1. $A^{-1}=\frac{1}{5-4}\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ $\therefore$ 성분의 합 = 1

2. $f(x)$가 $x=0$에서 연속이면
$\lim_{x\to+0}f(x)=\lim_{x\to-0}f(x)=f(0)$이다

$\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}+a}{x}$에서 이 값이 b로 수렴하고,
분모→0이므로 분자→0이다.

$\lim_{x\to 0}(e^{2x}+a)=0$에서 $a=-1$이고
$b=\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{2x}\cdot 2=2$

3. 외분점 공식을 써도 별로 오래 걸리지 않지만, 점을 머릿속으로 떠올려 보면 Q가 P와 외분점의 중점임을 쉽게 알 수 있다. (물론, 2:1이 아닌 다른 비율의 내/외분이라도 숫자가 복잡하지 않다면 간단히 떠올리거나 그려서 해결할 수 있다.) 따라서 외분점의 좌표는 $(2,\ 2b-7,\ 18-a)$이다.

$\therefore a=4,\ b=6$

4. $P(A\cup B^C)=\frac{3}{10}$이므로 드 모르간의 법칙에 의해
$P(A^C\cap B)=\frac{7}{10}$이고, A^C와 B는 독립*이므로
$\frac{3}{4}\times P(B)=\frac{7}{10}$ $\quad\therefore P(B)=\frac{14}{15}$

5. 두 가지의 풀이가 가능하다.

첫 번째 풀이)
$\frac{g(x)}{f(x)}\ge 1$에서 $\frac{f(x)-g(x)}{f(x)}\le 0$이고, 이는
$f(x)\{f(x)-g(x)\}\le 0,\ f(x)\ne 0$과 동치이다.

따라서 이를 만족하는 범위는 $f>0,\ f-g\le 0$ 또는 $f<0,\ f-g\ge 0$이고, 이를 찾으면
$-3\le x<1,\ 3\le x<5$이다. 따라서 정수 x는 6개.

두 번째 풀이)
f와 $f-g$모두 이차함수이므로,
$f(x)=a(x-1)(x-5),\ f(x)-g(x)=b(x-3)(x+3)\ (a>0,\ b>0)$

* 사건 A와 B가 독립이면, A의 여사건과 B, B의 여사건과 A, A의 여사건과 B의 여사건의 세 가지 또한 모두 독립이다. 간단히 증명할 수 있다.

으로 둘 수 있다. 따라서 주어진 부등식은
$(x-1)(x-5)(x+3)(x-3)\le 0\ (x\ne 1,5)$와 동치가 되어 답을 구할 수 있다.

바람직한 풀이는 당연히 첫 번째 풀이이다. 다항함수가 아닌 함수로 주어진다면 두 번째 풀이는 써먹을 수 없기 때문.

6. 날개 하나를 빨간색으로 고정하면 반대쪽에는 자동으로 파란색이 오므로 나머지 4개를 색칠하는 경우의 수인 4!이 답.

7. 두 가지의 풀이가 가능하다.

첫 번째 풀이) 합성변환 $f\circ g$를 나타내는 행렬은 AB이고
계산하면 $AB=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$이다.
$(f\circ g)(x,y)\to(x',y')$라 하면 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$에서
$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=-\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $\quad\therefore x=\frac{1}{3}y',\ y=x'$

따라서 변환된 도형의 방정식은
$(x+3)^2+(\frac{y}{3}-2)^2=5^2$이므로 y절편은 $(-6,0),\ (18,0)$.

두 번째 풀이) 첫 번째 풀이처럼 행렬 자체를 구할 수도 있지만, 해당 변환의 의미를 생각해보자. 변환 f는 $x\to x,\ y\to 3y$이므로 y축 방향 3배 확대변환이고, 변환 g는 $y=x$에 대한 대칭변환이다. 그러므로 $f\circ g$는 $y=x$에 대해 대칭시킨 후 y축 방향으로 3배 확대시키는 변환.
우선 $y=x$에 대해 대칭시키면 $(y-2)^2+(x+3)^2=5^2$이고
이를 y축 방향으로 3배 확대하려면 y 대신 $\frac{y}{3}$**를 대입하면 되므로 $(x+3)^2+(\frac{y}{3}-2)^2=5^2$가 답이다.

실제 시험 상황에서 가장 적절한 풀이는 일단 행렬이 특수한 변환(eg. 대칭, 닮음, 회전,...)을 나타내는지 생각해보고
아니라면 첫 번째 풀이처럼 계산하는 것이 가장 합리적이다.

