

패턴 2

역행렬과 연립일차방정식의 해결

편집:우에노리에

6. **2010** **교육청 (3점)**

행렬로 나타낸 x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 6 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 a 값의 곱은?

- ① -20 ② -18 ③ -16 ④ -14 ⑤ -12

7. **2010** **평가원 (3점)**

x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 무수히 많은 해를 가질 때, 이 연립방정식의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 순서쌍 (α, β) 의 개수를 구하시오. (단, k 는 실수이다.)

(가) α, β 는 모두 정수이다.

(나) $\alpha^2 + \beta^2 \leq 200$

8. **2006** **평가원 (3점)**

행렬 $A = \begin{pmatrix} 2-2^a & 1+2^{a-2} \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ 이 역행렬을 갖지 않을 때, a 의 값은?

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

9. **2008** **평가원 (3점)**

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 연립방정식 $A^n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$ 의 해가

$x=\alpha, y=\beta$ 일 때, $\alpha + \beta = 2$ 가 되게 하는 자연수 n 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

14. **2012** **교육청 (3점)**

x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오.

15. **2012** **평가원 (3점)**

x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 무수히 많은 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

16. **2008** **교육청 (3점)**

이차정사각행렬 A 가 $A^2 - A - E = O$, $A \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ 를 만족한다. 연립방정식 $(A + E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ 의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. (단, E 는 단위행렬, O 는 영행렬이다.)

17. **2006** **교육청 (3점)**

연립방정식 $\begin{pmatrix} a & 8 \\ 4 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 가질 때, $a+2b$ 의 최솟값을 구하시오. (단, a, b 는 양수이다.)

18. **2008** **교육청 (3점)**

연립방정식 $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. **2009 교육청 (3점)**

x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 3 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

- ① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

20. **2009 평가원 (3점)**

두 상수 a, b 에 대하여 방정식 $\begin{pmatrix} 1 & a-2 \\ 2a & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ b \end{pmatrix}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

21. **2009 교육청 (3점)**

x, y 에 대한 연립일차방정식 $\begin{pmatrix} a+1 & 2-b \\ b+2 & a-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$ 이

$x=y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 실수 a, b 에 대하여 점 $P(a, b)$ 가 나타내는 도형의 둘레의 길이는?

- ① 2π ② $2\sqrt{2}\pi$ ③ $2\sqrt{3}\pi$
④ 4π ⑤ $2\sqrt{5}\pi$

22. **2008 교육청 (3점)**

연립방정식 $\begin{pmatrix} k-5 & 3 \\ 3 & k-5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix}$ 가 $x=y=1$ 이외의 해를 갖기 위한 k 값들의 합을 구하시오.

23. **2009 교육청 (3점)**

x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 2^k+1 & 2^{k+3}-16 \\ 2 & 2^k-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

24. **2007** **평가원 (3점)**

x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a-1 & -2 \\ 8 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 두 양수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 최솟값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

25. **2007** **교육청 (3점)**

연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by=0 \\ (b-2)x-ay=0 \end{cases}$ 이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 a, b 에 대하여, $b-a$ 의 최댓값은?

- ① $-\sqrt{2}$ ② $1-\sqrt{2}$ ③ 1
④ $\sqrt{2}$ ⑤ $1+\sqrt{2}$

26. **2007** **평가원 (3점)**

두 상수 a, b 에 대하여 방정식 $\begin{pmatrix} a & -1 \\ b-1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 가 해를 갖지 않을 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. **2006** **평가원 (3점)**

실수 x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 4a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{10}{a} & \frac{8}{b} \\ \frac{a}{b} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, 두 양수 a, b 의 곱 ab 의 최댓값을 구하시오.

28. **2006** **평가원 (3점)**

이차정사각행렬 A 가 $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ 를 만족시킬 때, 연립일차방정식

$A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$ 의 해는 $x = p$, $y = q$ 이다. $p + q$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

29. **2006** **교육청 (3점)**

x , y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{가 } x = y = 0 \text{이외의 해를 가질 때, } 8ab \text{의 최댓값을 구하}$$

시오. (단, $a > 0$, $b > 0$)

30. **2006** **평가원 (4점)**

이차정사각행렬 A 는 다음 두 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ A^3 + E = O$$

$$(나) \ A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + A^{-1}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$A\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, O 는 영행렬이고 E 는 단위행렬이다.)

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

31. **2005** **교육청 (4점)**

임의의 실수 k 에 대하여, 행렬 $\begin{pmatrix} 2k & k-1 \\ b(k+1) & 2k+a-1 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하도록 하는 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 중에서 $a < b$ 를 만족시키는 순서쌍의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

32. **2010** **교육청 (4점)**

이차정사각행렬 A 는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $A^2 - A + E = O$ (나) $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$
--

연립방정식 $(A + E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ 의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? (단, O 는 영행렬이고, E 는 단위행렬이다.)

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

33. **2010** **평가원 (4점)**

x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$$

가 $x = 0, y = 0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

34. **2012** **평가원 (4점)**

역행렬을 갖는 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 x, y 의 연립방정식

$$\begin{cases} ax + by = 1 \\ cx + dy = 2 \end{cases}$$

의 해가 $x = 5, y = 4$ 일 때, $A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오.

35. **2010** **교육청 (4점)**

x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ b-4 & 1-a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이 $x=y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은?

