

제 2 교시

Ambitious Penguin

수학1 - 1. 지수와 로그

1. 다음을 만족시키는 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [3점]

$$\log a = 3 - \log(a+b)$$

(2017학년도 경찰대학교 1번)

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 32

2. 두 양수 a, b ($a > b$)에 대하여

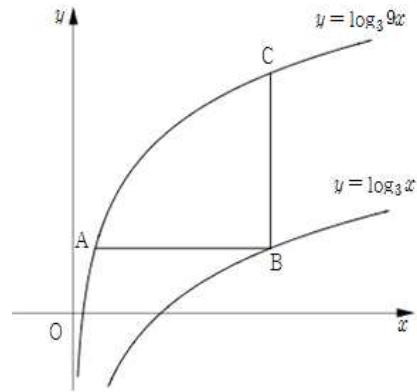
$$9^a = 2^{\frac{1}{b}}, \quad (a+b)^2 = \log_3 64$$

일 때, $\frac{a-b}{a+b}$ 의 값은? [4점]

(2020학년도 사관학교 나형 15번)

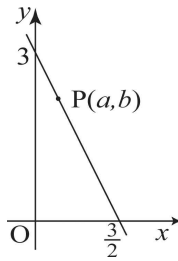
- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{30}}{6}$

3. 곡선 $y = \log_3 9x$ 위의 점 $A(a, b)$ 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_3 x$ 와 만나는 점을 B, 점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_3 9x$ 와 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $a+3^b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]
(2019학년도 사관학교 가형 13번)



- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(0,3)$ 과 $(\frac{3}{2}, 0)$ 을 지나는 직선 l 이 있다. 이 직선 위의 임의의 한 점을 $P(a, b)$ 라 할 때, $9^a + 3^b$ 의 최솟값은? [3점]
(2005학년도 사관학교 이과 11번/문과 11번)



- ① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$
- ③ $4\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$
- ⑤ $6\sqrt{3}$

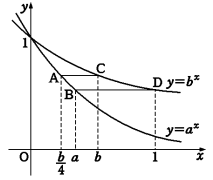
5. 다음이 성립할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

$$\log x + \log 3 = 2 \log(2x - 3y) - \log y$$

(2009학년도 경찰대학교 5번)

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 5

6. 그림과 같이 $0 < a < b < 1$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a^x$ 위의 두 점 A, B의 x 좌표는 각각 $\frac{b}{4}, a$ 이고, 곡선 $y = b^x$ 위의 두 점 C, D의 x 좌표는 각각 $b, 1$ 이다. 두 선분 AC와 BD가 모두 x 축과 평행할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? [3점]
(2013학년도 사관학교 이과 7번/문과 7번)



- ① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{11}{16}$

7. $60^a = 5, 60^b = 6$ 일 때, $12^{\frac{2a+b}{1-a}}$ 의 값을 구하시오. [3점]
 (2017학년도 경찰대학교 21번)

9. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $n^{\frac{4}{k}}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 자연수 k 의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어 $f(6) = 3$ 이다. $f(n) = 8$ 을 만족시키는 n 의 최솟값을 구하시오. [4점]
 (2018학년도 사관학교 나형 28번)

8. 부등식 $x^{\log x} < 1000 \cdot 9^{\log_3 x}$ 를 만족시키는 자연수 x 의 개수는?
 (2005학년도 경찰대학교 19번)

- ① 911 ② 933 ③ 955 ④ 977 ⑤ 999

10. 연립방정식

$$\begin{cases} \frac{2}{\log_x 4} + \frac{1}{\log_y 2} = 3 \\ \log_2 3x + \log_{\sqrt{2}} y = \log_2 48 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

(2006학년도 사관학교 문과 26번)

12. 방정식 $\sqrt{15}x^{\log_{15}x} = x^2$ 의 모든 실근의 곱은?

