울기**와 같은 의미이다.

35. 미분계수

일반적으로 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 $a+\Delta x$까지 변할 때의 평균변화율

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$에 대하여 $\Delta x \to 0$일 때 **평균변화율의 극한값이 존재하면** 함수 $y=f(x)$는

$x=a$에서 **미분가능하다**고 하고, 이 극한값을 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 **순간변화율** 또는

미분계수라고 하며, 이를 기호로 $f'(a)$와 같이 나타낸다.

$a+\Delta x=x$로 놓으면 $f'(a)=\lim\limits_{\Delta x \to 0}\dfrac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}=\lim\limits_{x \to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$와 같이 나타낼 수 있다.

$$\therefore f'(a)=\lim_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{h \to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{b \to a}\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

함수 $y=f(x)$가 어떤 **열린구간에 속하는 모든 x의 값에서 미분가능하면** 함수 $y=f(x)$는

그 **구간에서 미분가능하다**고 한다.

특히 함수 $y=f(x)$가 **정의역에 속하는 모든 x의 값에서 미분가능하면** 함수 $y=f(x)$는

미분가능한 함수라고 한다.

순간변화율(미분계수)은 곡선 $y=f(x)$위의 점 $(a,\ f(a))$에서의 **접선의 기울기**와 같다.

36. 미분가능성과 연속성

함수 $y=f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 함수 $y=f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.

그러나 역은 일반적으로 성립하지 않는다. 그 예시로는 $y=|x|$가 있다.

다항함수 $g(x)$에 대하여 $g(x)=0$**인** x**의 값에 대하여** $g'(x)=0$**일 때,**

함수 $y=|g(x)|$가 실수 전체의 집합에서 **미분가능한 함수**이다.

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수일 때, 함수 $\lim_{h\to0+}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ 또는

$\lim_{h\to0-}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$가 실수 전체의 집합에서 연속하다. 그러나 **역은 성립하지 않을 수 있다**.

37. 도함수

어떤 함수가 정의역에 속하는 모든 x에서 미분가능할 때, 정의역의 각 원소 x에 미분계수 $f'(x)$를 대응시키는 함수를 $y=f(x)$의 도함수라고 하며, 이것을 기호로 $f'(x)$, y', $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d}{dx}f(x)$와 같이 나타낸다.

38. 다항함수의 미분법

미분계수는 평균변화율의 극한이므로 도함수를 구할 때 **극한의 성질**을 그대로 이용할 수 있다.

극한의 성질 중 합, 차와 관련된 성질은 똑같이 적용되지만, 함수의 곱은 극한의 성질과 다르다.

미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$의 도함수는 $f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$이다.

$\therefore f(x)g(x)=\int f'(x)g(x)dx+\int f(x)g'(x)dx$이므로$\int f'(x)g(x)dx=f(x)g(x)-\int f(x)g'(x)$

$(x^n)'=nx^{n-1}$와 미분의 성질을 이용하면 모든 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.

39. 접선의 방정식

곡선 $y=f(x)$위의 점 $(a,\ f(a))$에서의 접선의 방정식은 $y-f(a)=f'(a)(x-a)$이다.

40. 롤의 정리와 평균값 정리

롤의 정리는 '**함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 열린구간 $(a,\ b)$에서 미분가능할 때, $f(a)=f(b)$이면 $f'(c)=0$인 c가 열린구간 $(a,\ b)$에 적어도 하나 존재한다.**'라는 정리이다.

롤의 정리는 함숫값이 같은 두 점을 지나는 미분가능한 함수의 그래프를 그려보면 **반드시 x축과 평행인 접선을 그릴 수 있고**, 그 접점은 그 두 점 사이에 존재한다는 뜻이다.

이때, $f(a)\neq f(b)$라면 함수 $g(x)=f(x)-\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)-f(a)$에 대하여 $g(a)=g(b)=0$이다.

롤의 정리에 의하여 $g'(c)=0$인 x가 적어도 하나 존재하고, 이때 $f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$이다.

평균값 정리는 **미분가능한 함수의 그래프 위의 두 점을 연결한 직선과 평행한 접선**을 그을 수 있는 **접점(미분계수가 평균변화율과 같은 점)이 구간 안에 적어도 하나 존재한다**는 뜻이다.

41. 함수의 증가와 감소

함수가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 수 x_1, x_2에 대하여

$x_1 < x_2$일 때, $f(x_1) < f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 **증가**한다고 하며,

$x_1 < x_2$일 때, $f(x_1) > f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 **감소**한다고 한다.

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 열린구간 $(a,\ b)$에서 미분가능하며 열린구간 $(a,\ b)$의 모든 x에 대하여 $f'(x) > 0$이면 함수 $f(x)$는 증가하고 $f'(x) < 0$이면 함수 $f(x)$는 감소한다.