** 점을 3배 확대하려면 y 대신 $3y$를 대입하지만, 도형을 확대하려면 $\frac{y}{3}$를 대입하여야 한다.

[8~9] 이 문제를 풀 때 주의할 점은, 위에 주어진 상황만 공통이고 8번과 9번의 상황은 조금씩 다르다는 점이다.

일단, $f(x)=-2^x+m$이므로 $A(\log_2 m, 0)$, $B(\log_2\frac{m}{2}, \frac{m}{2})$이다.

8. $\overline{OA}=2\overline{BC}$이므로 $\overline{OA}-\overline{BC}=\log_2 m-\log_2\frac{m}{2}=1$에서

$\overline{BC}=\log_2\frac{m}{2}=1$에서 $m=4$.

9. $m=5$이면 $A(\log_2 5, 0)$이다. 따라서

(회전체의 부피)$=2\pi\int_0^{\log_2 5}(2^x)^2dx=\frac{12}{\ln 2}\pi$

10. 구하고자 하는 확률은
(B를 선택하고 검은 구슬 2개를 뽑을 확률)÷(A를 선택하고 검은 구슬 2개를 뽑을 확률 + B를 선택하고 검은 구슬 2개를 뽑을 확률)이다.

일단 A나 B가 뽑힐 확률은 각각 $\frac{1}{2}$.
A가 뽑히면 무조건 검은 구슬만 나오므로
(A를 선택하고 검은 구슬 2개를 뽑을 확률)=$\frac{1}{2}$

B가 뽑혔을 때, 구슬 2개를 골랐는데 둘 다 검은 구슬일 확률은 $\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}$이므로

(B를 선택하고 검은 구슬 2개를 뽑을 확률)=$\frac{1}{2}\times\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}$

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}\times\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}}=\frac{1}{7}$$

11.
$(A-E)^{n+1}=a_nA^2-a_nA+(-1)^nA+(-1)^{n+1}E$에서
$A^2=3A$이므로 $(A-E)^{n+1}=(2a_n+(-1)^n)A+(-1)^{n+1}E$
따라서 $f(n)=(-1)^n$이고,
$(A-E)^{n+1}=a_{n+1}A+(-1)^{n+1}E$ 이므로 $a_{n+1}=2a_n+\boxed{(-1)^n}$.
$n\geq 2$이면 $a_n=2a_{n-1}+(-1)^{n-1}$이 성립한다.
따라서 $n\geq 2$일 때
$a_n+a_{n+1}=2(a_{n-1}+a_n)+(-1)^n+(-1)^{n-1}$인데 어떤 자연수 n에 대해서든 $(-1)^n+(-1)^{n-1}=0$이므로
$a_n+a_{n+1}=2(a_{n-1}+a_n)$이다. 또한 $a_1+a_2=1+1=2$이므로 모든 자연수 n에 대하여
$a_n+a_{n+1}=2(a_{n-1}+a_n)=2\cdot 2(a_{n-2}+a_{n-1})=\cdots=$
$2^{n-1}(a_1+a_2)=\boxed{2^n}$
따라서 $g(n)=2^n$.

㉠과 ㉡에 의해 $3a_n+(-1)^n=2^n$이다. 따라서
$a_n=\frac{2^n+(-1)^{n+1}}{3}$.

$\therefore f(9)\times g(5)=(-1)^9\times 2^5=-32$

12. 기본적인 합성함수의 최대/최소 문제이다.
$g(x)=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\,sin(x-\frac{\pi}{4})$이므로
$-\sqrt{2}\leq g(x)\leq\sqrt{2}$이다. $g(x)=t$로 치환*하자.
$(f\circ g)(x)=f(t)$가 되고, $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$는 $f(t)$의 정의역이 된다. $f(t)=(t+1)^2-2$이므로 최댓값은 $t=\sqrt{2}$일 때 $2\sqrt{2}+1$, 최솟값은 $t=-1$일 때 -2이다.

13. $f(x)=mx+2$, $g(x)=mx$이다.
$\sqrt{f(x)}=g(x)$의 실근은 α이므로 $\sqrt{m\alpha+2}=m\alpha$에서 $m\alpha=2$이다.
$\sqrt{f(\frac{x}{2})}=g(x-\alpha)$의 실근은 2이므로
$\sqrt{f(1)}=g(2-\alpha)$
$\sqrt{m+2}=m(2-\alpha)=2m-m\alpha=2m-2$를 풀면 $m=2$.
$\therefore m=2, \alpha=1$

이렇게 말고, $\sqrt{f(x)}=g(2x-\alpha)$의 실근이 1임을 이용하여 두 식에서 α가 1임을 찾아낼 수도 있지만, 이런 풀이는 실제 상황에서 잘 생각나지 않는다. '평가원 문제엔 보이지 않는 무언가가 있다'라고 생각하는 순간 문제에 말려들어간다.