(2012학년도 경찰대학교 7번)

- ① 15 ② 15^2 ③ 30 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\sqrt{15}$

11. $x > 1$ 일 때, $\log_x 1000 + \log_{100} x^4$ 가 $x = a$ 에서 최솟값 m 을 갖는

다. $\log_{10} a^m$ 의 값은? [3점]

(2020학년도 경찰대학교 2번)

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

13. 1 보다 큰 세 실수 a, b, c 에 대하여 두 등식

$$\begin{cases} a^2 b^3 = 64 \\ 3(\log_a c)^2 - 2(\log_b c)^2 = -(\log_a c)(\log_b c) \end{cases}$$

이 성립하도록 하는 두 수 a 와 b 에 대하여 $\log_2 ab$ 의 값은?
 [4점]
 (2006학년도 사관학교 문과 18번)

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

14. 지수부등식 $a \cdot 4^x + 12 \cdot 2^x + b > 0$ 의 해가 $1 < x < 2$ 일 때,
 $a+b$ 의 값은?
 (2002학년도 경찰대학교 11번)

15. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$2^{4x} + a \cdot 2^{2x-1} + 10 > \frac{3}{4}a$$

를 만족시키는 자연수 a 의 최댓값은? [3점]
(2011학년도 사관학교 문과 9번)

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

16. 1보다 큰 실수 a 에 대하여 두 함수

$$f(x) = a^{2x}, g(x) = a^{x+1} - 2$$

가 있다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$ 를

$h(x) = |f(x) - g(x)|$ 라 하자. $y = h(x)$ 의 그래프에 대한 설명
으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

(2012학년도 사관학교 이과 24번/문과 24번)

<보 기>

ㄱ. $a = 2\sqrt{2}$ 일 때 $y = h(x)$ 의 그래프와 x 축은 한 점에서 만난다.

ㄴ. $a = 4$ 일 때 $x_1 < x_2 < \frac{1}{2}$ 이면 $h(x_1) > h(x_2)$ 이다.

ㄷ. $y = h(x)$ 의 그래프와 직선 $y = 1$ 이 오직 한 점에서 만나는 a 의 값이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학1 - 2. 삼각함수

17. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $|\sin 2x| = \frac{1}{2}$ 의 모든 실근의 합은?

[3점]

(2021학년도 사관학교 나형 10번)

- ① 4π ② 6π ③ 8π ④ 10π ⑤ 12π

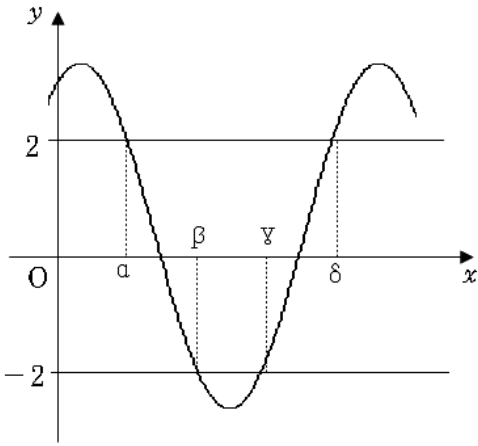
18. 폐구간 $[0, 8\pi]$ 에서 $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{3}$ 일 때, 모든 근의 합은?

(2000학년도 경찰대학교 11번)

19. $\tan x = \sqrt{3}$ 일 때, $\sin^4 x + \cos^4 x$ 의 값은?

(1999학년도 경찰대학교 16번)

20. 곡선 $y = 3\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ 와 두 직선 $y = 2, y = -2$ 가 만나는 점의 x 좌표를 원점에서 가까운 것부터 차례대로 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 할 때, $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값은? [3점]
 (2004학년도 사관학교 문과 9번)



- ① $\frac{5\pi}{2}$
- ② 3π
- ③ $\frac{7\pi}{2}$
- ④ 4π
- ⑤ $\frac{9\pi}{2}$

21. 삼각형 ABC의 넓이는 12이고, 이 삼각형의 외접원의 넓이는 15π 이다. 이 외접원의 중심을 O라고 할 때, 다음 식의 값은?
 (2013학년도 경찰대학교 2번)

$$\sin(\angle AOB) + \sin(\angle BOC) + \sin(\angle COA)$$

- ① $\frac{6}{5}$
- ② $\frac{7}{5}$
- ③ $\frac{8}{5}$
- ④ $\frac{9}{5}$
- ⑤ 2

22. $A = \cos \frac{2}{5}\pi, B = \sin \frac{2}{5}\pi, C = \cos\left(\sin \frac{2}{5}\pi\right), D = \sin\left(\sin \frac{2}{5}\pi\right)$

일 때, A, B, C, D 의 대소 관계를 나타내면?

(1999학년도 경찰대학교 9번)

23. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC} = \sqrt{7}, \overline{BD} = \sqrt{13}, \angle ABC = 60^\circ$

이고 두 대각선이 이루는 각의 크기가 θ 일 때, $\sin^2\theta$ 의 값은?

