기본적으로 논술 이라함은 "어떤 사물(事物)을 논(論)하여 말하거나 적음" 이라는 사전식 정의가 있습니다.

하지만, 이런 사전식 정의는 실질적인 논술문제는 상당한 차이가 있습니다.

사전식 정의에 따르면 자신의 생각을 적어나가는게 논술 이라고 말한다면,

대입 논술에서 중요한 요소는, 문제를 얼마나 잘 이해해서 문제에 맞는 풀이를 해나가는가? 입니다.
(여기에 잠시 사족을 달자면, 고등학교에서 요구하는 수학적 능력을 이미 넘어서 그냥 푸니깐 풀리더라, 라는 학생들은 여기에서 제외 입니다.)

즉, 논술이란, 이 대학교의 이 문제가 요구하는 것을 쓰는것이라고 할 수 있습니다.
이때, 필요한것은 크게 세가지 입니다.

제시문에 대한 분석, 답을 내기 위한 아이디어, 그 아이디어를 수식적으로 전개할수 있는 능력 이죠.

한 문제를 풀기 위해선, 특히 상당히 상위권 대학의 문제를 풀어 나가기 위해서는, 세가지 능력이 모두 필요합니다.

하지만 어떻게 ? 라는 의문이 있죠.

단순히 "나 수학문제 쫌 잘푼다?" 라는걸로 "수리논술문제도 잘풀수 있어" 라고 일반화를 시키긴 어렵습니다.

수능 수학이 요구하는 수학적능력과, 수리논술에서 요구하는 수학적능력은 상당부분 유사하지만, 차이점은 분명히 존재 하니깐요.

이 글에선, "대학을 가는 데 논술이 얼마나 중요한가" 는 다루지 않겠습니다만, 분명한 것은, 논술도 대학을 가는데 빼놓을수 없을 만큼 중요한 위치를 차지 하고 있고, 그에 대한 준비도 체계적으로 해나가야 된다는 것입니다.

우선은, 첫 번째인 제시문 분석은 이러이러한 방향으로 해라. 에 대해서 논하겠습니다.

수리논술을 이러이러한 방향해라! 라는 말은 너무 추상적으로 될수 있으므로, 하나의 예시를

가지고 오겠습니다.

2012 연세대 자연 논술(기출)

함수 $f(x)$는 실수의 집합 $\mathbb{R}$을 정의역과 공역으로 갖는 연속함수이다. 집합 A와 B는 주어진 함수 $f(x)$에 의하여 결정되며 다음과 같이 정의한다.

$A=\{t\in(0,\ 1)\,|$ 어떤 실수 a가 존재하여 부등식 $f(x)\le f(t)+a(x-t)$이 모든 실수 $x\in[0,\ 1]$에 대하여 성립한다. $\}$
$B=\{a\in\mathbb{R}\,|$ 어떤 실수 $t\in(0,\ 1)$가 존재하여 모든 실수 $x\in[0,\ 1]$가 부등식 $f(x)\le f(t)+a(x-t)$을 만족한다. $\}$

이 문제는 2012년 연세대 논술 기출문제였고 상당히 어려운 편에 속했습니다.

위 제시문을 보면

굉장히 짧습니다.(!!) 대신 어렵죠. (..) 이 제시문을 대충 보고나서 논제1을 본다면, 다시 제시문으로 돌아와서 읽어야 되죠. 그러면, 시간이 더 걸리게 됩니다.
수학에 나오는 모든 문제들은 비문학 읽듯이 꼼꼼이 읽어 나가야 합니다.

일단 제시문을 분석해 나가겠습니다.

먼저 집합 A 라는 것이 나와 있습니다.
집합 A 라는 것의 원소들은 t 들인데, t는 0과 1사이의 수이며, $f(x)\le f(t)+a(x-t)$ 이 부등식을 만족 시킵니다. 이때 에 a는 특정 한 개의 수만 만족시키면 됩니다.

???

약간 추상적이죠. 이해가 된거 같기도 하고 안된 것 같기도 합니다.
(사실 이런 상태는 이해가 안되었다고 봐야죠.)
좀 더 자세하게, 분석해 나가겠습니다.

먼저, $f(x)\le f(t)+a(x-t)$ 이 수식을 살펴 봅니다.