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{23}{4}$
 ④ 6 ⑤ $\frac{25}{4}$

36. **2012** **교육청 (4점)**

초콜릿이 5개 들어 있는 상자 A 의 개수를 x , 초콜릿이 10개 들어 있는 상자 B 의 개수를 y 라 하자. A, B 두 종류의 모든 상자 개수의 합이 15이고, 모든 초콜릿 개수의 합이 125일 때, 등식 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 25 \end{pmatrix}$ 가 성립한다. 이때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -6 ② -5 ③ -4
 ④ -3 ⑤ -2

37. **2009** **평가원 (4점)**

5보다 크고 50보다 작은 두 자연수 a, b 에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a^2 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않을 때, $a+b$ 의 값은 ?

- ① 28 ② 32 ③ 36 ④ 40 ⑤ 44

38. **2004** **평가원 (4점)**

행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 에 대하여 방정식 $AX = kX$ 가 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이외의 해를 가지도록 하는 상수 k 의 값은 a, b 이다. 이 때, $a^3 + b^3$ 의 값을 구하시오.

39. 2007 평가원 (4점)

행렬로 나타낸 x, y 에 관한 연립일차방정식

$\begin{pmatrix} k-6 & -2 \\ 2 & k-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ 의 해가 무수히 많을 때, 상수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

40. 2009 교육청 (4점)

두 정수 a, b 가 다음 조건을 만족시킬 때, 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.

(가) $b \leq a+7$

(나) x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a+1 & b \\ 1 & a+3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 이
해를 갖지 않는다.

41. 2006 교육청 (4점)

두 약국 P, Q에서 판매하는 혈압약과 관절염약의 1갑의 가격은 <표1>과 같고, 갑, 을 두 환자가 매월 구입해야 하는 혈압약과 관절염약의 수량은 <표2>와 같다.

	(단위 원)		(단위 갑)		
	혈압약	관절염약		갑	을
P 약국	30,000	10,000	혈압약	1	2
Q 약국	20,000	20,000	관절염약	1	3

<표1>

<표2>

갑이 x 개월, 을이 y 개월 동안 혈압약과 관절염약을 P 약국에서 구입하면 갑과 을의 약값의 합은 600,000 원이고, Q 약국에서 구입하면 갑과 을의 약값의 합은 640,000 원이다. 행렬을 이용하여 x, y 의 값을 구하는 과정에서 다음 등식을 얻었다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} a & -9 \\ -4 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 60 \\ 64 \end{pmatrix}$$

두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

42. **2009 수능 (3점)**

x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 5 - \log_2 a & 2 \\ 3 & \log_2 a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 a 값의 합은?

- ① 8 ② 10 ③ 12
④ 16 ⑤ 20

43. **2013학년 수능 (3점)**

x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a+1 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ 의 해가 방정식 $x+2y-4a=0$ 을 만족시킨다.
상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

44. **2004 수능 (3점)**

이차방정식 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 두 행렬의 곱 $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta & \alpha \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

45.

2004

수능 (3점)

다음은 지난해에 어느 회사에서 생산한 두 제품 ㉠과 ㉡의 제품 한 개당 제조원가와 판매 가격 및 그 해 판매량을 나타낸 표이다.

제품명 가격	㉠	㉡
제조원가	a_{11}	a_{12}
판매 가격	a_{21}	a_{22}

판매량 제품명	상반기	하반기
㉠	b_{11}	b_{12}
㉡	b_{21}	b_{22}

위의 표를 각각 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 와 $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 로 나타내고, 이 두 행렬의 곱 AB 를 $AB = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 하자.

제품 한 개당 판매 이익금을 판매 가격에서 제조원가를 뺀 값으로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

- ㄱ. $a + b$ 는 지난해 상반기에 판매된 제품의 제조원가 총액이다.
- ㄴ. $c + d$ 는 지난해 1년 동안에 판매된 제품의 판매 총액이다.
- ㄷ. $d - b$ 는 지난해 하반기에 판매된 제품의 판매 이익금 총액이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 1) 정답②
- 2) 정답12
- 3) 정답 22
- 4) 정답 22
- 5) 정답 ③
- 6) 정답 ⑤
- 7) 정답 21
- 8) 정답 ④
- 9) 정답 ③
- 10) 정답 4
- 11) 정답 ④
- 12) 정답 ③
- 13) 정답 ④
- 14) 정답 5
- 15) 정답 ⑤
- 16) 정답 13
- 17) 정답 16
- 18) 정답 ③
- 19) 정답 ②
- 20) 정답 21
- 21) 정답 ②
- 22) 정답 12
- 23) 정답 ⑤
- 24) 정답 ④
- 25) 정답 ⑤
- 26) 정답 ①
- 27) 정답 12
- 28) 정답 ⑤
- 29) 정답 64
- 30) 정답 ②
- 31) 정답 ⑤
- 32) 정답 ⑤
- 33) 정답 ③
- 34) 정답 9
- 35) 정답 ①
- 36) 정답 ⑤
- 37) 정답 ③
- 38) 정답 76
- 39) 정답 ⑤
- 40) 정답 5
- 41) 정답 ⑤
- 42) 정답 ③
- 43) 정답 ②

44) 정답 16

45) 정답 ④