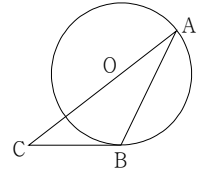
(2010학년도 경찰대학교 9번)

- ① $\frac{27}{91}$
- ② $\frac{30}{91}$
- ③ $\frac{33}{91}$
- ④ $\frac{36}{91}$
- ⑤ $\frac{39}{91}$

24. 사각형 $ABCD$ 에서 $\overline{AC}, \overline{BD}$ 의 교점을 O 라 할 때,
 $\triangle ABO$ 의 넓이가 10, $\triangle CDO$ 의 넓이가 90일 때, $\square ABCD$
 넓이의 최솟값은?
 (2003학년도 경찰대학교 17번)

- ① 150 ② 160 ③ 200 ④ 210 ⑤ 250

25. 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의
 길이가 3인 원 위의 점 A 에 대하여
 $\sin(\angle OAB) = \frac{1}{3}$ 이 되도록 원 위에 점
 B 를 잡는다. 점 B 에서의 접선과 선분
 AO 의 연장선이 만나는 점을 C 라 할
 때, 삼각형 ACB 의 넓이는?
 (2012학년도 경찰대학교 19번)



- ① $\frac{24}{7}\sqrt{2}$ ② $\frac{26}{7}\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
 ④ $\frac{30}{7}\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{32}{7}\sqrt{2}$

수학 1 - 3. 수열

26. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{3}{2}$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n-1} + a_{2n} = 2a_n$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값은? [3점]

(2021학년도 사관학교 나형 13번)

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

27. 첫째항이 27 이고 공차가 -2 인 등차수열이 있다. 첫 항부터 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때 S_n 의 최댓값은?

(2005학년도 경찰대학교 7번)

- ① 191 ② 196 ③ 201 ④ 206 ⑤ 211

28. 첫째항이 2004인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $b_n = 1 + \sum_{k=1}^n a_k$ 로

정의되는 수열 $\{b_n\}$ 도 등비수열일 때, b_2 의 값은 ? [3점]

(2005학년도 사관학교 이과 17번/문과 17번)

- ① 2004^2 ② $2004 \cdot 2005$ ③ 2005^2
④ $1 + 2004^2$ ⑤ $1 + 2005^2$

29. $\sum_{k=1}^{100} (k-2)^2 - \sum_{k=1}^{101} 4 + 4 \sum_{k=1}^{100} k - \sum_{k=2}^{101} (k-1)^2$ 의 값은? [3점]

(2002학년도 사관학교 이과 5번/문과 5번)

- ① -400 ② -4 ③ 0
 ④ 4 ⑤ 400

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2-a_n} & (a_n > 2) \\ a_n + 2 & (a_n \leq 2) \end{cases}$$

이다. $\sum_{k=1}^m a_k = 12$ 를 만족시키는 자연수 m 의 최솟값은? [4점]

(2020학년도 사관학교 나형 14번)

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

31. 삼각형 T_n 의 넓이가 $a_n = -n^2 + 24n + 20$ 일 때, a_1, a_2, \dots, a_m 중에서 최댓값과 최솟값의 합은? (단, $n = 1, 2, \dots, m$ 이고 $a_m a_{m+1} < 0$)

(2006학년도 경찰대학교 5번)

- ① 149 ② 159 ③ 164 ④ 184 ⑤ 207

32. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2)=f(x)$ 를 만족시키고 $f(x)=2-|x-1|$ ($0 \leq x < 2$)이다. 2 이상인 자연수 n 에 대하여 $y=\log_n x$ 의 그래프와 $y=f(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

(2016학년도 경찰대학교 10번)

- ① 250 ② 270 ③ 290
- ④ 310 ⑤ 330

33. 두 실수 a, b 와 수열 $\{c_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(m+2)$ 개의 수 $a, \log_2 c_1, \log_2 c_2, \dots, \log_2 c_m, b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
 (나) 수열 $\{c_n\}$ 의 첫째항부터 제 m 항까지의 항을 모두 곱한 값은 32이다.