교과서에서 많이 봤던 식과 상당히 형태가 유사합니다.

$(x) = f'(t)(x-t) + f(t)$라는 식과 상당히 유사하죠(이 식은 접선의 방정식입니다^^)

다만, 차이는 $f'(t)$가 a로 바뀐 것 과 부등호 가 되겠죠.
이 두 개가 차이가 생김으로 해서, 수식의 의미가 어떤형태 바뀌었는지 하나씩 살펴 봅시다.

(혹은, 다르게 $f'(t) = \dfrac{f(x)-f(t)}{x-t}$ 로 생각할 수도 있습니다. 이 두 식은 같은 식이지만, 의미하는 바가 약간 다릅니다. 이에 따라 풀이방법도 갈리게 됩니다. 이 방법으로 하면 어떻게 되는가? 에 대해선 숙제... 로 두죠^^)

먼저 부등호에 대한 것을 살펴 보겠습니다.
접선의 방정식에서 약간 확장을 하여, 함수$f(x)$가 $f(x) \le f'(t)(x-t) + f(t)$ 이 식을 만족한다면, 위로 볼록하다고 할수 있습니다. 물론 역도 성립할수 있겠죠.
(전 구간에 대해서는 된다라고는 안되겠죠. 특정구간에서입니다. 이런 아이디어에서 확장을 시킨다는 의미이므로, 이 의미에 대해서 엄밀 하게 따지진 않겠습니다.)

즉,$f(x) \le f'(t)(x-t) + f(t)$ 이 수식을 풀어 보자면,

$f(x)$위의 $(t, f(t))$를 지나는 접선들에 대해서, $f(x)$는 접선 보다 항상 아래에 있다.
그러므로, 위 수식을 만족시키는 t들은 모두 위로 볼록한 구간의 t들입니다.

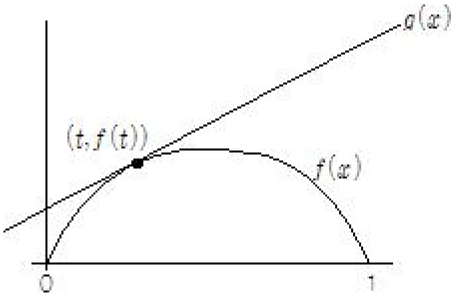
(이 식은 교과 과정에 명시되어 있는 식이 아니므로, 논술에서 자유롭게 쓸수 있는 식은 아닙니다. 단순히, 이런형태로 확장을 해서 생각을 해나가자는 것 입니다.)

다음은 a에 대한 것입니다 .$a(x-t) + f(t)$(편의상 $g(x)$로 놓겠습니다.)에서 a는
제시문에서“어떤 실수 a 에 대해서,”라고 명시 되어 있습니다.
(수학에서“어떤”과“임의의”라는 두 개의 차이는 상당히 큽니다. 2012 수능 수리 30번에서 다뤄 지기도 했었는데, 여기서 설명은 생략하겠습니다.)

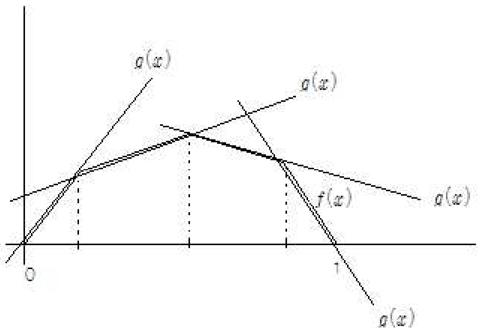
그 말인 즉,$g(x)$는 $f(x)$위의 한점 $(t, f(t))$를 지나고 기울기가 a 인 일차함수라는 말 입니다.

이제, 두가지 모두를 합쳐서 분석을 하겠습니다. 우리가 찾고자 하는 것은 "t"들입니다.
그것을 다시 유념하고, 정리를 해보죠.

$f(x) \le f(t)+a(x-t)$에서, $(t)+a(x-t)$라는 함수(편의상 $g(x)$로 놓겠습니다.)는 $f(x)$ 위의 한점 $(t,f(t))$를 지나고 기울기가 a 인 일차함수라는 뜻이죠. 이는 함수$f(x)$가 $g(x)$보다 항상 아래로 있다는 것으로, 한점에서 특정기울기를 잡았을 때 $f(x)$가 $g(x)$ 보다 아래에만 위치해 있으면 된다는 뜻입니다.