14. 정형화된 무한등비급수-도형 문제로서, 1분만에 해결해야 한다. 추가되는 도형이 원래 도형과 닮음임은 당연하고, 2개씩 늘어나므로 공비는 (닮음비)$^2\times 2$가 되어 (초항)÷{1-(닮음비)$^2\times 2$}가 답이다.

원래 원의 반지름의 반이 새로 추가되는 원의 지름이 되므로 닮음비는 $\frac{1}{4}$이다.

$\angle DOB=45°$이므로 $\triangle DOB=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 3\cdot\sin 45°=\frac{3\sqrt{2}}{4}$이다.

* 숙달되면 치환하지 않아도 된다.

따라서 (초항)$=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{1-(\frac{1}{4})^2\times 2}=\frac{12\sqrt{2}}{7}$

15.
ㄱ. $A^2=A-E$에서 $A(E-A)=E$이므로 A는 역행렬을 가지고, $(AB)^2=ABAB=(ABA)B=E$이므로 B 역시 역행렬을 가진다. (참)
ㄴ. $A(BAB)=E$에서 $BAB=A^{-1}=E-A=-A^2$ (참)
ㄷ. $B^2AB^2=B(BAB)B=B(-A^2)B=$
$B(E-A)B=B^2-BAB=B^2+A^2$ (참)

ㄱㄴㄷ 형태의 문제에서 보기 ㄷ은 대개 ㄱ과 ㄴ에서 힌트를 얻는다.

16. O에서 직선 AP에 내린 수선의 발을 H, P에서 x축에 내린 수선의 발을 I라 하자.
$\angle OPA=\theta$이므로, 직선 AP와 x축의 양의 방향이 이루는 각의 크기는 2θ이다.
또한 $\overline{AO}=\overline{AP}=\frac{5}{4}$, $\overline{PI}=1$이므로 $\overline{AI}=\frac{3}{4}$이다.

$\tan\theta=\frac{\overline{PI}}{\overline{OI}}=\frac{1}{2}$, $\tan2\theta=\frac{\overline{PI}}{\overline{AI}}=\frac{4}{3}$.

$\therefore\ \tan3\theta=\tan(\theta+2\theta)=\frac{\frac{1}{2}+\frac{4}{3}}{1-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}}=\frac{11}{2}$

물론, 원의 접선 공식을 이용해도 풀 수 있으나, 중학교 때 배운 도형의 성질로 금방 해결할 수 있다.

17. 이차곡선은 정의 문제와 접선의 방정식 문제밖에 나오지 않는다. 이 문제는 접선이 나오니 당연히 접선의 방정식 문제이다. (정의와 접선을 같이 묻는 경우가 있을 수도 있다.)

$P(\cos\theta, \sin\theta)$라고 하자. $\overline{OP}=\cos\theta$이므로 단축의 길이는 $2\sin\theta$이고, 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{1^2}+\frac{y^2}{\sin^2\theta}=1$이 된다.
이차곡선 위에 있지 않는 점에서 그은 접선의 방정식 문제는 기울기 m인 접선의 방정식에 그 점의 좌표를 대입해 m을 찾는 방법으로 푸는 것이 일반적이다.

이 문제에서는 접선의 기울기가 $-\frac{3}{2}$이므로 기울기 $-\frac{3}{2}$인 접선의 방정식은 $y=-\frac{3}{2}x\pm\sqrt{1^2\cdot(\frac{3}{2})^2+\sin^2\theta}$ 이다.
$(\cos\theta, \sin\theta)$를 대입하여 풀면 $3\cos^2\theta+4\sin\theta\cos\theta-3=0$이 되는데, 양변을 $\cos^2\theta$로 나누면
$3+4\tan\theta-3\sec^2\theta=3+4\tan\theta-3(1+\tan^2\theta)=4\tan\theta-3\tan^2\theta=0$
$\therefore\tan\theta=\frac{4}{3}$

물론, $\cos^2\theta$로 양변을 나누지 않고
$3\cos^2\theta-3=-3(1-\cos^2\theta)=-3\sin^2\theta$와 같이 풀어도 된다.