$a+b=1$ 일 때, 자연수 m 의 값을 구하시오. [4점]

(2021학년도 사관학교 가형 26번/나형 16번)

34. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = (4n^2 - 1)2^n + 1$$

을 만족시킬 때, b_6 의 값을 구하시오. [4점]

(2009학년도 사관학교 이과 28번/문과 28번)

35. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(k)$ 가

$$f(k) = \begin{cases} k-2 & (k \geq 4) \\ f(f(k+3)) & (k < 4) \end{cases}$$

을 만족할 때, $\sum_{k=1}^{20} f(k)$ 의 값은? [4점]

(2007학년도 사관학교 문과 18번)

- ① 168 ② 172 ③ 176 ④ 180 ⑤ 184

36. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 은 $S_n = n^3 + pn$ 이고, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 모두 만족시킨다.

$$(가) \ b_1 = a_1$$

$$(나) \ b_n = a_n - a_{n-1} \ (n \geq 2)$$

수열 $\{b_n\}$ 이 등차수열일 때, 상수 p 의 값은? [3점]

(2008학년도 사관학교 문과 7번)

- ① 3 ② $\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ -1 ⑤ -3

37. 첫째항이 20이고 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + (-1)^{n+1}a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이라 하자. $\sum_{k=1}^{20} b_k$ 의 값을 구하여라. [4점]

(2014학년도 사관학교 A형 29번)

38. $a_1 = 1, 2a_{n+1} = a_n^2 + 2a_n$ 일 때,

$$\frac{1}{2+a_1} + \frac{1}{2+a_2} + \frac{1}{2+a_3} + \dots + \frac{1}{2+a_{2001}}$$

을 간단히 하면?

(2002학년도 경찰대학교 20번)

- ① a_{2002}
- ② $1 - a_{2002}$
- ③ $1 + a_{2002}$
- ④ $1 - \frac{1}{a_{2002}}$
- ⑤ $1 + \frac{1}{a_{2002}}$

39. 수열 $\{a_n\}$ 은 $\sum_{k=1}^n a_k = n^3$ 을 만족할 때 $\sum_{k=1}^{100} a_{2k}$ 의 값을 99 로 나눈 나머지는?
(2005학년도 경찰대학교 15번)

- ① 7 ② 19 ③ 37 ④ 63 ⑤ 87

40. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \log_2 x$ 의 점 $(n, \log_2 n)$ 과 곡선 $y = 2^x$ 의 점 $(\log_2 n, n)$ 을 잇는 선분에 있는 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n 이라 하자. 이때, $\sum_{n=1}^{2011} a_n$ 의 값은?

(2011학년도 경찰대학교 24번)

- ① 2000 ② 2003 ③ 2006 ④ 2009 ⑤ 2012

41. 자연수 n 에 대하여 $\frac{n(n+1)}{2}$ 을 3 으로 나눈 나머지를 a_n 이
 라 할 때, $\sum_{n=1}^{2007} a_n$ 의 값은?
 (2007학년도 경찰대학교 8번)

- ① 661 ② 663 ③ 665 ④ 667 ⑤ 669

42. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\sum_{k=1}^n \frac{2^k P_k}{2^k} \leq \frac{(2n)!}{2^n} \dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = 1$ 일 때
 (좌변) = $\frac{2^1 P_1}{2^1} = 1$ 이고, (우변) = $\frac{(2 \times 1)!}{2^1} = \frac{2!}{2} = 1$ 이므로
 (*)이 성립한다.

(ii) $n = m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m \frac{2^k P_k}{2^k} \leq \frac{(2m)!}{2^m}$$
 이다. $n = m+1$ 일 때,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} \frac{2^k P_k}{2^k} &= \sum_{k=1}^m \frac{2^k P_k}{2^k} + \frac{2^{m+2} P_{m+1}}{2^{m+1}} \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{2^k P_k}{2^k} + \frac{\text{(나)}}{2^{m+1} \times (m+1)!} \\ &\leq \frac{(2m)!}{2^m} + \frac{\text{(나)}}{2^{m+1} \times (m+1)!} \\ &= \frac{\text{(나)}}{2^{m+1}} \times \left\{ \frac{1}{\text{(다)}} + \frac{1}{(m+1)!} \right\} \\ &< \frac{(2m+2)!}{2^{m+1}} \end{aligned}$$
 이다. 따라서 $n = m+1$ 일 때 도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{2^k P_k}{2^k} \leq \frac{(2n)!}{2^n}$$
 이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $p + \frac{f(2)}{g(4)}$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 사관학교 가형 17번/나형 18번)

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

수학2 - 1. 함수의 극한과 연속

43. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax + 1} - x + b) = 1$ 일 때 $a + 2b$ 의 값은?

