

7. 다음은 $t^\circ\text{C}$ 에서 $a\text{M}$ 의 임의의 약산 $\text{HA}(\text{aq})$ 1L에 $\text{NaA}(\text{s})$ 1몰과 $\text{NaOH}(\text{s})$ 를 순서대로 완전히 녹였을 때, $\text{Na}^+(\text{aq})$ 의 몰농도에 따른 수용액의 $[\text{H}_3\text{O}^+]$ 를 나타낸 것이다.

$\text{Na}^+(\text{aq})$ 의 몰농도	0	1	4	5
$[\text{H}_3\text{O}^+]$	10^{-3}	x	$\frac{x}{16}$	y

$\frac{x}{y}$ 는? (단, 온도는 일정하며, 수용액의 부피 변화는 무시하고 $t^\circ\text{C}$ 에서 물의 이온곱 상수(K_w)는 5×10^{-14} 이다.)

1L에 $\text{NaA}(\text{s})$ 1몰을 넣은 후 $\text{NaOH}(\text{s})$ 를 녹이기 시작한다.

우선 $[\text{Na}^+] = 1\text{M}$ 일 때, $[\text{HA}] = a\text{M}$ 이고, $[\text{A}^-] = 1\text{M}$ 이다.

$$K_a = \frac{[\text{A}^-]}{[\text{HA}]} \times [\text{H}_3\text{O}^+]$$

를 생각했을 때 $K_a = \frac{1}{a} \times x$ 이다.

$[\text{Na}^+] = 4\text{M}$ 일 때 수용액에서 $[\text{HA}] = (a-3)\text{M}$, $[\text{A}^-] = (1+3)\text{M}$ 이 존재한다.

위의 식에 대입해보면 $K_a = \frac{4}{(a-3)} \times \frac{x}{16}$ 이다.

$\frac{1}{a} \times x = \frac{4}{(a-3)} \times \frac{x}{16}$ 이므로 $a = 4$ 이다.

초기 $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-3}\text{M}$ 임에 주목하자.

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \sqrt{C \times K_a}$$

이므로 $10^{-3} = \sqrt{4 \times K_a}$ 에서 $K_a = \frac{1}{4} \times 10^{-6}$ 이다.

$K_a = \frac{1}{a} \times x$ 에 대입해보면 $x = 10^{-6}$ 이다.

$[\text{Na}^+] = 5\text{M}$ 일 때, 수용액에서 $[\text{A}^-] = 5\text{M}$ 이고, A^- 가 가수분해를 한다.

$$K_a \times K_b = K_w$$

이므로 $\frac{1}{4} \times 10^{-6} \times K_b = 5 \times 10^{-14}$ 에서 $K_b = 4 \times 5 \times 10^{-8}$ 이다.

$$[\text{OH}^-] = \sqrt{C \times K_b}$$

에 대입하면 $[\text{OH}^-] = \sqrt{5 \times 4 \times 5 \times 10^{-8}} = 10^{-3}$ 이다.

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = K_w$$

에 대입하면 $y \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-14}$ 이므로 $y = 5 \times 10^{-11}$ 이다.

따라서 $\frac{x}{y} = \frac{10^{-6}}{5 \times 10^{-11}} = 2 \times 10^4 = \frac{1}{5} \times 10^5$ 이다.

여기서 $[\text{Na}^+] \leq 4\text{M}$ 에서 이미 HA가 전부 반응한 것 아니냐 물을 수 있지만, 완충용액의 특성을 생각해보자.