18. 지금까지 평가원에서 잘 나오지 않던 유형의 문제이다. 직관을 이용해 풀 수도 있겠지만, 실제 수능 치는 상황에서 직관은 잘 떠오르지 않으므로, 논리적으로 푸는 훈련을 해야 한다. $f(x)$가 어떻게 생겼는지 모르기 때문에 그림을 그려 푸는 것은 엄밀하지 못하다. 미분계수의 정의를 이용하자.
$f'(1)=\lim_{x\to1+0}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1-0}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$
$2x\le f(x)\le 3x$에서 식을 변화율 형태로 적절히 변형 해 보자.
$x>1$인 경우: $2x-2\le f(x)-f(1)\le 3x-2$이고, $x-1$로 나누면 $\frac{2x-2}{x-1}\le\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\le\frac{3x-2}{x-1}$이다. $x\to1+0$의 극한을 취하면 $2\le\lim_{x\to1+0}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\le\infty$에서
$\lim_{x\to1+0}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\ge 2$.
$x<1$인 경우: $2x-2\le f(x)-f(1)\le 3x-2$이고, $x-1$로 나누면 $\frac{3x-2}{x-1}\le\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\le\frac{2x-2}{x-1}$이다. $x\to1-0$의 극한을 취하면 $-\infty\le\lim_{x\to1-0}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\le 2$에서
$\lim_{x\to1-0}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\le 2$.
그런데 $\lim_{x\to1+0}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1-0}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$이어야 하므로
$f'(1)=\lim_{x\to1+0}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1-0}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=2$임을 알 수 있다.
$f'(2)$도 같은 방법으로 3임을 알 수 있다.

19. 학생 한 명을 뽑았을 때 7시간 이상 독서한 학생일 확률은 0.36이므로, 100명을 임의추출할 때 7시간 이상 독서한 학생의 수 X는 이항분포 $B(100,\, 0.36)$을 따른다.
이항분포는 시행횟수가 충분히 크면(보통 30 이상이면 충분히 크다고 한다.) 정규분포로 근사할 수 있다. 근사하면 X는 $N(36, (\frac{24}{5})^2)$를 따른다.

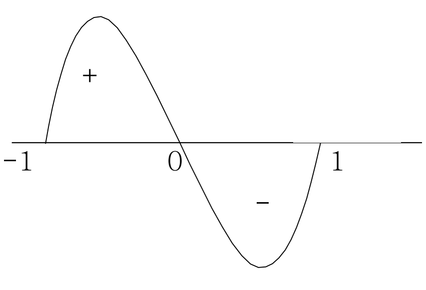
$\therefore\ P(X \le 42) = P(Z \le \dfrac{42-36}{\frac{24}{5}}) = P(Z \le 1.25) = 0.8944$

20.
ㄱ. $h(3) = (f \circ g(3)) = f(1) = 5$ (거짓)
ㄴ. $h'(x) = f'(g(x))g'(x)$이므로 $h'(2) = f'(g(2))g'(2)$인데,
$g(2) = 2.\mathrm{xxx}$이므로 $f'(g(2)) < 0$이고 $g'(2) < 0$이므로
$h'(2) > 0$ (참)
ㄷ. x가 3에서 4로 갈 때, $g(x)$는 1에서 $0.\mathrm{xxx}$로 감소한다.
x가 1에서 $0.\mathrm{xxx}$로 갈 때, $f(x)$는 5에서 $4.\mathrm{xxx}$로 감소하므로
x가 3에서 4로 갈 때 $h(x)$는 감소한다. (참)

21. $f(x)$가 우함수임은 쉽게 알 수 있다(x^2, x^4, 상수항으로만 이루어져 있으므로). 그리고 $f(x+2) = f(x)$이므로 $f(x)$는 $x =$(정수) 에 대해 대칭이다.(머릿속으로 대충 떠올려보면 알 수 있다.)
ㄱ. $f(x+2) = f(x)$이므로
$\int_{-2}^{-1} f(x)dx = \int_{0}^{1} f(x)dx$, $\int_{1}^{2} f(x)dx = \int_{-1}^{0} f(x)dx$이고,
우함수이므로 $\int_{-1}^{0} f(x)dx = \int_{0}^{1} f(x)dx$

$\therefore\ \int_{-2}^{2} f(x)dx = 4\int_{0}^{1} f(x)dx$ (참)

ㄴ. $f'(x) = \dfrac{4x(x+1)(x-1)(x^2+1)}{(x^4+1)^2}$ $(-1 \le x < 1)$에서 부호를 결정하는 부분은 $x(x+1)(x-1)$이다.