(2002학년도 경찰대학교 9번)

44. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 8x + a}{x - 6} & (x \neq 6) \\ b & (x = 6) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

(2019학년도 사관학교 나형 25번)

45. 다항식 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

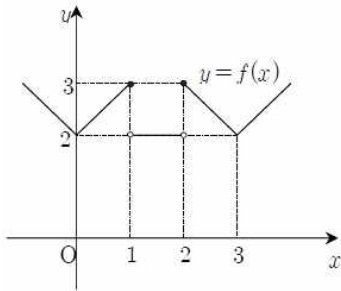
$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + 2x + 3} = \frac{11}{3}$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = -11$$

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x - 3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

(2011학년도 사관학교 이과 26번)

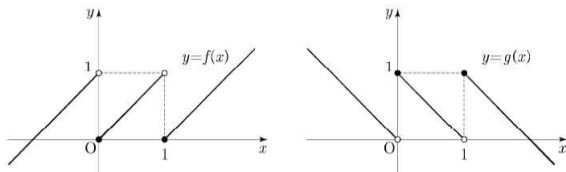
46. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]
(2008학년도 사관학교 이과 9번)



- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} (f \circ f)(x) = 2$
- ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} (f \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (f \circ f)(x)$
- ㄷ. 함수 $(f \circ f)(x)$ 는 $x=3$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

47. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]
(2015학년도 사관학교 A형 11번)

- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 2$
 - ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(f(x)) = 0$
 - ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

48. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a}{4c} & (x \neq c) \\ \sqrt{x^2 + b} - \sqrt{c^2 + b} & (x = c) \end{cases}$ 가 $x=c$ 에서 연속이 되도록 하는 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 최솟값은? [4점]
(2017학년도 경찰대학교 6번)

- ① 0 ② $-\frac{1}{8}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ -1

49. $R(k)$ 는 함수 $y = -x^2 + 10$ 과 $y = k$ ($-10 < k < 10$) 의 그래프의 교점 중 오른쪽 점의 x 좌표이다. 이 때,

$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{R(k) - R(-k)}{k}$ 의 값은? [3점]

(2003학년도 사관학교 문과 24번)

- ① ∞ ② 0 ③ $-\frac{1}{\sqrt{10}}$
- ④ $\frac{1}{\sqrt{10}}$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{10}}$

수학2 - 2. 미분

50. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + (a+6)x + 2$ 가 극값을 갖지 않도록 하는 정수 a 의 개수는? [3점]
(2015학년도 사관학교 A형 6번)

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

51. 함수 $f(n)$ 이 $f(n) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n + 3x - 4}{x - 1}$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} f(n)$ 의 값은?
[4점]
(2015학년도 경찰대학교 6번)

- ① 65 ② 70 ③ 75 ④ 80 ⑤ 85

52. 이차함수 $f(x)$ 와 연속함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $(x-2)g(x) = f(x) - f(2)$ 를 만족시킬 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

(2012학년도 사관학교 문과 11번)

<보기>

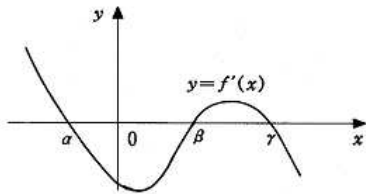
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = f'(2)$

ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $(x-2)g'(x) = f'(x) - g(x)$

ㄷ. $x > 2$ 일 때, $g(x) < f'(x)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

53. 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $y=f'(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같다. $f'(\alpha)=0, f'(\beta)=0, f'(\gamma)=0$ 이고, $f(\alpha)=4, f(\beta)=-4, f(\gamma)=-1, f(0)=-3$ 일 때, 방정식 $|f(x)|-3=0$ 의 실근의 개수는? [4점]
(2003학년도 사관학교 이과 15번/문과 15번)



- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

54. 두 함수 $f(x)=2x^3-3x^2, g(x)=x^2-1$ 에 대하여 방정식 $(g \circ f)(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]
(2009학년도 사관학교 이과 12번)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

55. 실수 t 에 대하여 $f(x)=x+t$ 라 할 때, 직선 $y=f(x)$ 가 곡선 $y=|x^2-4|$ 와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=\frac{x}{2}+2$ 가 만나는 점의 개수는? [4점]
(2020학년도 경찰대학교 7번)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

56. 곡선 $y = x^3 + 1$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 중심이 y 축 위에 있는 원이 점 $(1, 2)$ 에서 직선 l 에 접할 때, 이 원의 넓이는? [4점]

(2021학년도 경찰대학교 13번)