함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 증가함수일 필요충분조건은 그 구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f'(x) \geq 0$이고 그 구간 내에서 함수 $f(x)$가 상수함수가 되는 구간이 존재하지 않는 것이다.

같은 방법으로 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 감소함수일 때 그 구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f'(x) \leq 0$이고 그 구간 내에서 함수 $f(x)$가 상수함수가 되는 구간이 존재하지 않는다.

42. 극대와 극소

함수 $f(x)$에서 $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x) \leq f(a)$이면

함수 $f(x)$는 $x=a$에서 **극대**라고 하며, $f(a)$를 **극댓값**이라고 한다.

이때 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이라면, $x=a$의 좌우에서 $f(x)$가 증가하다가 감소한다.

함수 $f(x)$에서 $x=b$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x) \geq f(b)$이면

함수 $f(x)$는 $x=b$에서 **극소**라고 하며, $f(a)$를 **극솟값**이라고 한다.

이때 함수 $f(x)$가 $x=b$에서 연속이라면, $x=b$의 좌우에서 $f(x)$가 감소하다가 증가한다.

이때 극댓값과 극솟값을 통틀어 극값이라고 한다.

극댓값과 극솟값의 정의에 따라서 **상수함수는 모든 실수에서 극값을 갖는다.**

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값 또는 극솟값을 갖고 $x=a$에서 미분가능할 때, $f'(a)=0$이다.

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 가진다고 해서 $f'(a)=0$인 것은 아니다.

그러나 **미분가능한 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다**.

하지만 미분가능한 함수 $f(x)$에서 $f'(a)=0$이라고 $x=a$에서 반드시 극값을 갖는 것은 아니다.

미분가능한 함수 $f(x)$가 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가 +에서 -로 바뀌면

$f(x)$는 $x=a$에서 극대이고, $f'(x)$의 부호가 -에서 +로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

43. 방정식과 부등식에의 활용

방정식 $f(x)=0$의 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표의 개수와 같다.

어떤 구간에서 부등식 $f(x)\ge 0$이 성립함을 보이려면 그 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값이 0보다 크거나 같음을 보이면 된다. 또 어떤 구간에서 부등식 $f(x)\ge g(x)$가 성립함을 보이려면 함수 $f(x)-g(x)$에 대하여 주어진 구간에서 부등식 $f(x)-g(x)\ge 0$이 성립함을 보이면 된다.

44. 삼차함수의 변곡점

변곡점은 함수의 그래프의 오목성과 볼록성이 바뀌는 점이다. 모든 삼차함수는 변곡점을 가지고 있으며, **삼차함수 $y=f(x)$의 그래프는 변곡점에 대해 대칭이다.**

극값을 가지는 삼차함수 $g(x)$의 도함수가 $g'(x)=3a(x-\alpha)(x-\beta)$일 때, 변곡점의 x좌표는 $\frac{\alpha+\beta}{2}$ 이다. 삼차방정식 $g(x)=t$가 서로 다른 세 실근을 가질 때 세 근의 합은 $\frac{3}{2}(\alpha+\beta)$이다.

삼차방정식 $g(x)=g(\alpha)$은 중근 $x=\alpha$ 이외에 하나의 실근 $x=m$을 가지며, $\frac{3}{2}(\alpha+\beta)=2\alpha+m$ 에서 $m=\frac{3\beta-\alpha}{2}$이다. 동일하게, 삼차방정식 $g(x)=g(\beta)$은 중근 $x=\beta$ 이외에 하나의 실근 $x=n$을 가지며, $\frac{3}{2}(\alpha+\beta)=2\beta+n$에서 $n=\frac{3\alpha-\beta}{2}$이다. $\alpha<\beta$라 할 때, 다섯 점

$$\left(\frac{3\alpha-\beta}{2},\ f\left(\frac{3\alpha-\beta}{2}\right)\right),\ (\alpha,\ f(\alpha)),\ \left(\frac{\alpha+\beta}{2},\ f\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\right),\ (\beta,\ f(\beta)),\ \left(\frac{3\beta-\alpha}{2},\ f\left(\frac{3\beta-\alpha}{2}\right)\right)$$

의 x좌표는 등차수열을 이룬다. 삼차함수의 그래프와 접선이 만나는 점의 좌표를 구할 때, 등차수열을 이룬다는 사실을 이용하면 쉽게 구할 수 있다.

45. 다항함수의 부정적분

x에 대한 함수 $F(x)$를 미분하여 $f(x)$가 될 때, 함수 $F(x)$를 $f(x)$의 부정적분이라고 하며,

이것을 기호로 $\int f(x)dx$와 같이 나타낸다. 이때 C를 적분상수라고 한다.