$1 < x < 2$일때는 $-1 < x < 0$일 때와 같으므로
위 그림과 같이, $-1 < x < 0$일 때 $f'(x) > 0$ (참)

ㄷ. $1 < x < 2$에서 $f'(x) > 0$이고, $2 < x < 3$에서 $f'(x) < 0$이다.

$\int_{1}^{3} x|f'(x)|dx = \int_{1}^{2} xf'(x)dx - \int_{2}^{3} xf'(x)dx$
$= [xf(x)]_1^2 - \int_{1}^{2} f(x)dx - [xf(x)]_2^3 + \int_{2}^{3} f(x)dx$
$= 2f(2) - 1f(1) - 3f(3) + 2f(2) = 4f(2) = 4f(0) = 4$
$\because \int_{1}^{2} f(x)dx = \int_{2}^{3} f(x)dx$ (참)

22. 제 n항까지의 합은 $n^2 - 7n$이다.
$n^2 - 7n = 30 \quad \therefore\ n = 10$

23. $\overrightarrow{OB} = (a,\, 2)$, $\overrightarrow{AB} = (a-1,\, 2-a)$이므로
$a(a-1) + 2(2-a) = 14 \quad \therefore\ a = 5$

24. 일차변환 f를 나타내는 행렬을 A라고 하자.
$A\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$에서 $A\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1&-1\\0&-1\end{pmatrix}$*
$A = \begin{pmatrix}1&-2\\0&-1\end{pmatrix}$이므로 $\begin{pmatrix}1&-2\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}11\\4\end{pmatrix}$
$\therefore\ a = 11,\, b = 4$

25. 문제의 상황을 식으로 나타내면
$C = B\log_2(1+a)$, $2C = B\log_2(1+33a)$와 같다. 두 식을 빼면
$C = B\log_2\dfrac{1+33a}{1+a}$인데 이것이 $B\log_2(1+a)$와 같으므로
$\dfrac{1+33a}{1+a} = 1+a \qquad \therefore\ a = 31$

26. $\int_{-1}^{0} f(x)dx = \frac{2}{3}a$이고, $\int_{0}^{3} f(x)dx = \frac{3}{2}a$이므로

$P(-1 \le X \le 0) = \dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + \frac{3}{2}} = \dfrac{4}{13}$

§ 이 문제처럼 $[-1, 0]$의 확률을 구하는 것이 아니라 다른 구간이 주어진다면 a를 구하여야 한다.
$(\frac{2}{3} + \frac{3}{2})a = 1$에서 $a = \frac{6}{13}$이다.

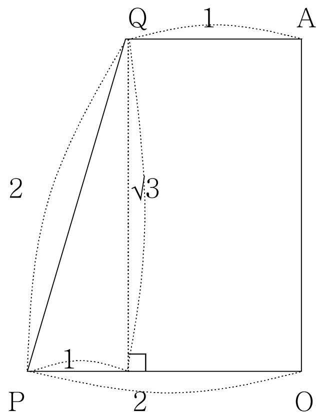
* 자주 쓰이는 테크닉이다. 간단히 증명할 수 있다.

27. B에서 $x=-p$에 내린 수선의 발을 H라 하자.
$\overline{BF}=\overline{BH}=5$이고 $\overline{AB}=7$이므로 $\overline{AH}=\sqrt{24}$이고, 따라서
$B(5-p,\ \sqrt{24})$이다. B는 $y^2=4px$ 위의 점이므로
$24=4p(5-p)$ $\quad\therefore\ p=2,\ 3$

28. 세 직선을 포함하는 평면의 법선벡터는 세 직선의 방향벡터와 전부 수직이므로 내적이 0이다.
세 직선의 방향벡터는 각각 $(1,\ -1,\ 2),\ (1,\ 1,\ 2a),\ (1,\ -2,\ a)$.
평면의 법선벡터를 $(p,\ q,\ r)$이라 하면
$p-q+2r=0$
$p+q+2ar=0$
$p-2q+ar=0$
두 번째 식과 세 번째 식에서 a와 r을 소거하면 $p=5q$를 얻고, 첫 번째 식에 대입하면 $r=-2q$를 얻고, 이들을 두 번째 식에 대입하면 $6q-4qa=0$
여기에서 $q=0$이면 $p=r=0$이 되어버리므로 $q\neq 0$이다.
$\therefore\ a=\dfrac{3}{2}$