- ① $\frac{5}{9}\pi$ ② $\frac{8}{9}\pi$ ③ π ④ $\frac{10}{9}\pi$ ⑤ $\frac{13}{9}\pi$

57. 좌표평면에서 직선 $y = mx + 8$ 이 곡선 $y = x^3 + 2x^2 - 3x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 m 의 값은? [3점]

(2011학년도 사관학교 이과 7번)

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

58. 두 곡선 $y=2x^2+6$, $y=-x^2$ 에 모두 접하고 기울기가 양수인 직선 l 이 있다. 직선 l 과 곡선 $y=2x^2+6$ 의 접점을 P, 직선 l 과 곡선 $y=-x^2$ 의 접점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이는? [4 점]

(2017학년도 경찰대학교 14번)

- ① $2\sqrt{31}$ ② $8\sqrt{2}$ ③ 12
- ④ $5\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{17}$

59. 오른쪽 그림과 같이 포물선

$y=-3x^2$ 위에 서로 다른 두 점

P_1, P_2 가 있고, 포물선 $y=(x-4)^2$

위에 두 점 Q_1, Q_2 가 있다. 점 P_1

에서의 접선과 점 Q_1 에서의 접선이

서로 평행하고, 점 P_2 에서의 접선

과 점 Q_2 에서의 접선이 서로 평행

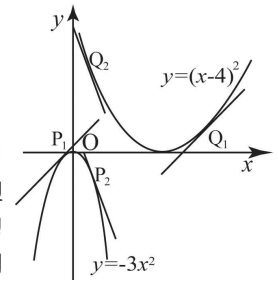
할 때, 직선 P_1Q_1 과 직선 P_2Q_2 의

교

점의 좌표는 ? [3점]

(2005학년도 사관학교 이과 20번)

- ① (2,1) ② (2,0) ③ (1,1)
- ④ (1,-1) ⑤ (1,0)



60. 사차함수 $f(x) = k(x-1)(x-a)(x-a+1)(x-a+2)$ ($k > 0$)이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 사차방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
- (나) 함수 $f(x)$ 의 두 극솟값의 곱은 25이다.

두 상수 a, k 에 대하여 ak 의 값은? [4점]

(2020학년도 경찰대학교 16번)

- ① 30 ② 40 ③ 45 ④ 50 ⑤ 60

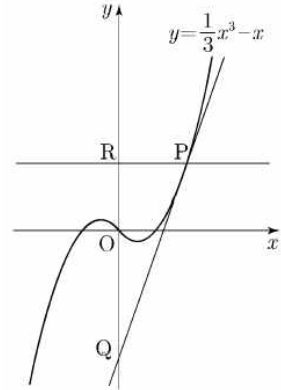
61. 다항함수 $f(x), g(x), h(x)$ 에 대하여 $g(x)$ 는 $f(x)$ 의 도함수이고, $h(x)$ 는 $g(x)$ 의 도함수라 하자. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) + h(x) = 2g(x) + x^4 + 1$ 이 성립할 때, $f(-1)$ 의 값을 구하여라. [4점]

(2012학년도 사관학교 문과 27번)

62. 방정식 $|x^2 - 2x - 6| = |x - k| + 2$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [4점]
 (2017학년도 경찰대학교 15번)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

63. 곡선 $y = \frac{1}{3}x^3 - x$ 위의 점 중에서 제1사분면에 있는 한 점을 $P(a, b)$ 라 하자. 점 P 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 Q 라 하고, 점 P 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 y 축과 만나는 점을 R 라 하자. $\overline{OQ} : \overline{OR} = 3 : 1$ 일 때, ab 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]
 (2015학년도 사관학교 A형 18번)



- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

64. $1 \leq k < l < m \leq 10$ 인 자연수 k, l, m 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

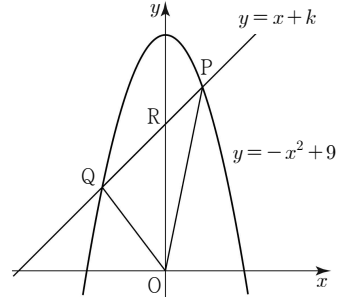
$$f'(x) = (x+1)kx^l(x-1)^m$$

일 때, $x=0$ 에서 $f(x)$ 가 극댓값을 갖도록 하는 순서쌍 (k, l, m) 의 개수를 구하시오. [4점]

(2018학년도 경찰대학교 24번)