함수 $f(x)$를 적분한다는 것은 함수 $f(x)$의 부정적분을 구하는 것과 같다.

함수 $y=x^n$(n은 음이 아닌 정수)의 부정적분은 $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$ (단, C는 적분상수)이다.

부정적분은 미분의 역의 관계이므로 미분의 성질을 그대로 이용할 수 있다.

따라서 미분의 성질 중 함수의 실수배, 합, 차의 미분법은 부정적분에서 똑같이 적용된다.

46. 정적분

닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 서로 다른 부정적분을 $F_1(x)$, $F_2(x)$라 할 때,

$a<b$인 두 실수 a, b에 대하여 $F_2(b)-F_2(a)=F_1(b)-F_1(a)$이므로

부정적분의 두 함숫값의 차이는 적분상수의 값에 관계없이 하나의 값으로 정해진다.

이와 같이 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라고 할 때, $F(b)-F(a)$를 $f(x)$의 a에서 b까지의

정적분이라고 하며, 이것을 기호로 $F(b)-F(a)=\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b$와 같이 나타낸다.

정적분은 어떤 변수를 사용하던지 그 결과는 상수 값을 가지므로 항상 같다.

즉, $\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(y)dy=\int_a^b f(t)dt$이다.

그러나 부정적분은 함수를 나타내므로 $\int f(x)dx \neq \int f(y)dy \neq \int f(t)dt$이다.

정적분 $\int_a^b f(x)dx$을 $a>b$일 때 $-\int_b^a f(x)dx$로, $a=b$일 때 정적분을 0으로 정의한다.

따라서 $\int_a^b f(x)dx$의 값은 a, b의 대소에 관계없이 항상 $F(b)-F(a)$로 정의할 수 있다.

또한 $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=\frac{d}{dx}\{F(x)-F(a)\}=f(x)$ (단, $a<x<b$)가 성립하므로

닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)$ (단, $a<x<b$)이다.

함수의 실수배, 합과 차의 부정적분에 대한 성질이 정적분에 대해서도 성립한다.

또한, 세 실수 a, b, c를 포함하는 구간에서 함수 $f(x)$가 연속일 때,

$\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$이다.

47. 넓이

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로

둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\int_{a}^{b}|f(x)|dx$이다.

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$ 및 두 직선

$x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\int_{a}^{b}|f(x)-g(x)|dx$이다.

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 함수 $y=f(x)$의 역함수가 $y=g(x)$일 때,

두 함수의 그래프가 직선 $y=x$에 대하여 대칭임을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있다.

또한, $\int_{a}^{b}f(x)dx+\int_{f(a)}^{f(b)}g(x)dx=bf(b)-af(a)$가 성립한다.

48. 위치와 속도, 속력과 가속도, 그리고 속도와 거리

점 P가 수직선 위를 움직일 때, 시각 t에서의 점 P의 **위치**를 $x=f(t)$라 하자.

$x=f(t)$의 순간변화율을 시각 t에서의 점 P의 **속도**(v)라고 하며, 그 절댓값을 **속력**이라고 한다.

또한, 시각 t에서의 점 P의 속도(v)의 순간변화율을 시각 t에서의 점 P의 **가속도**(a)라고 한다.

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$, 시각 t_0에서의 점 P의 위치를 x_0라고 하면 시각 t에서 점 P의 위치 x는 $x_0+\int_{t_0}^{t} v(t)dt$이고, 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P의 위치의 변화량은 $\int_{a}^{b} v(t)dt$이다. 수직선 위를 움직이는 점의 운동방향은 양, 음의 방향 모두 있으므로 물체의 위치의 변화량과 실제 움직인 거리는 서로 다르다. 따라서 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는 $s=\int_{a}^{b} |v(t)|dt$이다.

49. 베타함수 $B(p,\ q)=\int_{0}^{1} x^{p-1}(1-x)^{q-1}dx$

최고차항의 계수가 a인 이차함수의 그래프와 두 점 $(\alpha,\ f(\alpha))$, $(\beta,\ f(\beta))$에서 만나는 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\left|\frac{a}{6}(\beta-\alpha)^3\right|$이다. 최고차항의 계수가 a인 삼차함수의 그래프와 두 점 $(\alpha,\ f(\alpha))$, $(\beta,\ f(\beta))$에서 만나는 접선으로 둘러싸인 넓이는 $\left|\frac{a}{12}(\beta-\alpha)^4\right|$이다.

삼차함수가 $x=\alpha$, $x=\beta$에서 극값을 가질 때, 두 극값의 차는 $\left|\frac{a}{2}(\beta-\alpha)^3\right|$이고, “**두 극점을 지나는 직선의 기울기=$\frac{2}{3}$×(변곡점에서의 접선의 기울기)**”가 성립한다.