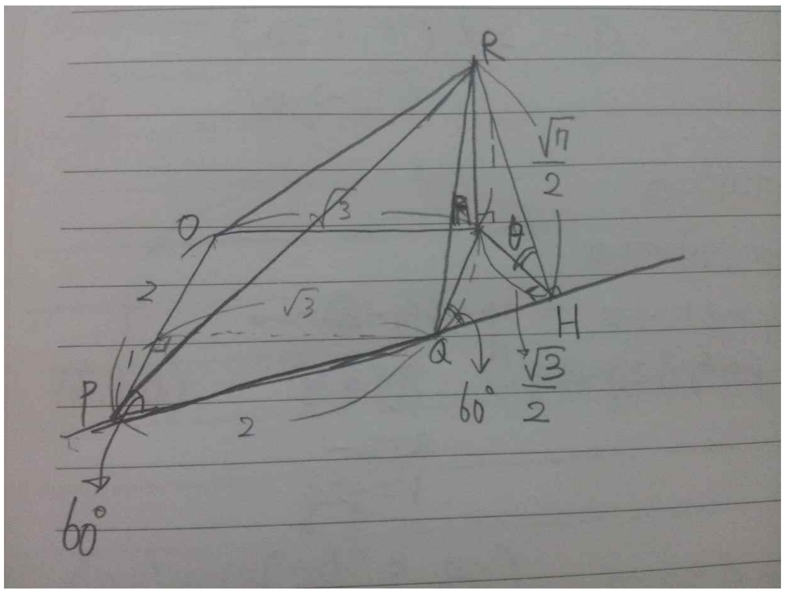
29. $\overline{BP}=\tan\theta$이므로 $\overline{AP}=1-\tan\theta$이고, $\angle QCD=\dfrac{\pi}{4}-\theta$에서
$\overline{QD}=\tan(\dfrac{\pi}{4}-\theta),\ \overline{AQ}=1-\tan(\dfrac{\pi}{4}-\theta)=\dfrac{2\tan\theta}{1+\tan\theta}$이다.
$\therefore\ f(\theta)=\dfrac{1}{2}(1-\tan\theta)\cdot\dfrac{2\tan\theta}{1+\tan\theta}=\dfrac{\tan\theta(1-\tan\theta)}{1+\tan\theta}$
$g(\theta)$를 구하기 위해서는 반지름을 알아야 한다.
$\triangle OBP=\dfrac{1}{2}tan\theta=\dfrac{r}{2}(1+\tan\theta+\sec\theta)$에서 양변에 $2\cos\theta$를 곱하여 정리하면 $r=\dfrac{\sin\theta}{1+\sin\theta+\cos\theta}$를 얻는다.
$\therefore\ g(\theta)=\pi(\dfrac{\sin\theta}{1+\sin\theta+\cos\theta})^2$
$\therefore\ \lim\limits_{\theta\to+0}\dfrac{g(\theta)}{\theta\times f(\theta)}=\lim\limits_{\theta\to+0}\left\{\dfrac{1}{\theta}\cdot\dfrac{\pi\sin^2\theta}{(1+\sin\theta+\cos\theta)^2}\cdot\dfrac{1+\tan\theta}{\tan\theta(1-\tan\theta)}\right\}$
$=\pi\lim\limits_{\theta\to+0}\left\{\dfrac{\sin^2\theta}{\theta^2}\cdot\dfrac{1}{(1+\sin\theta+\cos\theta)^2}\cdot\dfrac{\theta}{\tan\theta}\cdot\dfrac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}\right\}=\pi\cdot1\cdot\dfrac{1}{4}\cdot1\cdot1$
$=\dfrac{\pi}{4}$

30. $\overline{OA}=\sqrt{3},\ \overline{OR}=2$이므로 $\overline{AR}=1$이다.



또한 그림과 같이 $\overline{PQ}=2$이다.

이면각을 구할 때는 넓이 정사영을 이용하거나, 교선에 수직인 두 직선이 이루는 각을 찾으면 된다.
여기에서는 두 번째 방법을 이용해 보자.
R에서 직선 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하면,
$\overline{RA}\perp$(평면 $AQPO$)이고, $\overline{RH}\perp$(직선 PQ)에서 삼수선의 정리에 의해 $AH\perp$(직선 PQ)이다.



그림과 같이 $\angle OPQ=\angle AQH=60°$이므로
$\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \overline{RH}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$가 된다.
$\therefore\ \cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$