65. 그림과 같이 직선 $y = x + k$ ($3 < k < 9$)가 곡선 $y = -x^2 + 9$ 와 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하고, y 축과 만나는 점을 R라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이고, 점 P의 x 좌표는 점 Q의 x 좌표보다 크다.) [4점]

(2017학년도 사관학교 나형 20번)



- < 보 기 >
- ㄱ. 선분 PQ의 중점의 x 좌표는 $-\frac{1}{2}$ 이다.
 - ㄴ. $k=7$ 일 때, 삼각형 ORQ의 넓이는 삼각형 OPR의 넓이의 2배이다.
 - ㄷ. 삼각형 OPQ의 넓이는 $k=6$ 일 때 최대이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학2 - 3. 적분

66. 함수
- $f(x)$
- 와 상수
- a
- 가 모든 실수
- x
- 에 대하여 등식

$$6 + \int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = x$$

를 만족시킬 때, $f(a)$ 의 값을 구하여라. [3점]

(2014학년도 경천대학교 21번)

67. 자연수
- n
- 에 대하여 두 함수
- $f(x), g(x)$
- 를

$$f(x) = x^2 - 6x + 7,$$

$$g(x) = x + n$$

이라 하자. $n=1$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 직선 $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

(2016학년도 사관학교 A형 11번)

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ 3 ④ $\frac{19}{6}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

68. 다항함수
- $f(x)$
- 가 모든 실수
- x
- 에 대하여

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \left(\int_0^1 f(x) dx \right)^2$$

을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

(2019학년도 사관학교 나형 14번)

- ① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{11}{4}$ ④ 3 ⑤ $\frac{13}{4}$

69. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$x^2 \int_1^x f(t)dt - \int_1^x t^2 f(t)dt = x^4 + ax^3 + bx^2$$

을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]
(2015학년도 사관학교 A형 10번)

- ① 17
- ② 19
- ③ 21
- ④ 23
- ⑤ 25

70. $f(x) = x^3 - 3x^2 + \int_0^2 g(t) dt$, $g(x) = 3x^2 + 2 + \int_{-1}^1 f(t) dt$

일 때, $f(x) + g(x)$ 는?

(2004학년도 경찰대학교 23번)

- ① $x^3 - 8$
- ② $x^3 - 12$
- ③ $x^3 - \frac{8}{3}$
- ④ $x^3 - \frac{16}{3}$
- ⑤ $x^3 - 16$

71. 실수 p 에 대하여 이차방정식 $x^2 - 2px + p - 1 = 0$ 의 두 실근을

α, β ($\alpha < \beta$)라 할 때, $\int_{\alpha}^{\beta} |x - p| dx$ 의 최솟값은? [4점]

(2018학년도 경찰대학교 10번)

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

72. 수열 $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$a_n = \int_0^1 x^n(x-1)dx \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [3점]

(2014학년도 사관학교 A형 9번)

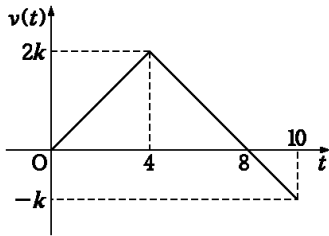
- ① $-\frac{5}{12}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{12}$

73. 그림은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 초 ($0 \leq t \leq 10$)에서의 속도 $v(t)$ 를 나타낸 것이다. 점 P의 시각

t 초에서의 위치를 $x(t)$ 라 할 때, $x(10) = \frac{35}{3}$ 이다. 출발 후 10초

동안 점 P가 움직인 거리는? (단, k 는 양의 상수이고, 점선은 좌표축에 평행하다.) [3점]

(2013학년도 사관학교 문과 9번)



- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

74. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) \text{를 } g(x) = \int_0^x |f(t) - 2t| dt \text{로 정의하자. 다음 조건을 만족}$$

시키는 이차함수 f 중에서 $f(1)$ 의 최솟값은? [4점]

(2017학년도 경찰대학교 11번)

$g'(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

75. 함수 $f(x)$ 의 도함수가 $f'(x) = 4x^3 - 4x$ 이고, $f(x)$ 의 극댓값이 k 일 때, 직선 $y = k$ 와 곡선 $y = f(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?
[4점]

(2013학년도 사관학교 문과 20번)

- ① $\frac{8\sqrt{2}}{15}$ ② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{2}}{5}$
- ④ $\frac{14\sqrt{2}}{15}$ ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{15}$

76. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 a 가 다음 조건을 만족할 때, a 의 값은? [4점]

