

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 + a_3 = 2(a_1 + 12)$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$(x-1)f(x) = x^2 - 3x + 2$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 4x + 5$ 이고 $f(0) = 4$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

4. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 두 곡선 $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ 와 $y = \sin 4x$ 가 만나는 점의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

5. 부등식 $\log_{18}(n^2 - 9n + 18) < 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

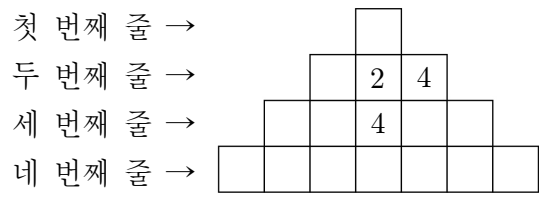
6. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - f(2)}{h}$ 의 값은?

[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 그림은 16개의 칸 중 3개의 칸에 다음 규칙을 만족시키도록 수를 써 넣은 것이다.

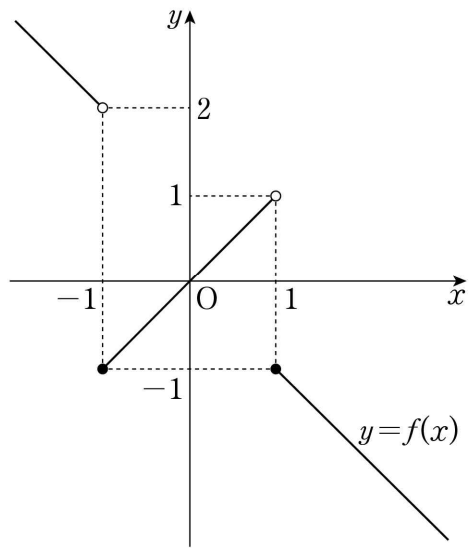
(가) 가로로 인접한 두 칸에서 오른쪽 칸의 수는 왼쪽 칸의 수의 2배이다.
 (나) 세로로 인접한 두 칸에서 아래쪽 칸의 수는 위쪽 칸의 수의 2배이다.



이 규칙을 만족시키도록 나머지 칸에 수를 써 넣을 때, 네 번째 줄에 있는 모든 수의 합은? [3점]

- ① 119 ② 127 ③ 135 ④ 143 ⑤ 151

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



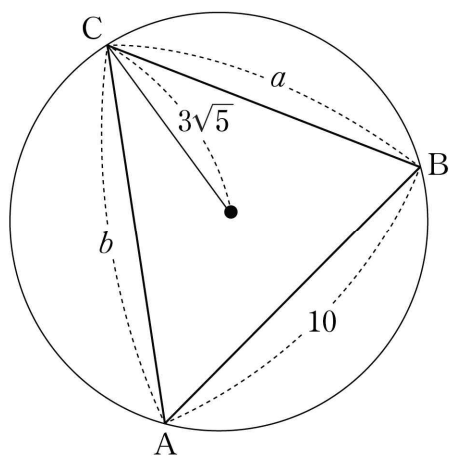
$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x-1) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(f(x))$ 의 값은? [4점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

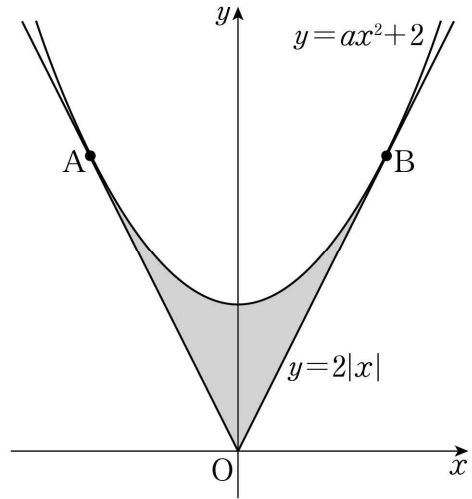
9. 길이가 각각 10, a , b 인 세 선분 AB, BC, CA를 각 변으로 하는 예각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점을 지나는 원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ 이고

$\frac{a^2 + b^2 - ab \cos C}{ab} = \frac{4}{3}$ 일 때, ab 의 값은? [3점]

- ① 140 ② 150 ③ 160 ④ 170 ⑤ 180



10. 그림과 같이 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프가 두 점 A, B에서 각각 접한다. 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a 는 상수이다.) [4점]



- ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{17}{6}$

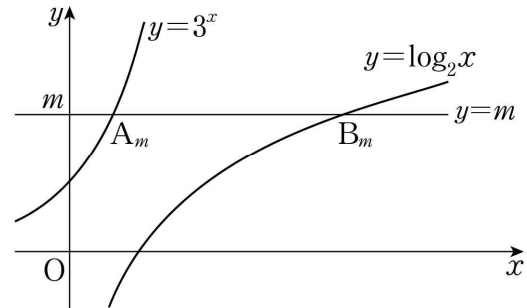
11. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n k a_k$$

를 만족시킨다. $a_1 = 2$ 일 때, $a_2 + \frac{a_{51}}{a_{50}}$ 의 값은? [4점]

- ① 47 ② 49 ③ 51 ④ 53 ⑤ 55

12. 그림과 같이 자연수 m 에 대하여 두 함수 $y=3^x$, $y=\log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y=m$ 이 만나는 점을 각각 A_m , B_m 이라 하자. 선분 $A_m B_m$ 의 길이 중 자연수인 것을 작은 수부터 크기순으로 나열하여 a_1, a_2, a_3, \dots 이라 할 때, a_3 의 값은? [4점]



- ① 502 ② 504 ③ 506 ④ 508 ⑤ 510

13. 0이 아닌 실수 m 에 대하여 두 함수

$$f(x) = 2x^3 - 8x,$$

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{47}{m}x + \frac{4}{m^3} & (x < 0) \\ 2mx + \frac{4}{m^3} & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 있다. 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $g(x)$ 중 크지 않은 값을 $h(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $m = -1$ 일 때, $h\left(\frac{1}{2}\right) = -5$ 이다.

ㄴ. $m = -1$ 일 때, 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 2이다.

ㄷ. 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수가 1인 양수 m 의 최댓값은 6이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 이차함수 $g(x) = x^2 - 6x + 10$ 에 대하여 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
 (나) 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, 방정식 $g(f(x)) = m$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (다) 방정식 $g(f(x)) = 17$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

15. 두 실수 a ($0 < a < 2\pi$)와 k 에 대하여 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - \frac{1}{2} & (0 \leq x < a) \\ k \sin x - \frac{1}{2} & (a \leq x \leq 2\pi) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(나) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근의 개수는 3이다.

방정식 $|f(x)| = \frac{1}{4}$ 의 모든 실근의 합을 S 라 할 때,

$20\left(\frac{a+S}{\pi} + k\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

단답형

16. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

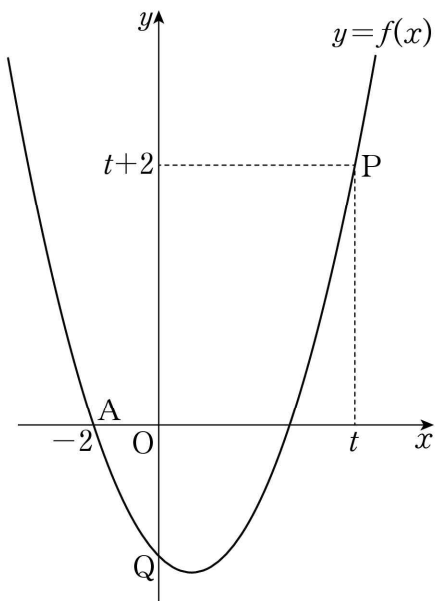
$$x = t^3 - 3t^2 + at \quad (a \text{는 상수})$$

이다. 점 P의 시각 $t=3$ 에서의 속도가 15일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

17. $10 \leq x < 1000$ 인 실수 x 에 대하여 $\log x^3 - \log \frac{1}{x^2}$ 의 값이

자연수가 되도록 하는 모든 x 의 개수를 구하시오. [3점]

18. 최고차항의 계수가 1이고 두 점 $A(-2, 0)$, $P(t, t+2)$ 를 지나는 이차함수 $f(x)$ 가 있다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{2} \times \overline{AP} - \overline{AQ})$ 의 값을 구하시오. (단, $t \neq -2$) [3점]



19. 좌표평면에서 제1사분면에 점 P 가 있다. 점 P 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하고, 점 Q 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 동경 OP , OQ , OR 가 나타내는 각을 각각 α , β , γ 라 하자.