이 그래프에서는 $g(x)$의 기울기를 $g'(t)$로만 잡는다면 t는 전구간에 대해서 만족을 하게 될 것이고 이는 $=[t|t\in(0,1)$ 인 모든 실수$]$로 나타날 것입니다.



이런 형태의 그래프에 대해서는 기울기가 다른 각 구간에 대해서, 각각 다른 기울기들을 잡아준다면 역시나 마찬가지로
$A=[t|t\in(0,1)$ 인 모든 실수$]$ 로 나타낼수 있을 겁니다.

이제 두 번째 수식인
$B=\{a\in\mathbb{R}$ | 어떤 실수 $t\in(0,\ 1)$가 존재하여 모든 실수 $x\in[0,\ 1]$가 부등식 $f(x)\le f(t)+a(x-t)$을 만족한다. $\}$
에 대한 것입니다.

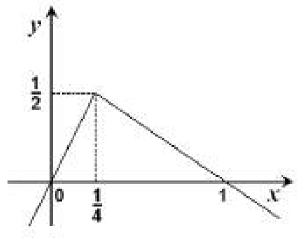
형태 자체는 집합 A에 관한 것과 유사한 형태를 나타냅니다.
하지만, 집합 B에서 대상이 되는 원소들은 a, 즉 기울기 들이며, $f(x)$에 위의 점$(t,f(t))$들이 어떤 점들로 나타나져 있습니다.

수식에 대한 분석은 위에서 모두 했으므로 결론만 간단하게 예시 없이 풀이를 하자면, 특정 구간, 혹은 점들에서 $f(x)$가 $g(x)$ 보다 위에만 위치해 있게 할수 있는 기울기들이 존재한다는 뜻입니다.

이정도가 연세대 2012 수시 기출문제에 대한 제시문 분석입니다. 만약 제시문 분석을 이정도로 한다면 120% 분석을 하는거죠. 약간 과한 감이 있습니다. 하지만, 지금은 시험장에서 문제를 푸는 실전적인 것을 갈고 닦기 보다는 좀더 기본적인 것에 신경을 써야 할때입니다.
시험장에서는 위에서 분석한것의 2/3 정도만 해도 성공한것이죠. 시험장에서 좀더 명확히 보기 위해서는 그전에 공부를 할대 좀더 심도있게 분석하는 것이 좋습니다.

그리고 혹시나 이 문제를 풀어 보셨던 분들이 계신다면, 제시문 다음에 바로 따라 나오는 논제 1번. 즉,

함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때 집합 A와 B를 구하여라.



이 문제를 풀어 나가면, A와 B들에 대한 특성을 발견해 낼수 있다는 것을 아실겁니다.

이렇듯, 한 제시문에 여러 논제들이 나오는 경우 첫 번째 문제는 두 번째 문제를 풀어나가는데 많은 힌트를 담고 있습니다. 마찬가지로 두 번째 문제는 세 번째 문제를 풀어나가는 힌트가 된다는 거죠.반대로 이야기하자면, 첫 번째 문제를 제대로 풀지않으면 마지막 문제는 손도 못 댄다는 것입니다.

하지만, 이런 생각을 할수도 있습니다.
‘그러면, 제시문은 적당히 보고 첫 번째 문제를 풀어가면서 이해하면 되지 않나?’
라고 말이죠.

이렇게 해도 상관은 없습니다만, 문제는 시간입니다.
제시문을 제대로 분석해서 기준을 명확히 잡고 문제를 풀어나가는 것과 그렇지 않는 것은 큰 차이가 있습니다.
그리고 첫 번째 문제를 풀면서 제시문을 분석을 하면, 문제를 풀어나갈수록 점점 시간이 더 많이 잡아먹게 될 것입니다.

제시문 분석은 이정도로 하겠습니다.

이 까지 따라 오신분들은 위 제시문에 있는 문제들을 풀어보세요.
다음 주이때 쯔음에, 논제들에 대한 풀이를 올리겠습니다. 아마, 풀이에 대한 상세한 해설은 힘듭니다. 수식으로 치기가 너무 어렵네요.