(2020학년도 경찰대학교 14번)

(가) 모든 실수 t 에 대하여 $\int_{a-t}^{a+t} f(x) dx = 0$ 이다.
 (나) $f(a) = f(0)$
 (다) $\int_0^a f(x) dx = 144$

- ① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ $5\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

77. 함수 $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 8x + 1$ 과 이차함수 $g(x)$ 는 어떤 실수 α 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- | |
|--|
| (가) $f(\alpha) = g(\alpha), f'(\alpha) = g'(\alpha)$
(나) $f(\alpha+1) = g(\alpha+1), f'(\alpha+1) = g'(\alpha+1)$ |
|--|

두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_1 , 곡선 $y = g(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_2 라 할 때,

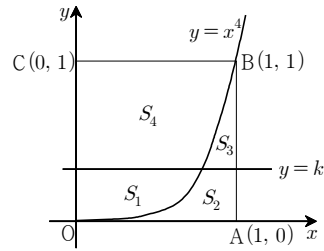
$\frac{S_2}{S_1}$ 의 값은? [5점]

(2017학년도 경찰대학교 19번)

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 335 ⑤ 40

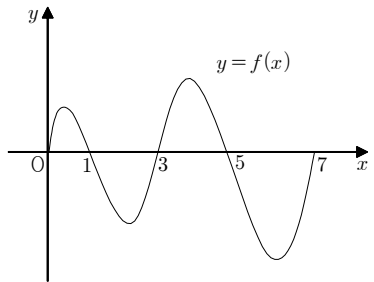
78. 좌표평면 위에 네 점 $O(0, 0), A(1, 0), B(1, 1), C(0, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형 $OABC$ 가 있다. 곡선 $y = x^4$ 과 직선 $y = k$ ($0 < k < 1$) 에 의해 정사각형 $OABC$ 를 네 영역으로 나눌 때, 그림과 같이 네 영역의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, S_4 라 하자. 이때, $|S_1 - S_3| + |S_2 - S_4|$ 의 최솟값은? [4점]

(2010학년도 사관학교 이과 16번)



- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

79. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ 라 하자. [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 정의역은 $\{x \mid 0 \leq x \leq 7\}$ 이다.) [3점]
 (2007학년도 사관학교 이과 15번)



- <보 기>
- ㄱ. $g(x)$ 는 $x = 5$ 에서 극대값을 갖는다.
 - ㄴ. $g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 최솟값을 갖는다.
 - ㄷ. $g(5) = g(1) - \left| \int_1^3 f(t)dt \right| + \left| \int_3^5 f(t)dt \right|$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

80. 직선 l 이 함수 $f(x) = x^4 - 2x^2 - 2x + 3$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 접할 때, 직선 l 과 곡선 $y = f(x)$ 로 둘러싸인 영역의 넓이가 A 이다. $30A$ 의 값을 구하시오. [5점]
 (2015학년도 경찰대학교 25번)

[정답]

1번: ④
 2번: ④
 3번: ⑤
 4번: ⑤
 5번: ③
 6번: ③
 7번: 150
 8번: ⑤
 9번: 64
 10번: 20
 11번: ①
 12번: ②
 13번: ④
 14번: -18
 15번: ②
 16번: ③
 17번: ③
 18번: 16π
 19번: $\frac{5}{8}$
 20번: ①
 21번: ③
 22번: $A < C < D < B$
 23번: ①
 24번: ②
 25번: ⑤
 26번: ②
 27번: ②
 28번: ③
 29번: ②
 30번: ③
 31번: ④
 32번: ⑤
 33번: 10
 34번: 544
 35번: ③
 36번: ④
 37번: 230
 38번: ④
 39번: ①
 40번: ②
 41번: ⑤
 42번: ②
 43번: 2
 44번: 16
 45번: 11
 46번: ⑤
 47번: ③
 48번: ①
 49번: ③

50번: ③
 51번: ⑤
 52번: ③
 53번: ⑤
 54번: ③
 55번: ⑤
 56번: ④
 57번: ③
 58번: ⑤
 59번: ⑤
 60번: ②
 61번: 54
 62번: ②
 63번: ④
 64번: 20
 65번: ③
 66번: 36
 67번: ②
 68번: ②
 69번: ①
 70번: ①
 71번: ⑤
 72번: ①
 73번: ①
 74번: ②
 75번: ⑤
 76번: ①
 77번: ⑤
 78번: ③
 79번: ③
 80번: 32