$\sin \alpha = \frac{1}{3}$ 일 때, $9(\sin^2 \beta + \tan^2 \gamma)$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, 시초선은 x 축의 양의 방향이다.) [3점]

20. $0 < a < \frac{4}{7}$ 인 실수 a 와 유리수 b 에 대하여 닫힌구간

$[-\frac{\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sin(ax) + b$ 가 있다.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 두 점 $A(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $B(\frac{7}{2}\pi, 0)$ 을 지날 때, $30(a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 자연수 n 에 대하여 두 점 $A(0, n+5)$, $B(n+4, 0)$ 과 원점 O 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 AOB 가 있다. 삼각형 AOB 의 내부에 포함된 정사각형 중 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 정사각형의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_t^x f(s)ds$$

라 하자. 상수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(a) = 0$
 (나) 함수 $|g(x) - g(a)|$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 1이다.

실수 t 에 대하여 $g(a)$ 의 값을 $h(t)$ 라 할 때, $h(3) = 0$ 이고 함수 $h(t)$ 는 $t = 2$ 에서 최댓값 27을 가진다.

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2+2n+1} - \sqrt{4n^2-2n-1})$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n = 3, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n} = 5$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n (b_n + 2n)$ 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

25. 자연수 n 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = 4n^2$ 과 직선 $y = \sqrt{n}$ 이 제1사분면에서 만나는 점의 x 좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{m}{5}\right)^{n+1} + 2}{\left(\frac{m}{5}\right)^n + 1} = 2$ 가 되도록 하는 자연수 m 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. 2 이상의 자연수 n 과 두 정수 a, b 에 대하여 좌표평면 위의 세 점 $A(a, b), B(0, 2), C(0, 2^n)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.
- (나) $|ab| \leq 2^{n+1}$

위의 조건을 만족시키는 모든 삼각형 ABC 의 넓이의 합을

S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{8^{n-2}}$ 의 값은? [4점]

- ① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

28. 함수 $f(x) = \frac{x-1}{2x-6}$ 과 3 이상의 자연수 k 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|f(3-a)|^{n+1}}{2^n + |1-f(3+a)|^n} = k$$

를 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 합을 $g(k)$ 라 하자.

$\sum_{k=3}^{17} g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{12}{35}$ ② $-\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{16}{35}$ ④ $-\frac{18}{35}$ ⑤ $-\frac{4}{7}$

단답형

29. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정사각형의 개수를 S_n 이라 하자.

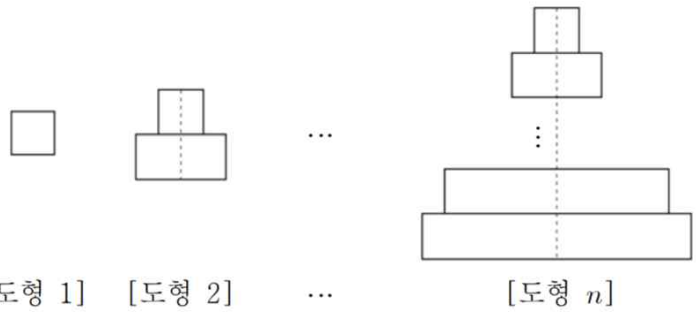
- (가) 정사각형은 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수이다.
- (나) 연립부등식 $\frac{1}{2}x^2 < y < x^2, 0 < x < 2n-1$ 을 만족시키는 점 (x, y) 중에는 정사각형의 내부에 있는 점이 있다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1} - S_n}{n^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형을 [도형 1]이라 하자.

[도형 1]의 아랫변에 가로 길이 4, 세로 길이 2인 직사각형을 한 직선에 대해 대칭이 되도록 이어 붙여 만든 도형을 [도형 2]라 하자. 이때 한 직선은 [도형 2]의 가장 긴 변의 중점을 지난다.

이와 같은 방법으로 3이상의 자연수 n 에 대하여 [도형 $(n-1)$]의 아랫변에 가로 길이 $2n$, 세로 길이 2인 직사각형을 이어 붙여 만든 도형을 [도형 n]이라 하자.



자연수 n 에 대하여 [도형 n]을 포함하는 원들 중 가장 작은 원의 넓이를 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{80a_n}{\pi n^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.